УДК 330.51

Ігнатова Ю. В.,
старший викладач кафедри економіко-математичного моделювання
Київський національний економічний університет
імені Вадима Гетьмана

ВИКОРИСТАННЯ ТЕОРІЇ СИСТЕМ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ В ІНФОРМАЦІЙНІЙ СИСТЕМІ ОПТИМІЗАЦІЇ ПРОЦЕСІВ ЛОГІСТИКИ

АНОТАЦІЯ. У сільському господарстві робота елеватора може бути класифікована як багатоканальна система масового обслуговування з очікуванням. У статті розглянуто багатоканальну одноетапну модель роботи елеватора в стаціонарному режимі, а також запропоновано кілька шляхів знаходження основних параметрів моделі. Здійснено порівняння методів розв'язку моделі.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: елеватор, система масового обслуговування, стохастична модель.

АННОТАЦИЯ. В сельском хозяйстве работа элеватора может быть классифицирована как многоканальная система массового обслуживания с ожиданием. В статье предложена многоканальная одноэтапная модель работы элеватора в стационарном режиме и приведено несколько методов нахождения основных параметров модели. Проведено сравнение предложенных методов решения.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: элеватор, система массового обслуживания, стохастическая модель.

ABSTRACT. In agriculture, working elevator can be classified as multi-channel queuing system with waiting. This article proposes a multi-phased model in the steady state. There are the several ways of finding the model parameters in the article and the comparison of the proposed method for solving the model.

KEY WORDS: elevator, queuing systems, stochastic model.

У сільському господарстві робота елеватора може бути класифікована як багатоканальна система масового обслуговування з очікуванням (чергою), в якій заявка, що надійшла в момент, коли всі канали обслуговування зайняті, стає в чергу і чекає, поки не звільниться один з каналів. Елеватор є системою з обмеженим очікуванням, при цьому черга може обмежуватися як довжиною черги, так і часом очікування.

«Завдання планування логістики на елеваторі зводяться до оптимального (максимально можливого) завантаження елеватора (оптимальне використання обладнання), а також максимальної швидкості обслуговування клієнта (збільшення інтенсивності обслуговування)» [1].

У процесі моделювання роботи елеватора для розрахунку показників роботи використовуються такі характеристики СМО, відповідно [4, с.143]:

— інтенсивність надходження заявок у систему;
— інтенсивність обслуговування.

Деякими прикладами показників роботи елеватора є:

• ймовірність відмови в обслуговуванні заявки;
• відносна пропускна здатність системи;
• абсолютна пропускна здатність;
• середнє число що знаходяться в системі заявок;
• середній час перебування заявки в системі;
• середня тривалість перебування клієнта (заявки) в черзі;
• середня кількість заявок (клієнтів) у черзі (довжина черги).

Розгляд елеватора в якості СМО на сьогоднішній день є досить популярним і широко використовується в роботах [1—7]. Такий підхід дозволяє використовувати показники роботи елеватора в якості критеріїв, які допомагають аналізувати наслідки зміни стратегії роботи елеватора (наприклад, при зміні стратегії з «мінімальне середнє час обслуговування» на «мінімальне середнє число заявок у черзі»). Отримані дані показників (в якості результату моделювання) дозволяють точшені складати прогнози і плани на майбутні періоди роботи підприємства.

Отже, представимо елеватор як СМО, що має «*k*» каналів обслуговування, до якої надходить пуассонівський потік вимог на обробку зернових культур (прийом зернових) із параметром λ, і при цьому інтенсивність обслуговування кожної вимоги є величиною, яка має експоненціальний закон розподілу ймовірностей із параметром μ. Докладніше роботу елеватора представлено на рис. 1.

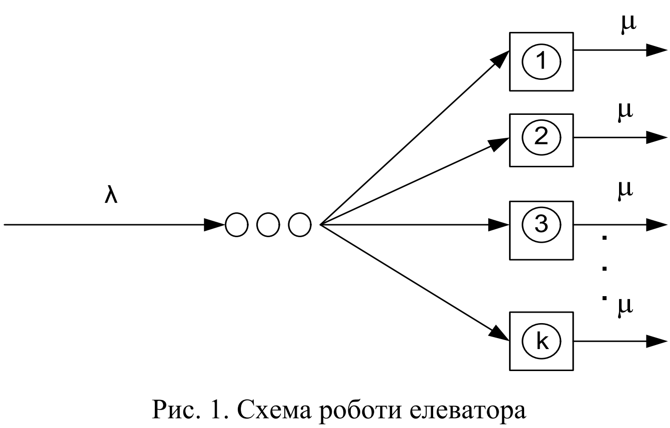

Рис. 1. Схема роботи елеватора

Стохастичну модель роботи елеватора в динамці представлено системою однорідних лінійних диференційних рівнянь:

$$
\begin{cases}
P_{0(0)}^{/}(t) = -\lambda P_{0(0)}(t) + \mu P_{0(1)}(t) \\
P_{0(1)}^{/}(t) = -(\lambda + \mu) P_{0(1)}(t) + \lambda P_{0(0)}(t) + 2\mu P_{0(2)}(t) \\
P_{0(2)}^{/}(t) = -(\lambda + 2\mu) P_{0(2)}(t) + \lambda P_{0(1)}(t) + 3\mu P_{0(3)}(t) \\
\vdots \\
P_{0(k)}^{/}(t) = -(\lambda + k\mu) P_{0(k)}(t) + \lambda P_{0(k-1)}(t) + k\mu P_{1(k)}(t) \\
P_{1(k)}^{/}(t) = -(\lambda + k\mu) P_{1(k)}(t) + \lambda P_{0(k)}(t) + k\mu P_{2(k)}(t) \\
P_{2(k)}^{/}(t) = -(\lambda + k\mu) P_{2(k)}(t) + \lambda P_{1(k)}(t) + k\mu P_{3(k)}(t) \\
P_{3(k)}^{/}(t) = -(\lambda + k\mu) P_{3(k)}(t) + \lambda P_{2(k)}(t) + k\mu P_{4(k)}(t) \\
\vdots \\
P_{m-1(k)}^{/}(t) = -(\lambda + k\mu) P_{m-1(k)}(t) + \lambda P_{m-2(k)}(t) + k\mu P_{m(k)}(t) \\
P_{m(k)}^{/}(t) = -(\lambda + k\mu) P_{m(k)}(t) + \lambda P_{m-1(k)}(t) + k\mu P_{m+1(k)}(t) \\
\vdots
\end{cases}
\qquad (1)
$$

де $P_{m(k)}$ — імовірність того, що в момент часу t елеватор обслуговує k-вимог і m-вимог очікують на обслуговування — перебувають у черзі.

Із моделі, представленої системою диференційних рівнянь, випливає, що черга на обслуговування утворюється в момент часу t, коли всі k каналів будуть зайнятими. При цьому в момент певного часу t може обслуговуватися каналом лише одна вимога.

У стаціонарному режимі модель (1) матиме вигляд:

$$
\begin{cases}
\lambda P_{0(0)} = \mu P_{0(1)} \\
(\lambda + \mu) P_{0(1)} = \lambda P_{0(0)} + 2\mu P_{0(2)} \\
(\lambda + 2\mu) P_{0(2)} = \lambda P_{0(1)} + 3\mu P_{0(3)} \\
\vdots \\
(\lambda + k\mu) P_{0(k)} = \lambda P_{0(k-1)} + k\mu P_{1(k)} \\
(\lambda + k\mu) P_{1(k)} = \lambda P_{0(k)} + k\mu P_{2(k)} \\
(\lambda + k\mu) P_{2(k)} = \lambda P_{1(k)} + k\mu P_{3(k)} \\
(\lambda + k\mu) P_{3(k)} = \lambda P_{2(k)} + k\mu P_{4(k)} \\
\vdots \\
(\lambda + k\mu) P_{m-1(k)} = \lambda P_{m-2(k)} + k\mu P_{m(k)} \\
-(\lambda + k\mu) P_{m(k)} = \lambda P_{m-1(k)} + k\mu P_{m+1(k)} \\
\vdots
\end{cases}
\qquad (2)
$$

Визначимо ймовірності $P_{0(k)}$ із системи (2), тобто ймовірності станів системи при відсутності черги:

$$P_{0(1)} = \rho P_{0(0)},\ P_{0(2)} = \frac{\rho^2}{2} P_{0(0)},\ P_{0(3)} = \frac{\rho^3}{6} P_{0(0)},\ P_{0(4)} = \frac{\rho^4}{24} P_{0(0)},$$

$$P_{0(5)} = \frac{\rho^5}{120} P_{0(0)},\ \ldots,\ P_{0(k)} = \frac{\rho^k}{1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot k} P_{0(0)}, \text{ або } P_{0(1)} = \rho P_{0(0)},$$

$$P_{0(2)} = \frac{\rho^2}{2!} P_{0(0)},\ P_{0(3)} = \frac{\rho^3}{3!} P_{0(0)},\ P_{0(4)} = \frac{\rho^4}{4!} P_{0(0)},\ P_{0(5)} = \frac{\rho^5}{5!} P_{0(0)},\ \ldots,$$

$$P_{0(k)} = \frac{\rho^k}{k!} P_{0(0)}, \text{ де } \rho = \frac{\lambda}{\mu}.$$

Отже, $P_{0(k)} = \dfrac{\rho^k}{k!} P_{0(0)}$ (3)

При наявності черги імовірності станів $P_{m(k)}$ будуть мати такий вигляд:

$$P_{1(k)} = \frac{\rho^{k+1}}{k\cdot k!} P_{0(0)},\ P_{2(k)} = \frac{\rho^{k+2}}{k^2\cdot k!} P_{0(0)},\ P_{3(k)} = \frac{\rho^{k+3}}{k^3\cdot k!} P_{0(0)},$$

$$P_{4(k)} = \frac{\rho^{k+4}}{k^4\cdot k!} P_{0(0)},\ P_{5(k)} = \frac{\rho^{k+5}}{k^5\cdot k!} P_{0(0)},\ \ldots,\ P_{m(k)} = \frac{\rho^{k+m}}{k^m\cdot k!} P_{0(0)}.$$

Тобто, $P_{m(k)} = \dfrac{\rho^{k+m}}{k^m\cdot k!} P_{0(0)}$. (4)

Отже, всі ймовірності $P_{0(k)}, P_{m(k)}$ визначені із точністю до $P_{0(0)}$.

Для визначення $P_{0(0)}$ використаємо умову нормування:

$$\sum_{n=0}^{k} P_{0(n)} + \sum_{m=1}^{\infty} P_{m(k)} = 1.$$

Тоді,

$$P_{0(0)} + \rho P_{0(0)} + \frac{\rho^2}{2!} P_{0(0)} + \frac{\rho^3}{3!} P_{0(0)} + \frac{\rho^4}{4!} P_{0(0)} + \cdots + \frac{\rho^k}{k!} P_{0(0)} + \frac{\rho^{k+1}}{k\cdot k!} P_{0(0)}$$

$$+ \frac{\rho^{k+2}}{k^2\cdot k!} P_{0(0)} + \frac{\rho^{k+3}}{k^3\cdot k!} P_{0(0)} + \frac{\rho^{k+4}}{k^4\cdot k!} P_{0(0)} + \cdots + \frac{\rho^{k+m}}{k^m\cdot k!} P_{0(0)} + \cdots = 1;$$

$$P_{0(0)}((1+\rho+\frac{\rho^2}{2!}+\frac{\rho^3}{3!}+\frac{\rho^4}{4!}+\cdots+\frac{\rho^k}{k!})+$$
$$+\frac{\rho^k}{k!}(\frac{\rho}{k}+\frac{\rho^2}{k^2}+\frac{\rho^3}{k^3}+\frac{\rho^4}{k^4}+\cdots+\frac{\rho^{m-1}}{k^{m1}}+\cdots))=1.$$

При великих значеннях k суму ймовірностей $P_{0(k)}$ можна подати як:

$$1+\rho+\frac{\rho^2}{2!}+\frac{\rho^3}{3!}+\frac{\rho^4}{4!}+\cdots+\frac{\rho^k}{k!}\approx e^{\rho};$$

а суму ймовірностей $P_{m(k)}$:

$$\frac{\rho}{k}+\frac{\rho^2}{k^2}+\frac{\rho^3}{k^3}+\frac{\rho^4}{k^4}+\cdots+\frac{\rho^{m-1}}{k^{m1}}+\cdots=\frac{\frac{\rho}{k}}{1-\frac{\rho}{k}}=\frac{\rho}{k-\rho};$$

$$P_{0(0)}\cdot(e^{\rho}+\frac{\rho^k}{k!}\cdot\frac{\rho}{k-\rho})=1;$$

$$P_{0(0)}=\frac{k!(k-\rho)}{k!(k-\rho)e^{\rho}+\rho^{k+1}}.$$

Тоді, визначивши $P_{0(0)}$, знайдемо імовірності всіх станів системи:

$$P_{0(1)}=\rho\cdot\frac{k!(k-\rho)}{k!(k-\rho)e^{\rho}+\rho^{k+1}};$$

$$P_{0(2)}=\frac{\rho^2}{2!}\cdot\frac{k!(k-\rho)}{k!(k-\rho)e^{\rho}+\rho^{k+1}};$$

$$P_{0(3)}=\frac{\rho^3}{3!}\cdot\frac{k!(k-\rho)}{k!(k-\rho)e^{\rho}+\rho^{k+1}};$$

$$\vdots \tag{5}$$

$$P_{0(k)}=\frac{\rho^k}{k!}\cdot\frac{k!(k-\rho)}{k!(k-\rho)e^{\rho}+\rho^{k+1}};$$

$$P_{1(k)}=\frac{\rho^{k+1}}{k\cdot k!}\cdot\frac{k!(k-\rho)}{k!(k-\rho)e^{\rho}+\rho^{k+1}};$$

$$P_{2(k)} = \frac{\rho^{k+2}}{k^2 \cdot k!} \cdot \frac{k!(k-\rho)}{k!(k-\rho)e^{\rho} + \rho^{k+1}};$$

$$P_{3(k)} = \frac{\rho^{k+3}}{k^3 \cdot k!} \cdot \frac{k!(k-\rho)}{k!(k-\rho)e^{\rho} + \rho^{k+1}};$$

$$\vdots$$

$$P_{m(k)} = \frac{\rho^{k+m}}{k^m \cdot k!} \cdot \frac{k!(k-\rho)}{k!(k-\rho)e^{\rho} + \rho^{k+1}}.$$

Отже, розв'язуючи систему (2), методом вираження і підстановки в систему рівнянь члена $P_{0(0)}$, легко отримати математичне сподівання — середню кількість оброблених елеватором вимог:

$$M = \sum_{n=0}^{k} nP_{0(n)} + \sum_{m=1}^{\infty} mP_{m(k)} = \\ = \frac{k!(k-\rho)}{k!(k-\rho)e^{\rho} + \rho^{k+1}} \left(\sum_{n=0}^{k} n \frac{\rho^n}{n} + \frac{\rho^k}{k!} \sum_{m=1}^{\infty} m \cdot \frac{\rho^m}{k^m} \right). \quad (6)$$

Дану задачу можна розв'язати ефективнішим методом, а саме методом імовірнісних твірних функцій, який використаємо, починаючи з моменту часу *t*, коли починає утворюватись черга, а саме із стану $P_{1(k)}$.

Розв'яжемо систему (2) використовуючи метод імовірнісних твірних функцій. Для цього введемо імовірнісну твірну функцію $A(x) = \sum_{i=1}^{\infty} x^i \cdot P_{i(k)}$.

З системи (2), розглянемо тільки ті стани, в яких присутня черга:

$$\begin{cases} (\lambda + k\mu)P_{0(k)} = \lambda P_{0(k-1)} + k\mu P_{1(k)} \\ (\lambda + k\mu)P_{1(k)} = \lambda P_{0(k)} + k\mu P_{2(k)} \\ \vdots \\ (\lambda + k\mu)P_{m-1(k)} = \lambda P_{m-2(k)} + k\mu P_{m(k)} \\ -(\lambda + k\mu)P_{m(k)} = \lambda P_{m-1(k)} + k\mu P_{m+1(k)} \\ \vdots \end{cases}$$

У загальному випадку імовірнісна твірна функція для одного потоку має такий вигляд $A(x)=\sum_{i=1}^{\infty} x^i P_{i(k)}$. Тоді,

$$\begin{cases} (\lambda + k\mu)P_{0(k)} + (\lambda + k\mu)\sum_{i=1}^{\infty} x^i \cdot P_{i(k)} = \\ = \lambda P_{0(k-1)} + \lambda x \sum_{i=1}^{\infty} x^i \cdot P_{i(k)} + \frac{k\mu}{x}\sum_{i=1}^{\infty} x^i \cdot P_{i(k)} + \lambda x P_{0(k)}; \\ (\lambda + k\mu)P_{0(k)} + (\lambda + k\mu)A(x) = \lambda P_{0(k-1)} + \lambda x A(x) + \frac{k\mu}{x} A(x) + \lambda x P_{0(k)}; \\ \left(\lambda(1-x) + k\mu\left((1-\frac{1}{x}\right)\right)A(x) = \lambda(x-1)P_{0(k)} + \lambda P_{0(k-1)} - k\mu P_{0(k)}; \end{cases}$$

Так як $P_{0(k)}=\frac{\rho^k}{k!}P_{0(0)}$, а $P_{0(k-1)}=\frac{\rho^{k-1}}{(k-1)!}P_{0(0)}$, то

$$\lambda\frac{\rho^{k-1}}{(k-1)!}P_{0(0)} - k\mu\frac{\rho^k}{k!}P_{0(0)} = 0,$$

$$\frac{\rho^k}{(k-1)!}P_{0(0)} - \frac{\rho^k}{(k-1!}P_{0(0)} = 0.$$

Отримаємо, $\left(\lambda(1-x) + k\mu\left((1-\frac{1}{x}\right)\right)A(x) = \lambda(x-1)P_{0(k)}$.

Звідси, $A(x)=\frac{\rho \cdot x \cdot P_{0(k)}}{\rho(1-x)+k\left(\frac{x-1}{x}\right)} = \frac{\rho \cdot P_{0(k)}}{\frac{k}{x}-\rho} = \frac{\rho \cdot x \cdot P_{0(k)}}{k-\rho \cdot x}$.

Отже, $A(x)=\frac{\rho \cdot x \cdot P_{0(k)}}{k-\rho \cdot x}$.

$$A(1)=\frac{\rho \cdot P_{0(k)}}{k-\rho} = \frac{\rho}{k-\rho}\cdot\frac{\rho^k}{k!}\cdot P_{0(0)} = \frac{\rho^{k+1}}{(k-\rho)\cdot k!}\cdot P_{0(0)};$$

Тоді, із умови нормування випливає, що:

$$A(1) + e^{\rho}\cdot P_{0(0)} = 1;$$

$$\frac{\rho^{k+1}}{(k-\rho)\cdot k!}\cdot P_{0(0)}+e^{\rho}\cdot P_{0(0)}=1.$$

Отже, $P_{0(0)}=\dfrac{k!(k-\rho)}{k!(k-\rho)e^{\rho}+\rho^{k+1}}$; (7)

$$A^{/}(x)=\frac{\rho^{k+1}\cdot k!\cdot(k-\rho\cdot x)+\rho^{k+1}\cdot x\cdot k!\cdot\rho}{((k-\rho)\cdot k!)^2}\cdot P_{0(0)}=$$

$$=\frac{\rho^{k+1}\cdot k!\cdot k-k!\cdot\rho^{k+2}\cdot x+\rho^{k+2}\cdot x\cdot k!\cdot}{((k-\rho)\cdot k!)^2}\cdot P_{0(0)}=$$

$$=\frac{\rho^{k+1}\cdot k!\cdot k}{((k-\rho)\cdot k!)^2}\cdot P_{0(0)}=\frac{\rho^{k+1}\cdot k}{(k-\rho)^2\cdot k!}\cdot P_{0(0)};$$

$$A^{/}(x)=\frac{\rho^{k+1}\cdot k}{(k-\rho)^2\cdot k!}\cdot\frac{k!(k-\rho)}{(k!(k-\rho)e^{\rho}+\rho^{k+1})}=$$

$$=\frac{\rho^{k+1}\cdot k}{(k-\rho)}\cdot\frac{1}{(k!(k-\rho)e^{\rho}+\rho^{k+1})}=\frac{k\cdot\rho^{k+1}}{(k-\rho)\cdot((k-\rho)e^{\rho}+\rho^{k+1})};$$

А значить, розв'язуючи систему (2), методом імовірнісних твірних функцій отримаємо математичне сподівання — середню кількість оброблених елеватором вимог, враховуючи, що $M=A^{/}(1)$. Таким чином отримаємо:

$$M=\frac{k\cdot\rho^{k+1}}{(k-\rho)\cdot((k-\rho)e^{\rho}+\rho^{k+1})}+\sum_{m=1}^{k}mP_{0(m)}=$$

$$=\frac{k\cdot\rho^{k+1}}{(k-\rho)\cdot((k-\rho)e^{\rho}+\rho^{k+1})}+\frac{k\cdot\rho^{k+1}}{(k-\rho)\cdot((k-\rho)e^{\rho}+\rho^{k+1})}\times \quad (8)$$

$$\times(\rho+2\cdot\frac{\rho^2}{2!}+3\cdot\frac{\rho^3}{3!}+4\cdot\frac{\rho^4}{4!}+\cdots+k\cdot\frac{\rho^k}{k!})$$

Застосуємо зазначені результати на практиці. Так, встановимо такі початкові умови: нехай інтенсивність надходження зернових потоку складає 5 т/год. Інтенсивність обслуговування складає 10 т/год. Тоді, $\lambda=\dfrac{5}{60}$, $\mu=\dfrac{10}{60}$. Нехай $k=4$, $m=8$.

Використовуючи (3), імовірність простою елеватора $P_{0(0)} = 0{,}624$, а середня кількість вимог оброблених елеватором становитиме, за (6), $M = 0{,}513$.

Аналогічно використовуючи формули (7) і (8) отримаємо $P_{0(0)} = 0{,}624$ і $M = 0{,}513$.

Проте, якщо розв'язати систему (2) стандартним алгебраїчним методом, тобто, замінивши останній рядок системи (2) на умову нормування та використовуючи матричний метод розв'язку лінійних рівнянь отримаємо $P_{0(0)} = 0{,}606$ та $M = 0{,}506$.

Отже, застосування двох зазначених методів дає ідентичні результати, в той час як застосування матричного методу розв'язку для знаходження ймовірностей станів системи показує деяку розбіжність. У той же час використання аналітичних методів розв'язку є досить важким, а в деяких випадках неможливим для застосування. А значить необхідно підбирати метод дослідження ймовірнісних моделей, виходячи із їх структурних особливостей.

У переважній більшості випадків на практиці системи масового обслуговування є багатоканальними, і, отже, моделі з k обслуговуючими каналами становлять безсумнівний інтерес. У даній роботі на прикладі елеватора було показано, яким чином теоретичні дослідження можуть бути використані на практиці.

Використання теорії систем масового обслуговування спільно з системами моделювання відкриває нові можливості аналізу інформації та побудови точніших моделей, які найадекватніше описують реальні об'єкти навколишнього світу.

Література

1. *Аксенов К. А., Попов А. В*. Использование теории систем массового обслуживания в информационной системе оптимизации процессов логистики в автомобильном бизнесе // Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов: Научно-электрон. журнал, 2008. — http://jurnal.org/articles/2008/inf10.html

2. *Вентцель А. Д*. Курс теории случайных процесов / 2-е изд., доп. — М. : Наука. Физматлит, 1996. — 400 с.

3. *Жлуктенко В. І., Наконечний С. І., Савіна С. С.* Стохастичні процеси та моделі в економіці, соціології, екології : навч. посібник. — К. : КНЕУ, 2002. — 226 с.

4. *Жлуктенко В. І., Бєгун А. В*. Стохастичні моделі в економіці : монографія. — К. : КНЕУ, 2005.—352 с.

5. *Клейнрок Л*. Теория массового обслуживания : пер. с англ. / Пер. И. И. Грушко; ред. В. И. Нейман. — М. : Машиностроение, 1979. — 432 с.

6. *Пунков С. П., Стародубцева А. И.* Хранение зерна // Элеваторно-складское хозяйство и зерносушение. — М. : Агропромиздат, 1990.

7. *Саати Т. Л.* Элементы теории массового обслуживания и ее приложения. — М. : Советское радио; 1965. — 510 с.

Стаття надійшла до редакції 12.06.2014 р.

УДК 519.8(075)

Манжос Т. В., к.ф.-м.н., доцент кафедри вищої математики,
Мельник О. О., к.ф.-м.н.,
старший викладач кафедри вищої математики,
Луцишина Ж. В., доктор філософії в галузі економіки,
старший викладач кафедри вищої математики,
Київський національний економічний університет
імені Вадима Гетьмана

ОПТИМАЛЬНІ ЦІНОВІ СТРАТЕГІЇ У МОДЕЛЮВАННІ ПОПИТУ НА ІННОВАЦІЙНИЙ ПРОДУКТ

АНОТАЦІЯ. Вивчено питання прогнозування попиту на інноваційний продукт. Зважаючи на відсутність статистичних даних із минулих періодів, побудовано модель росту попиту на основі моделі дифузії Басса. Досліджено вплив цінового фактору на швидкість росту попиту на інноваційний продукт; побудовано оптимальні цінові стратегії у деяких частинних випадках. Теоретичний матеріал проілюстровано числовими прикладами.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: дифузія інновацій, модель Басса, оптимальна цінова стратегія.

АННОТАЦИЯ. Исследуется задача прогнозирования спроса на инновационный продукт. Учитывая отсутствие статистических данных из предыдущих периодов, построена модель роста спроса на основании модели диффузии Басса. Исследовано влияние ценового фактора на скорость роста спроса на инновационный продукт; построены оптимальные ценовые стратегии в некоторых отдельных случаях. Теоретический материал проиллюстрирован числовыми примерами.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: диффузия инноваций, модель Басса, оптимальная ценовая стратегия.

ABSTRACT. We study the question of forecasting the demand for a new product. Given the lack of historical data of demand the diffusing model of innovation is finding on the base of the Bass model. The influence of price factor on the rate of demand for a new product is investigated. The optimal price strategies are built in some cases. Numerical examples are given to illustrate the model.

KEY WORDS: diffusion of innovations, the Bass model, optimal pricing policy.

Постановка проблеми й аналіз основних джерел. Процес виведення на ринок інноваційних продуктів пов’язаний зі знач-