Література

1. *Акофф Р*. Планирование будущего корпорации / Р. Акофф. — М. : Прогресс, 1985. — 326 с.

2. *Багриновский К. А*. Имитационные системы в планировании экономических объектов / К. А. Багриновский, Н. Е. Егорова. — М. : Наука, 1980. — 238 с.

3. *Дудкин В. Е*. Индикативное планирование: о сущности и методологическом инструментарии / В. Е. Дудкин // Российский экономический журнал. — 1997. — № 4. — С. 48—61.

4. *Ерохин В. Г*. Индикативное планирование в системах управления социально-экономическими процессами / В. Г. Ерохин // Сборник трудов по науке и технике. — 2001. — С. 35—42.

5. Индикативное планирование как основа стратегического развития промышленного предприятия : монография / С. А. Агапцов, А. И. Мордвинцев, П. А. Фомин, Л. С. Шаховская. — М. : Высш. шк., 2002.

6. *Конноли Т*. Базы данных: проектирование, реализация и сопровождение. Теория и практика : учебное пособие / Т. Конноли, К. Бегг, А. Страчан. — М. : Издат. дом «Вильямс», 2000. — 1120 с.

7. *Петрова М. Н*. Индикативное планирование: вопросы теории и методологии / М. Н. Петрова. — Казань, 2000. — 356 с.

8. *Саати Т*. Аналитическое планирование. Организация систем / Т. Саати, К. Кернс. — М. : Радио и связь, 1991. — 224 с.

9. *Ситник В. Ф*. Системи підтримки прийняття рішень : навч. посібник / В. Ф. Ситник. — К. : КНЕУ, 2004. — 614 с.

Стаття надійшла до редакції 29.04.2013 р.

УДК 330.51

А. В. Бєгун, к.е.н., доцент кафедри інформаційного менеджменту,
Ю. В. Ігнатова, асистент кафедри економіко-математичного моделювання,
ДВНЗ «Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана»

ОЦІНКА МЕТОДІВ ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДІЯЛЬНОСТІ ЕЛЕВАТОРА

АНОТАЦІЯ. У статті розглянуто переваги і недоліки аналітичного метода дослідження імовірнісних моделей у порівнянні з чисельним методом розв'язання системи рівнянь. На прикладі елеватора показано головні практичні особливості застосування цих методів і доведено, що основні операційні характеристики системи можна легко знайти, якщо використовувати чисельний метод розв'язку.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: імовірнісні твірні функції, система масового обслуговування, потік вимог, математичне сподівання.

АННОТАЦИЯ. Статья посвящена анализу развития средств безопасности программных систем. Основное внимание уделяется проверке программных продуктов методом статического анализа, который позволяет распознавать свойства вычислений программ без проведения тестовых экспериментов.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА. Свойство программы, безопасность программ, методы анализа, статический анализ программ, решетка, потоки данных.

ANNOTATION. In the article advantages and lacks of analytical метода research of probabilistic models are examined in the decisions of the system of equalizations compared to the numeral method. On the example of elevator the main practical features of application of these methods are shown and it is well-proven that basic operating descriptions of the system can be easily found, if to use the numeral method of decision.

Keywords: probabilistic formative functions, queuing system, stream of requirements, mathematical hope.

Вступ. Будь-який виробничий процес можна представити як послідовність дій з конкретними системними характеристиками. Так, наприклад, роботу зернопереробного підприємства (елеватора) можна описати за допомогою системи масового обслуговування (СМО). Причому, така система представляє модель роботи підприємства як у цілому, так і окремо — однієї або кількох фаз функціонування такого підприємства.

Але в розрахунках системних характеристик подібних СМО часто виникають питання раціонального використання різноманітних методів, щодо їх отримання. Тому, обґрунтування вибору і оцінка привабливості одного з них у дослідженні визначеного типу підприємств являється актуальною задачею цієї статті.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Проблемам використання СМО в управлінні виробництвом і його складовими присвячено низка наукових праць. Серед них виокремимо роботи [1—3], в яких докладно описуються прикладні засади застосування моделей масового обслуговування в економіці. Так, наприклад у [1] висвітлюється основні принципи побудови моделей управлінця в виробництві, у працях [1—2] головна увага приділяється основним методам розв’язку задач СМО, у [2] акцентується увага на двох методах розв’язку: аналітичному та чисельному. Викликають інтерес переваги та недоліки цих методів і практичність їх застосування. Для цього здійснимо детальний аналіз цих методів і визначимо ефективність їх застосування.

Постановка проблеми. На практиці часто виникають задачі, коли процеси в СМО такі, що їх неможливо розв'язати із застосуванням традиційних методів теорії масового обслуговування. Це спонукало інтенсивному розвитку існуючих методів дослідження СМО, зокрема аналітичного методу — універсального методу імовірнісних твірних функцій. Відомо, що метод імовірнісних твірних функцій дає змогу звести системи диференційних чи алгебраїчних рівнянь високого порядку до системи функціональних рівнянь відносно імовірнісних твірних функцій значно нижчого порядку. Проте, даний метод містить ряд недоліків. У першу чергу до них відноситься складність знаходження функціональних рівнянь системи на основі часткових твірних функцій у тому разі, якщо СМО містить більше однієї фази обслуговування, має k каналів, а в системі може перебувати m потоків із певним пріоритетом у їх обслуговуванні. В тому випадку, якщо необхідно знайти, крім імовірності простою, ряд ймовірностей перебування системи в певному стані, ситуація ускладнюється необхідністю знаходження похідних другого, третього, четвертого та інших порядків. Це, зважаючи на громіздкість виразів часткових твірних функцій, зробити дуже важко і працезатратно. Тому, для розв'язку задач СМО на практиці часто використовують чисельний метод, який являється інструментом обчислення характеристик функціонування будь-якої системи в стаціонарному режимі.

Наведемо модель, яка використовується для опису функціонування елеватора (зернопереробного підприємства) на основі класичної теорії масового обслуговування, і на її основі розглянемо застосування обох методів розв'язку, виявимо переваги і недоліки їх застосування.

Виклад основних результатів дослідження. Розглянемо елеватор, як однофазову систему масового обслуговування, до якого надходить два різнопріорітетних пуассонівських потоки вимог на обробку зернових культур (прийом зернових) із параметрами λ_1 т/годину та λ_2 т/годину, і при цьому інтенсивність обслуговування кожної вимоги є величиною, яка має експоненціальний закон розподілу ймовірностей із параметрами μ_1 та μ_2. Отже, інтенсивність прийому зернових культур першого потоку дорівнює μ_1 т/годину, а другого μ_2 т/годину. Докладніше роботу елеватора представлено на рис. 1.

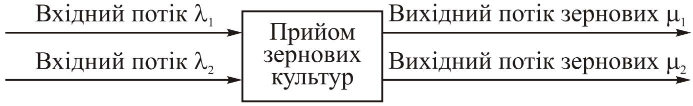

Рис. 1. Узагальнена схема прийому зернових культур на елеваторі

Схема, яку представлено на рис. 1, має один канал обслуговування і при цьому кількість вимог у черзі обмежується розміром каналу обслуговування. У цій системі введена така дисципліна обслуговування: вимоги першого потоку користують-ся відносним пріоритетом в обслуговуванні відносно вимог другого потоку, який називають простим. Тобто, коли в системі перебувають вимоги обох потоків і канал обслуговує вимогу простого потоку, то після завершення його обслуговування перевага надається вимогам першого потоку, пріоритетного, і канал обслуговує вимоги цього потоку до повної ліквідації їх в системі, і тільки потім починає обслуговувати вимоги простого потоку при його наявності в черзі. Коли в системі відсутні вимоги обох потоків, то канал настроюється на обслуговування вимог простого потоку.

Стохастична модель роботи елеватора в динаміці представлена системою однорідних лінійних рівнянь:

$$
\begin{cases}
(\lambda_1+\lambda_2)P_0=\mu_1 Q_{01}+\mu_2 P_{10}\\
(\lambda_1+\lambda_2+\mu_2)P_{i0}=\mu_1 Q_{i1}+\mu_2 P_{i+1,0}+\lambda_2 P_{i-1,0}\\
(\lambda_1+\lambda_2+\mu_2)P_{1k}=\lambda_1 P_{1,k-1}\\
(\lambda_1+\lambda_2+\mu_2)P_{i+1,k}=\lambda_2 P_{i,k}+\lambda_1 P_{i+1,k-1}\\
(\lambda_1+\lambda_2+\mu_1)Q_{0,k}=\lambda_1 Q_{0,k-1}+\mu_1 Q_{0,k+1}+\mu_2 P_{1,k}\\
(\lambda_1+\lambda_2+\mu_1)Q_{i,1}=\lambda_1 Q_{i-1,1}+\mu_1 Q_{i2}+\mu_2 P_{i+1,1}
\end{cases}
\tag{1}
$$
$$
(\lambda_1+\lambda_2+\mu_1)Q_{i,k+1}=\lambda_1 Q_{i,k}+\mu_1 Q_{i,k+2}+\mu_2 P_{i+1,k+1}+\lambda_2 Q_{i-1,k+1}\,.
$$

Тут P_{ik} — імовірність того, що в системі перебуває i вимог другого потоку, k вимог першого і канал обслуговує вимогу другого потоку ($i=1,2,3,\ldots$; $k=1,2,3,\ldots$);

Q_{ik} — імовірність того, що в системі перебуває i вимог другого потоку, k вимог першого потоку і канал обслуговує вимогу першого потоку.

При цьому виконується умова нормування $\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty}P_{ik}+$ $+\sum_{i=0}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}Q_{ik}+P_0=1$. Імовірнісна модель такої системи належить до класу $M/M/1/i/k$.

Для перетворення системи (1) будемо використовувати універсальний метод імовірнісних твірних функцій. Для цього знайдемо аналітичнй вираз зазначених функцій, за допомогою яких існує можливість визначити основні числові характеристики роботи підприємства.

Введемо імовірнісну твірну функцію

$$A(x,y)=A_1(x,y)+A_2(x,y)+P_0,$$

де $A_1(x,y)=\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty}x^i y^k P_{ik}$ і $A_2(x,y)=\sum_{i=0}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}x^i y^k Q_{ik}$, представляються частковими імовірнісними функціями.

При цьому

$A_1(1,1)$ — імовірність того, що система зайнята обслуговуванням вимог першого потоку;

$A_2(1,1)$ — імовірність того, що система зайнята обслуговуванням вимог другого потоку.

Використовуючи [2, с. 173], зведемо систему (1) до системи двох функціональних рівнянь вигляду

$$\begin{cases}\left(\lambda_1(1-y)+\lambda_2(1-x)+\mu_2\right)A_2(x,y)=\left(\lambda_2(x-1)-\lambda_1\right)P_0+\mu_1 A(x)\\ \left(\lambda_1(1-y)+\lambda_2(1-x)+\mu_1(1-\dfrac{1}{y})\right)A_1(x,y)-\dfrac{\mu_2}{x}A_2(x,y)=\lambda_1 yP_0-\mu_1 A(x).\end{cases}$$

Тут $A(x)=\sum_{i=0}^{\infty}x^iQ_{i1}+\alpha_{21}\sum_{i=1}^{\infty}x^iP_{i0}$ ($\alpha_{21}=\dfrac{\mu_2}{\mu_1}$), з’явилась унаслідок формування часткових імовірнісних твірних функцій.

Розв’язок системи (1) докладно розглянуто в [2, с. 200] і визначено основні операційні характеристики роботи системи:

$P_0 = 1 - \rho_1 - \rho_2$;

$$M_1 = \frac{\alpha_{12}}{(1-\rho_1)^2}\left(\alpha_{12}\rho_1^2(1+(1-\rho_1))\right)\left(((\alpha_{21}-\rho_1)P_0 + A(1)\right) - (1-\rho_1)P_0\Big) + \qquad ; \qquad (2)$$
$$+ \frac{\rho_1}{\alpha_{21}^2}\left(A(1) - \rho_1 P_0\right)$$

$$M_2 = \frac{\alpha_{12}}{\rho_2}\left(\left((1-\rho_2)A'(1) - \rho_2 A(1) - \rho_1\rho_2 P_0\right) - \right.$$
$$- ((1-\rho_2)A(1) - (\rho_1 + \rho_1\rho_2 - \alpha_{21}\rho_2)P_0\Big)\times \qquad , \qquad (3)$$
$$\times\left(1-\rho_2\right) + \alpha_{12}A'(1) + \alpha_{12}\rho_2 A(1) - \rho_2(1 - \alpha_{12}\rho 1)P_0,$$

де $A(1) = (\alpha_{21}\rho_2 - \rho_1(1-\rho_1-\rho_2)$.

Встановимо такі початкові умови: нехай інтенсивність надходження зернових першого потоку складає 1 т/год., а другого 2 т/год.; інтенсивність обслуговування першої і другої вимог складає 5 т/год. Тоді $\lambda_1 = \frac{1}{60}, \lambda_2 = \frac{2}{60}, \mu_1 = \frac{5}{60}, \mu_2 = \frac{5}{60}$.

Для параметрів $\rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1} = 0{,}2$ і $\rho_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_2} = 0{,}4$ знайдемо числові характеристики:

$$P_0 = 1 - 0{,}2 - 0{,}4 = 0{,}4;\ M_1 = 0{,}084 \text{ у.о.};\ M_2 = 0{,}359 \text{ у.о.}$$

Аналіз виразів (2) і (3) вказує на те, що формули математичного сподівання надто громіздкі, а їх виведення через імовірні твірні функції є нетривіальним. У свою чергу, для виведення виразів ймовірностей $P_{0,1}, P_{0,2}, P_{0,3}$,..., необхідно визначити похідні першого, другого, третього та інших порядків, що, зважаючи на громіздкість виразів, є дуже складним процесом. До того ж, необхідно звернути увагу на те, що в тому випадку, коли робота елеватора включатиме в себе кілька етапів (прийом, очищення, сушіння тощо), а не один, то зведення математичної моделі до системи функціональних рівнянь відносно ймовірних твірних функцій значно ускладнюється. А отже, постає задача пошуку альтернативного методу розв’язання задач даного класу.

Приймемо таке припущення. Нехай число вимог першого потоку в черзі повинно не перевищувати числа $i = 3$, а другого $k = 3$. Тоді система (1) набуде вигляду:

$$
\begin{aligned}
&-(\lambda_1+\lambda_2)P_{0,0}+\mu_1 Q_{0,1}+\mu_2 P_{1,0}=0\\
&-(\lambda_1+\lambda_2+\mu_2)P_{1,0}+\mu_1 Q_{1,1}+\mu_2 P_{2,0}+\lambda_2 P_{0,0}=0\\
&-(\lambda_1+\lambda_2+\mu_2)P_{2,0}+\mu_1 Q_{2,1}+\mu_2 P_{3,0}+\lambda_2 P_{1,0}=0\\
&-(\lambda_1+\mu_2)P_{3,0}+\mu_1 Q_{3,1}+\lambda_2 P_{2,0}=0\\
&-(\lambda_1+\lambda_2+\mu_2)P_{1,1}+\lambda_1 P_{1,0}=0\\
&-(\lambda_1+\lambda_2+\mu_2)P_{1,2}++\lambda_1 P_{1,1}=0\\
&-(\lambda_2+\mu_2)P_{1,3}+\lambda_1 P_{1,2}=0\\
&-(\lambda_1+\lambda_2+\mu_2)P_{2,1}+\lambda_2 P_{1,1}+\lambda_1 P_{2,0}=0\\
&-(\lambda_1+\lambda_2+\mu_2)P_{2,2}+\lambda_2 P_{1,2}+\lambda_1 P_{2,1}=0\\
&-(\lambda_2+\mu_2)P_{2,3}+\lambda_2 P_{1,3}+\lambda_1 P_{2,2}=0\\
&-(\lambda_1+\mu_2)P_{3,1}+\lambda_2 P_{2,1}+\lambda_1 P_{3,0}=0\\
&-(\lambda_1+\mu_2)P_{3,2}+\lambda_2 P_{2,2}+\lambda_1 P_{3,1}=0\\
&-\mu_2 P_{3,3}+\lambda_2 P_{2,3}+\lambda_1 P_{3,2}=0\\
&-(\lambda_1+\lambda_2+\mu_1)Q_{0,1}+\mu_1 Q_{0,2}+\mu_2 P_{1,1}+\lambda_1 P_{0,0}=0\\
&-(\lambda_1+\lambda_2+\mu_1)Q_{0,2}+\mu_1 Q_{0,3}+\mu_2 P_{1,2}+\lambda_1 Q_{0,1}=0\\
&-(\lambda_2+\mu_1)Q_{0,3}+\mu_2 P_{1,3}+\lambda_1 Q_{0,2}=0\\
&-(\lambda_1+\lambda_2+\mu_1)Q_{1,1}+\mu_1 Q_{1,2}+\mu_2 P_{2,1}+\lambda_2 Q_{0,1}=0\\
&-(\lambda_1+\lambda_2+\mu_1)Q_{1,2}(t)+\mu_1 Q_{1,3}+\mu_2 P_{2,2}+\lambda_2 Q_{0,2}+\lambda_1 Q_{1,1}=0\\
&-(\lambda_2+\mu_1)Q_{1,3}+\mu_2 P_{2,3}+\lambda_2 Q_{0,3}+\lambda_1 Q_{1,2}=0\\
&-(\lambda_1+\lambda_2+\mu_1)Q_{2,1}+\mu_1 Q_{2,2}+\mu_2 P_{3,1}+\lambda_2 Q_{1,1}=0\\
&-(\lambda_1+\lambda_2+\mu_1)Q_{2,2}(t)+\mu_1 Q_{2,3}+\mu_2 P_{3,2}+\lambda_2 Q_{1,2}+\lambda_1 Q_{2,1}=0\\
&-(\lambda_2+\mu_1)Q_{2,3}+\mu_2 P_{3,3}+\lambda_2 Q_{1,3}+\lambda_1 Q_{2,2}=0\\
&-(\lambda_1+\mu_1)Q_{3,1}+\mu_1 Q_{3,1}+\lambda_2 Q_{2,1}=0\\
&-(\lambda_1+\mu_1)Q_{3,2}+\mu_1 Q_{3,3}+\lambda_1 Q_{3,1}+\lambda_2 Q_{2,2}=0\\
&-\mu_1 Q_{3,3}+\lambda_1 Q_{3,2}+\lambda_2 Q_{2,3}=0
\end{aligned}
\qquad (4)
$$

Додамо до системи (4) умову нормування $\sum_{n=0}^{n_1}\sum_{m=0}^{m_1}\left(P_{n,m}+Q_{n,m}\right)=1$. Виразимо, з умови нормування системи (4) $P_{0,0}$ і підставимо його у перше рівняння (2). Отримаємо:

$$-\left(\lambda_1+\lambda_2\right)(1-P_{0,1}-P_{0,2}-P_{0,3}\ldots-Q_{3,1}-Q_{3,2}-Q_{33})+\mu_1 Q_{0,1}+\mu_2 P_{1,0}=0\,.$$

Так, як ліва частина системи (4) дорівнює нулю, то перше рівняння набуде вигляду

$$.\left(\lambda_1+\lambda_2\right)(P_{0,1}+P_{0,2}+P_{0,3}\ldots+Q_{3,1}+Q_{3,2}+Q_{33})+\mu_1 Q_{0,1}+\mu_2 P_{1,0}=\left(\lambda_1+\lambda_2\right).$$

Тоді, система (4) перетвориться в систему:

$$\begin{cases}\left(\lambda_1+\lambda_2\right)(P_{0,1}+P_{0,2}+P_{0,3}\ldots+Q_{3,1}+Q_{3,2}+Q_{33})+\mu_1 Q_{0,1}+\mu_2 P_{1,0}=(\\ \\ -\left(\lambda_1+\lambda_2+\mu_2\right)P_{1,0}+\mu_1 Q_{1,1}+\mu_2 P_{2,0}+\lambda_2 P_{0,0}=0 \\ -\left(\lambda_1+\lambda_2+\mu_2\right)P_{2,0}+\mu_1 Q_{2,1}+\mu_2 P_{3,0}+\lambda_2 P_{1,0}=0 \\ \vdots \\ -\left(\lambda_1+\mu_1\right)Q_{3,1}+\mu_1 Q_{3,1}+\lambda_2 Q_{2,1}=0 \\ -\left(\lambda_1+\mu_1\right)Q_{3,2}+\mu_1 Q_{3,3}+\lambda_1 Q_{3,1}+\lambda_2 Q_{2,2}=0 \\ -\mu_1 Q_{3,3}+\lambda_1 Q_{3,2}+\lambda_2 Q_{2,3}=0\end{cases} \tag{5}$$

Отримаємо оператор виду $A\ \cdot\vec{P}=\vec{B}$, де $\vec{B}$ — вектор вільних членів вигляду

$$\vec{B}=\begin{pmatrix}\lambda_1+\lambda_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0\end{pmatrix}.$$

Матриця A складається з коефіцієнтів при невідомих системи (5), тобто у першому рядку використовується умова нормування.

Звідси, розв'язок системи (5) набуває вигляду

$$\vec{P}=A^{-1}\vec{B}\,. \tag{6}$$

Підставивши вхідні дані в (6), отримаємо множину рішень для певних станів системи (табл. 1).

Тоді математичне сподівання — середня кількість вимог першого та другого потоків, що перебувають у системі, будуть мати значення:

$$M_1 = \sum_{i=0}^{3} iP_{i,k} + \sum_{i=0}^{3} iQ_{i,k} = 1{,}601 \text{ у.о.},$$

$$M_2 = \sum_{k=0}^{3} kP_{i,k} + \sum_{k=0}^{3} kQ_{i,k} = 2{,}032 \text{ у.о.}$$

Отримані дані значно перевищують результати, які знайдено за допомогою аналітичного методу, а отже необхідно збільшити розмір черги та повторити алгоритм розв’язку системи рівнянь.

Таблиця 1

ІМОВІРНІСНИЙ ПРОГНОЗ ФУНКЦІОНУВАННЯ ПІДПРИЄМСТВА НА ФАЗІ ПРИЙОМУ ДВОХ ПОТОКІВ ЗЕРНОВИХ КУЛЬТУР У СТАЦІОНАРНОМУ РЕЖИМІ РОБОТИ.

Стан	Ймовірність	Стан	Ймовірність	Стан	Ймовірність	Стан	Ймовірність	Стан	Ймовірність
$P_{0,0}$	0,4336	$P_{1,2}$	0,0029	$P_{3,1}$	0,012	$Q_{0,3}$	0,0021	$Q_{2,2}$	0,0089
$P_{1,0}$	0,1837	$P_{1,3}$	0,0004	$P_{3,2}$	0,0029	$Q_{1,1}$	0,0362	$Q_{2,3}$	0,0026
$P_{2,0}$	0,0843	$P_{2,1}$	0,0163	$P_{3,3}$	0,0008	$Q_{1,2}$	0,011	$Q_{3,1}$	0,0134
$P_{3,0}$	0,0393	$P_{2,2}$	0,0028	$Q_{0,1}$	0,0765	$Q_{1,3}$	0,0025	$Q_{3,2}$	0,0073
$P_{1,1}$	0,023	$P_{2,3}$	0,0005	$Q_{0,2}$	0,0127	$Q_{2,1}$	0,0221	$Q_{3,3}$	0,0025

Збільшимо обсяг черги до п’яти одиниць, тобто число вимог першого потоку в черзі повинно не перевищувати числа $i = 5$, а другого $k = 5$. Тоді кількість рівнянь системи (1) зросте до числа 61. Використовуючи вирази (5) і (6), отримаємо числові результати (табл. 2).

Із яких, математичні сподівання:

$$M_1 = \sum_{i=0}^{5} iP_{i,k} + \sum_{i=0}^{5} iQ_{i,k} = 0{,}347 \text{ у.о.}$$

$$M_2 = \sum_{k=0}^{5} kP_{i,k} + \sum_{k=0}^{5} kQ_{i,k} = 0{,}981 \text{ у.о.}$$

Аналогічно, збільшимо обсяг черги до шести одиниць, тобто число вимог першого потоку в черзі повинно не перевищувати числа $i = 6$, а другого $k = 6$. Кількість рівнянь системи (1) зросте до 85.

Таблиця 2

ІМОВІРНІСНИЙ ПРОГНОЗ ФУНКЦІОНУВАННЯ ПІДПРИЄМСТВА НА ФАЗІ ПРИЙОМУ ДВОХ ПОТОКІВ ЗЕРНОВИХ КУЛЬТУР У СТАЦІОНАРНОМУ РЕЖИМІ РОБОТИ.

Стан	Імовірність	Стан	Імовірність	Стан	Імовірність	Стан	Імовірність	Стан	Імовірність	Стан	Імовірність	Стан	Імовірність
$P_{0,0}$	0,4099	$P_{1,4}$	0	$P_{3,3}$	0,0003	$P_{5,2}$	0,0009	$Q_{1,1}$	0,0341	$Q_{2,5}$	0,0001	$Q_{4,4}$	0,0003
$P_{1,0}$	0,1737	$P_{1,5}$	0	$P_{3,4}$	0,0001	$P_{5,3}$	0,0002	$Q_{1,2}$	0,0103	$Q_{3,1}$	0,0106	$Q_{4,5}$	0,0001
$P_{2,0}$	0,0798	$P_{2,1}$	0,0154	$P_{3,5}$	0	$P_{5,4}$	0,0001	$Q_{1,3}$	0,0023	$Q_{3,2}$	0,0047	$Q_{5,1}$	0,0047
$P_{3,0}$	0,0397	$P_{2,2}$	0,0026	$P_{4,1}$	0,0048	$P_{5,5}$	0	$Q_{1,4}$	0,0005	$Q_{3,3}$	0,0014	$Q_{5,2}$	0,0028
$P_{4,0}$	0,021	$P_{2,3}$	0,0004	$P_{4,2}$	0,001	$Q_{0,1}$	0,0723	$Q_{1,5}$	0,0001	$Q_{3,4}$	0,0004	$Q_{5,3}$	0,0012
$P_{5,0}$	0,0109	$P_{2,4}$	0,0001	$P_{4,3}$	0,0002	$Q_{0,2}$	0,0119	$Q_{2,1}$	0,0186	$Q_{3,5}$	0,0001	$Q_{5,4}$	0,0004
$P_{1,1}$	0,0217	$P_{2,5}$	0	$P_{4,4}$	0	$Q_{0,3}$	0,0019	$Q_{2,2}$	0,0072	$Q_{4,1}$	0,0068	$Q_{5,5}$	0,0001
$P_{1,2}$	0,0027	$P_{3,1}$	0,0088	$P_{4,5}$	0	$Q_{0,4}$	0,0003	$Q_{2,3}$	0,002	$Q_{4,2}$	0,0033		
$P_{1,3}$	0,0003	$P_{3,2}$	0,0018	$P_{5,1}$	0,0034	$Q_{0,5}$	0	$Q_{2,4}$	0,0005	$Q_{4,3}$	0,0011		

Основні операційні характеристики системи, а саме імовірність простою системи та середня кількість вимог першого та другого потоків, що перебувають у системі зменшиться до таких значень:

$$P_{0,0} = 0{,}4057\,;$$

$$M_1 = \sum_{i=0}^{6} iP_{i,k} + \sum_{i=0}^{6} iQ_{i,k} = 0{,}183\,\text{у.о.};$$

$$M_2 = \sum_{k=0}^{6} kP_{i,k} + \sum_{k=0}^{6} kQ_{i,k} = 0{,}473\,\text{у.о.}$$

Збільшимо обсяг черги до восьми одиниць, тобто число вимог першого потоку в черзі повинно не перевищувати числа $i = 8$, а другого $k = 8$. Кількість рівнянь системи (1) зросте до 145. Імовірність простою системи та середня кількість вимог першого та другого потоків, що перебувають у системі, зменшиться до:

$$P_{0,0} = 0{,}4\,,$$

$$M_1 = \sum_{i=0}^{8} iP_{i,k} + \sum_{i=0}^{8} iQ_{i,k} = 0{,}085\,\text{у.о.},$$

$$M_2 = \sum_{k=0}^{8} kP_{i,k} + \sum_{k=0}^{8} kQ_{i,k} = 0{,}357\,\text{у.о.}$$

Динаміку зміни основних операційних характеристик системи (1) залежно від розміру черги наведено на рис. 2 та 3.

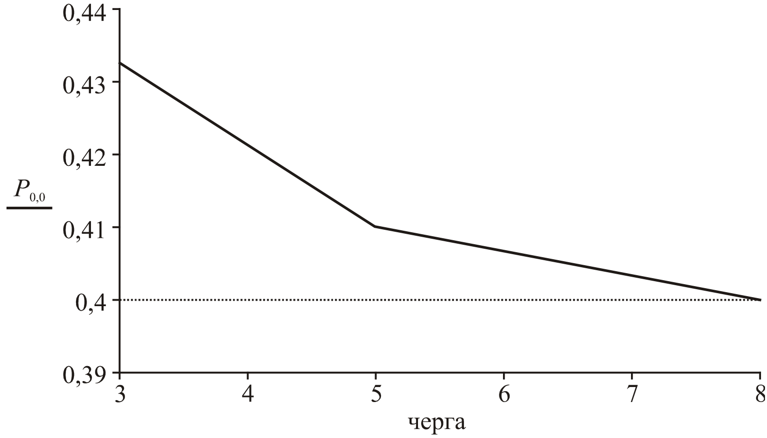

Рис. 2. Динаміка зміни імовірності простою підприємства, залежно від розміру черги

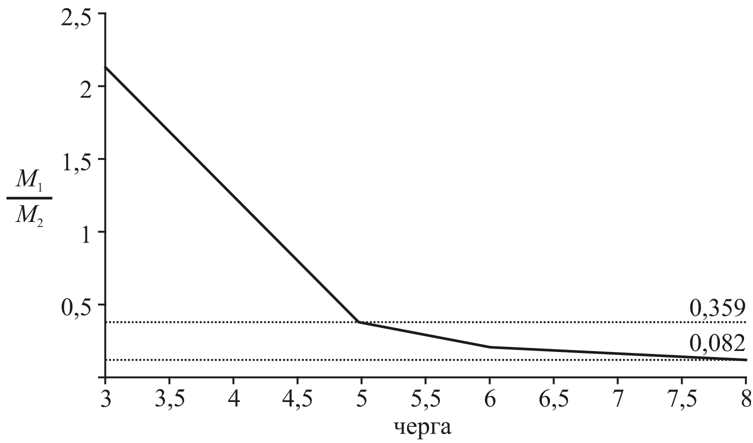

Рис. 3. Динаміка зміни середньої кількості вимог, які перебувають у системі, залежно від розміру черги

Тобто, при загальному розмірі черги у вісім умовних одиниць, значення основних операційних характеристик збігаються, система знаходиться у стаціонарному режимі функціонування .

Висновки. На прикладі елеватора (зернопереробного підприємства), як моделі СМО, показано основну складність застосування аналітичного методу для отримання системних характеристистик функціонування та доведено, що основні операційні характеристики системи залежно від розміру черги можна легко знайти використовуючи чисельний метод розв'язку. Очевидно, що при збільшенні кількості потоків вимог значно зростають труднощі, які пов'язані із великими по обсягу математичними перетвореннями при одержанні явних виразів для імовірнісних твірних функцій. А при кількості потоків від двох і більш і збільшення каналів обслуговування, імовірнісна модель набуває такого вигляду, що одержати вирази для твірних функцій стає майже неможливо. У цьому випадку застосування аналітичного методу стає неефективним. Використання ж чисельного методу є більш прийнятним і привабливим.

Література

1. *Матальіцкий М. А., Тихоненко О. М,. Колузаева Е. В.* Системы и сети массового обслуживания: анализ и применения: Монография. — Учреждение образования «Гродненский государственный університет имени Янки Купалы», 2011. — 819 с.

2. *Жлуктенко В. І., Бєгун А. В.* Стохастичні моделі в економіці: Монографія. — К.: КНЕУ, 2005. — 352 с.

3. *Аленичев А. В.* Система массового обслуживания с динамической маршрутизацией и распределением Вейбулла времени обслуживания // Информационные процессы. — Т. 5. — № 5. — 2005. — С. 432—442.

Стаття надійшла до редакції 19.04.2013 р.

УДК 519.876.2:004.4

А. В. Бєгун, к.е.н., доцент,
ДВНЗ «КНЕУ імені Вадима Гетьмана»

ОСОБЛИВОСТІ ПЕРЕВІРКИ ВЛАСТИВОСТЕЙ БЕЗПЕКИ ПРОГРАМ МЕТОДОМ СТАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

АНОТАЦІЯ. Стаття присвячена аналізу розвитку засобів безпеки програмних систем. Основну увагу приділено перевірки програмних продуктів методом статичного аналізу, який дозволяє розпізнавати властивості обчислень програм без проведення тестових експериментів.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: властивість програми, безпека програм, методи аналізу, статичний аналіз програм, решітка, потоки даних.