

10. *Bodnar T., Schmid W.* Econometrical analysis of the sample efficient frontier. // The European Journal of Finance. — 2009. — №15. — P. 317—335.

11. *Tu J., Zhou G.* Data-generating process uncertainty: What difference does it make in portfolio decisions? // Journal of Financial Economics. — 2004. — №72. — P. 385—421.

12. *Duffie D., Pan J.* An overview of Value-at-Risk // Journal of Derivatives. — 1997. — P. 7—49.

Стаття надійшла до редакції 10.10.2011 р.

УДК 004:33

**Л.В. Іващенко**, аспірант кафедри вищої математики при факультеті маркетингу, ДВНЗ «КНЕУ імені Вадима Гетьмана»

## МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ПІДКРІПЛЕННЯ БАНКОМАТІВ ГОТІВКОВИМИ КОШТАМИ

**АНОТАЦІЯ.** У статті розглянуто математичну модель банкоматної мережі банку на прикладі окремого банкомата та запропоновано спосіб вирішення практичної задачі з розрахунку оптимальної суми для підкріплення готівковими коштами каси банкомата.

Запропонований метод дозволяє як оцінити ризик виникнення дефіциту, так і визначити оптимальне значення параметра при заданому граничному значенні ризику виникнення дефіциту. Отримані результати можуть використовуватися для прийняття рішень при створенні касових планів комерційного банку з метою оптимізації політики управління ресурсами.

**АННОТАЦИЯ.** В статье рассматривается математическая модель банкоматной сети банка на примере отдельного банкомата и предложено способ решения практической задачи по расчету оптимальной суммы для подкрепления наличными средствами кассы банкомата.

Предложенный метод позволяет, как оценить риск возникновения дефицита, так и определить оптимальное значение параметра при заданном граничном значении риска возникновения дефицита. Полученные результаты могут использоваться для принятия решений при создании кассовых планов коммерческого банка с целью оптимизации политики управления ресурсами.

**ANNOTATION.** In this article author describes a model of ATM's network by the example of single ATM and proposes a way for solving practical task of calculating an optimal amount of cash for load.

This method allows to estimate a risk of cash shortage, as far as determine an optimal parameter's meaning for established value of shortage. The outputs can be used for decision-making in cash-management for resource management's optimization.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** система масового обслуговування, ймовірність (ризик) утворення дефіциту, функція розподілу випадкової величини, неповна гамма-функція (функція Пріма)

Одним з найефективніших та одночасно економічних каналів продажу/надання роздрібних банківських послуг є банкомат (АТМ).

Ідея створення апарата, який може у будь-який час видавати паперові гроші, прийшла Джону Шеппард—Баррону у середині 60-х років, коли він працював на компанію з виробництва цінних паперів. Перший цілодобовий банкомат з'явився в червні 1967 року, в Лондоні. Для зняття грошей використовувалися іменні ваучери, які необхідно було заздалегідь отримати в банку [1].

Функціональність сучасних банкоматів значно ширша. Сьогодні банкомат дозволяє держателю платіжної картки отримати інформацію про стан його рахунку, отримати готівку, переказати кошти з одного рахунку на інший, поповнити рахунок мобільного телефону, сплатити за інші послуги та товари, а у випадку, коли йдеться про депозитний банкомат — і поповнити рахунок готівкою.

Як бачимо, з «механічного касира» банкомат перетворився на багатофункціональний пристрій самообслуговування, доступний клієнтам у режимі 24/7 (цілодобово 7 днів на тиждень). У зв'язку з цим банки останнім часом приділяють значну увагу створенню та належному функціонуванню власної банкоматної мережі.

Банкоматна мережа — це сукупність АТМ банку, встановлених у мережі філій та відділень банківської установи, торговельно-сервісних підприємств та на території корпоративних клієнтів банку, та каналів передачі даних, через які здійснюється зв'язок між банкоматами та процесинговим центром банку. При цьому якість обслуговування клієнтів залежить, з одного боку, від складу послуг, які він може отримати у банкоматі, а з іншого — від їх доступності [2, с. 34], а доступність послуг, у свою чергу, може бути забезпечена лише працездатним пристроєм. При цьому, під непрацездатністю банкомата мається на увазі відсутність з тих чи інших причин можливості забезпечувати ним виконання основної функції — видачі готівки. Причинами, які призводять до непрацездатності банкомата, можуть бути:

- відмови технічних засобів та програмного забезпечення;
- несправність каналів зв'язку;
- відсутність витратних матеріалів (чекового та/або журнального паперу);
- відсутність готівки [3, с. 45].

Зупинимося більш детально на останньому пункті — забезпечення банкоматів банку готівковими коштами у необхідній та достатній кількості.

Грошові ресурси, спрямовані на обслуговування клієнтів через мережу банкоматів перебувають у постійному русі і потребують постійного поповнення. У разі відсутності або недостатності коштів у банкоматі вимоги клієнтів (частково або повністю) не будуть задоволені.

З одного боку, вирішити проблему відсутності коштів у банкоматі можна наступними шляхами:

1) завантаження у банкомати максимально-можливої для кожної моделі суми коштів та періодичне здійснення інкасації;

2) завантаження менших сум коштів та часті інкасації.

З іншого боку, як перший, так і другий шляхи мають істотні недоліки:

1) у випадку завантаження максимальної кількості готівки у банкомат відбувається відволікання коштів банку з обороту, у результаті якого банк втрачає прибуток;

2) у другому випадку банк відволікає менші кошти, проте збільшує витрати на інкасацію. При цьому ризик незадоволення вимог клієнтів через несвоєчасне завантаження банкомата готівкою зростає.

Отже, для прибуткової роботи і забезпечення задоволення вимог клієнтів банку необхідно завантажувати у банкомат таку суму коштів, вилучення якої з обороту не призводить до втрат прибутку (або такі втрати мінімальні), при цьому оптимізуючи витрати на інкасацію, та мінімізуючи втрату вимог клієнтів через не завантаженість банкомата. Вирішення цієї задачі і її використання для прийняття управлінських рішень щодо функціонування банкоматної мережі є актуальною проблемою теорії і практики.

Зауважимо, що розглядати банкоматну систему як систему масового обслуговування у традиційному варіанті не можна, оскільки банкомати одного банку розташовані, як правило, у різних місцях, іноді, на значній відстані один від одного. Тому, у випадку, коли банкомат з будь-яких причин не здатен задовольнити вимогу клієнта, ця вимога не може бути спрямована до виконання іншим банкоматом цього ж банку. Більш того, клієнт самостійно приймає рішення про те, до якого банкомата звернутися для отримання коштів (не обов'язково найближчого).

Крім того, кожен банкомат «поводить» себе по-різному, залежно від місця його безпосереднього розташування, масштабів і економічного розвитку конкретного регіону і міста, категорій держателів платіжних карток, які обслуговуються, а також економічної ситуації в країні у цілому.

У той же час, кожен банкомат є елементом мережевої структури, у якій стохастична поведінка кожного окремого елемента

трансформується в детерміновану поведінку системи як цілого. Зазначимо, що хоча час і сума зняття коштів кожним держателем платіжної картки відносно випадкові, то поведінка банкомата як цілісного елемента системи залишається стабільним протягом досить тривалого часу [4, с. 22].

Раціональна сума завантаження банкомата на практиці часто визначається наближено, спираючись на досвід відповідних працівників банку та плани чи прогнози. Програмні продукти, які покликані вирішувати це питання, часто досить громіздкі і дорогі, внаслідок чого їх ефективність для впровадження у невеликій фінансово-кредитній установі залишається під питанням. Проте, спрогнозувати потребу в завантаженні банкомата готівкою можна шляхом аналізу найбільш значимих для задоволення потреб клієнта факторів:

1) імовірність (ризик) утворення дефіциту коштів (ресурсів);

2) обсяг поставок, при якому ймовірність (ризик) дефіциту не перевищить задану величину ( $\alpha$ ).

Для вирішення цієї задачі пропонується наступний метод із використанням елементів теорії імовірності [5, с. 110].

Як зазначалося вище, витрати коштів у банкоматах мають випадковий характер. Припустимо, що витрати грошей у мережі банкоматів мають середню інтенсивність  $\lambda$  одиниць на день. Для покриття витрат здійснюються регулярні завантаження (поставки) обсягу коштів  $\beta$ .

Величина  $T$  — проміжок часу, впродовж якого витрати ресурсу виявляться рівними обсягу поставок  $\beta$  — є випадковою величиною, яка підпорядковується гамма-розподілу з параметрами  $\beta$  і  $\lambda$ . Дефіцит утвориться, якщо  $T$  виявиться меншим заданого інтервалу між поставками, тобто  $T < T_0$ .

Функція розподілу випадкової величини  $T$  має вигляд:

$$P(T < T_0) = F_2(T_0, \beta, \lambda) = \begin{cases} \frac{\lambda^\beta}{\Gamma(\beta)} \int_0^{T_0} u^{\beta-1} e^{-\lambda u} du & \text{при } t \geq 0, \\ 0 & \text{при } t < 0, \end{cases}$$

де  $F_2(T_0, \beta, \lambda)$  — є гамма-функцією

Ця функція залежить від двох невід'ємних параметрів  $\beta$  і  $\lambda$ . Проте, ця функція не може бути табульована, оскільки потрібна таблиця з трьома входами. Тому, зручніше користуватися неповною гамма-функцією (функцією Пріма) двох змінних  $\beta$  і  $z = \lambda t$ :

$$F_2(t, \beta, \lambda) = \gamma(z, \beta)$$

$$\gamma(z, \beta) = \frac{1}{\Gamma(\beta)} \int_0^z v^{\beta-1} e^{-v} dv$$

Отже,

$$P(T < T_0) = \gamma(z, \beta), \text{ де } z = \lambda T_0.$$

Тому:

1) ризик утворення дефіциту ресурсів у банкоматі за умови щотижневих поставок обчислимо так:

$$P(T < 7) = \gamma(7\lambda, \beta);$$

2) при заданому рівні ризику  $\alpha$  знайдемо необхідний обсяг поставок з рівняння:

$$\begin{aligned} P(T < 7) &= \alpha, \\ P(T < 7) &= \gamma(7\lambda, \beta) = \alpha. \end{aligned}$$

За відомими значеннями  $\alpha$  і  $\lambda$  знаходимо  $\beta$ , тобто обсяг поставок, при якому ризик утворення дефіциту коштів у банкоматі буде меншим ніж  $\alpha$  (значення  $\alpha$  добираємо так якомога меншим, зокрема, 0,01 або 0,001).

Розглянемо наступний приклад (на статистичних даних одного з комерційних банків).

Підрозділ банку проаналізував роботу банкомата, встановленого з режимом вільного доступу щоденно, включаючи вихідні, з 08.00 до 22.00 в офісному центрі. Даний банкомат мав забезпечувати видачу готівки держателям платіжних зарплатних карток компанії, офіс якої знаходився у цьому ж центрі (приблизно 150 осіб, фонд оплати праці — 1 млн грн), а також інших держателів платіжних карток.

За календарний рік через банкомат було здійснено 16 465 фінансових трансакцій та отримано готівкових коштів на загальну суму 7 184 205 грн. Середня сума зняття через банкомат коштів за добу складала 20 тис. грн.

Для забезпечення видачі готівки банкомат чотири рази на місяць інкасували, у середньому, завантажуючи протягом місяця 640 тис. грн (160 тис. грн кожні 7 днів):

1) визначимо ймовірність дефіциту готівкових коштів, використовуючи неповну гамма-функцію:

$$P(X < t) = F\Gamma(140, \alpha, \lambda) = \gamma(\alpha, \lambda) = \gamma(140, 160) = 0,052;$$

2) використовуючи гамма-функцію, за заданим рівнем значущості  $p_1 = 0,01$ , з рівняння

$$p_1 = p(X < 7) = 0,01 = F_2(7, \alpha, 20).$$

По таблиці значень гамма-функцій знаходимо:

$$\alpha = 170.$$

Аналогічно для  $p_1 = p(X < 7) = 0,01 = F_2(7, \alpha, 20)$ ,  $\alpha = 180$ .

Отримані результати дозволяють зробити наступні висновки:

1. За існуючої ситуації ризик виникнення дефіциту коштів у банкоматі складає 5,2 %.

2. Для зменшення ризику дефіциту коштів до рівня 1 % необхідно збільшити середню суму підкріплення банкомата готівкою до 170 тис. грн.

3. Для зменшення ризику дефіциту коштів у банкоматі до 0,1 % необхідно збільшити середню суму підкріплення банкомата готівкою до 180 тис. грн.

Отримані дані можуть служити основою для прийняття управлінських рішень щодо коригування касових планів та лімітів завантаження коштів у банкомат, виходячи з поточних потреб та економічної ситуації (вартість інкасації, вартість ресурсів overnight тощо).

### **Література**

1. [www.uk.wikipedia.org](http://www.uk.wikipedia.org)
2. *Авербух О.* Качество работы банкоматной сети: как и чем его измерить? // Журнал ПЛАС. Платежи, системы, карточки. — 2004. — №1. — С. 34—48.
3. *Соловьев В.В., Ткалич В.Л.* Проектирование корпоративной автоматизированной информационной системы «Банкомат +». Научно-технический вестник. Выпуск 40. Научная школа «Информационная безопасность, проектирование, технология элементов и узлов компьютерных систем». Труды молодых ученых. — СПб.: СПбГУ «ИТМО», 2007. — С. 45—50.
4. *Кистанов А.* Оптимизация купюрного набора в банкоматах // Журнал ПЛАС. Платежи, системы, карточки. — 2004. — №8—9. — С. 22—24.
5. *Калихман И.Л.* Вероятность и статистика. — М: Финансы и статистика, 1982. — С. 110—111.

Стаття надійшла до редакції 13.11.2011 р.