

АНАЛІЗ ПРИНЦИПІВ ТА МЕТОДІВ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ОБЕРНЕНИХ ЗАДАЧ ФІЛЬТРАЦІЇ В СИСТЕМАХ ЗАХИСТУ МЕЛІОРОВАНИХ ТЕРИТОРІЙ ВІД ПІДТОПЛЕННЯ

В.П. КОВАЛЬЧУК

Інститут гідротехніки і меліорації УААН

Наведено аналіз принципів та методів розв'язування обернених задач фільтраційних процесів з позицій застосування ідентифікованих моделей в системах захисту територій від підтоплення.

Постановка задачі. У сучасних умовах математичні моделі геофільтраційних процесів широко використовуються в задачах прогнозування, аналізу зміни стану, розрахунку дренажних систем [1–4], управління процесом об'єм відкачаних вод — зміна рівня ґрунтових вод [5], що є вихідною інформацією для оцінки ефективності дренажних систем та управлінням в системах захисту від підтоплення сільськогосподарських угідь та сільських населених пунктів [1, 4, 6–8].

Моделювання є відображенням з певною точністю об'єктивної реальності процесів, що протікають на певному об'єкті. Об'єкт і процеси можна відобразити або описати моделями, які спираються на ті чи інші його особливості, враховують певну гіпотезу фільтрації.

На етапі складання вихідної теоретичної моделі гідрогеологічного об'єкта рекомендовано проводити оцінку елементів моделі — законів руху і рівнянь стану з їхнім математичним описом, граничних і початкових умов, просторової й часової зміни параметрів перенесення підземних вод та їхніх джерел

© В.П. Ковальчук, 2009

Меліорація і водне господарство. 2009. Вип. 97

або стоків. В основу методів геофільтраційних розрахунків повинна бути покладена модель, максимально наближена до реальних фільтраційних процесів у ґрунті, що передбачає створення теоретико-емпіричних моделей.

Етап уточнення параметрів вихідної теоретичної моделі включає проведення додаткових польових та лабораторних експериментів, а також розв'язок обернених задач [9]. Підкреслено [10], що серед методів оцінки достовірності вихідної моделі гідрогеологічних процесів, достатності вихідних даних розв'язування обернених задач дає позитивний ефект.

Таким чином, побудова моделі безпосередньо пов'язана з важливим етапом математичного моделювання – вибором принципів та методів розв'язування обернених задач [11] для визначення фільтраційних параметрів.

Принципи розв'язування обернених задач. У теоретичному аспекті при моделюванні ґрунтових процесів (волого-, соле-, теплоперенесення тощо) доводиться розв'язувати два типи задач [9,11–13]: прямі задачі – розв'язування крайових задач для диференціальних рівнянь у частинних похідних при заданих коефіцієнтах рівнянь і крайових умовах; обернені задачі моделювання – визначення параметрів (коефіцієнтів) диференціального рівняння або параметрів граничних умов за даними розв'язків диференціальних рівнянь. Ґрунтовий процес зазвичай описується диференціальним рівнянням [11]:

$$L(P, K) = 0, \quad (1)$$

де L – деякий оператор; P – характеристика розв'язків рівняння; K – коефіцієнти рівняння. Тоді обернена задача полягає в знаходженні коефіцієнтів K за даними розв'язків P . Розв'язки в даному разі – це спостереження певної величини процесу (вологості, температури тощо).

У більш широкому сенсі обернену задачу можна сформулювати як задачу ідентифікації коефіцієнтів середовища за даними спостережень функції фільтраційного потоку, лабораторного аналізу зразків ґрунту (для визначення ко-

ефіцієнта фільтрації і вологоперенесення), аналізу фізичних властивостей ґрунту, його структури (для визначення теплоємності та теплопровідності), з яких визначаються коефіцієнти рівнянь [13].

Під динамічними функціями, наприклад фільтраційного потоку, будемо розуміти функції, що диференціюються в рівняннях, тобто напір H , тиск p , концентрацію c , рівень ґрунтових вод h та ін. Характеристиками середовища є коефіцієнти математичної моделі фільтрації — коефіцієнти диференціальних рівнянь і крайових умов.

З нашої точки зору, є кілька принципів підходів до визначення коефіцієнтів ґрунтових процесів: на основі аналітичних розв'язків диференціального рівняння; з використанням лабораторних дослідів, теоретичних та натурних оцінок зразків ґрунту [13]; ідентифікація невідомих параметрів на основі їхніх різницевого рівнянь; ідентифікація параметрів диференціального рівняння на основі інтегральних перетворень за даними спостережень [11]. Для кожного з принципів підходів розроблено методи розв'язування обернених задач.

Методи визначення фільтраційних параметрів на основі аналітичних розв'язків диференціальних рівнянь. У простих випадках розв'язок диференціального рівняння знаходять аналітично, тоді параметри (коефіцієнти) можуть бути виражені через відомі (спостережувані або вимірювані) параметри процесу.

Як відомо, технологія проведення дослідів у фільтраційних задачах вирізняється значною трудомісткістю. Одержання точок заміру динамічних функцій фільтраційних потоків пов'язано з обладнанням спостережних свердловин, тобто обходиться досить дорого. Тому інформація про фільтраційні потоки часто обмежена. Останнє викликає необхідність при ідентифікації невідомих параметрів використовувати теоретичні розв'язки. При цьому достатньо знати лише кілька значень експериментальних функцій, щоб одержати певне значення параметра [11]. У відомих роботах [3, 14–16] було закладено основи сучасної гідродинамічної теорії свердловин.

При обробці даних дослідних відкачок спостерігаються два режими — усталений і неусталений. Тому методи визначення гідрогеологічних параметрів різняться для кожного з цих режимів.

Так за неусталеної фільтрації величина пониження S_{rt} є функцією часу t в кожній точці радіусу r [2]. Для моделювання пониження в часі і просторі скористаємось формулою Ч.В. Тейса — М. Маскета:

$$S_{rt} = \frac{Q}{4\pi T} \left[-E_i \left(-\frac{r^2}{4at} \right) \right] \approx i \cdot \ln \left(\frac{2,25at}{r^2} \right). \quad (2)$$

Величина i розраховується відповідно за формулами:

$$i = \frac{Q}{4\pi T} = \frac{S_{rt2} - S_{rt1}}{\ln \left(\frac{t_2}{t_1} \right)} = \text{const}, \quad (3)$$

де тангенс кута нахилу графіка часового простежування рівня $S_{rt} = f(\ln(t))$ або $S_{rt} = f(\lg t)$ до осі $\ln t$ або $\lg t$ в точці r ; a — коефіцієнт п'єзопровідності; S_{rt} — пониження рівня в точці r на момент часу t при даному дебіті свердловини $Q = \text{const}$.

Величини S_{rt} є тими експериментальними значеннями функцій, які використовуються при визначенні невідомих коефіцієнтів за даними спостережень, тобто при розв'язуванні обернених задач.

Даний напрямок є подальшим розвитком робіт М. Хантуша [14–15], методи визначення фільтраційних параметрів викладено в оглядовій роботі [3]. Хантушем [15] одержано розв'язок задачі неусталеного руху підземних вод при відкачці із свердловини в нескінченному водоносному горизонті в умовах, коли в цей горизонт здійснюється перетікання води з сусідніх (нижче і вище розміщених) водоносних горизонтів через розділяючі слабководопроникні шари:

$$S_{r'} = (Q/4\pi T)W(u, r/B), \quad (4)$$

де $u = r^2 S/4Tt$; $q = (r^2/4B^2) / u = Tt / \mu B^2$; $S_{r'}$ – пониження (або відновлення) рівня; Q – дебіт свердловини; T – провідність основного горизонту (множення коефіцієнта фільтрації на потужність шару); μ – коефіцієнт ємності (водовіддачі); k, m – коефіцієнт фільтрації та потужність розділяючого слабководопроникного шару, через який проходить перетікання; $B = \sqrt{T \cdot m/k}$ – так званий фактор перетікання [15]; r – відстань від центра свердловини до довільної точки; t – час з моменту початку відкачки або відновлення рівня після припинення відкачки; K_0 – функція Бесселя від уявного аргументу другого роду нульового порядку; $W(u, r/B)$ – функція свердловини в пластах за наявності перетікання.

Методи визначення фільтраційних параметрів розроблялись залежно від гідрогеологічних умов об'єкта та технічних характеристик свердловин [1, 2, 11, 16–18].

Метод точки перегину застосовують [14], коли експериментальні графіки понижень у напівлогарифмічному масштабі мають ясно виражену точку перегину, в якій з достатньою точністю можна провести дотичну. Метод типових кривих оснований на зіставленні і суміщенні експериментальних і теоретичних кривих табульованих функцій [14]. Розроблялись методи розрахунку понижень в умовах дії кількох водозабірних свердловин [15, 16], економічного розміщення різних груп свердловин [15].

Методи розв'язування обернених задач з використанням розв'язків рівнянь, лабораторних дослідів, теоретичних та натурних оцінок зразків ґрунту. Аналіз умов підтоплення земель і населених пунктів, факторів, джерел та критеріїв підтоплення авторами [1, 6] виявив схильність територій до підтоплення, проведено районування степової зони України, де в основу покладено геоморфологічну приналежність (три природно підтоплених і вісім підтоплюваних районів). Ураховували також геологічну і гідрогеологічну обстановку конкретної місцевості. В роботі [1] систематизовано розрахункові схеми

за типами геологічного розрізу — дво-, три-, багат шарові пласти, на основі чого запропоновано типові форми областей фільтрації з відповідними граничними умовами для розв'язку задач геофільтрації [1].

Користуючись наведеною схематизацією можна для конкретного об'єкта коректно поставити задачу фільтрації з метою аналізу ефективності захисних дренажів, знайти характерні значення гідрогеологічних і водно-фізичних параметрів ґрунтів: коефіцієнти фільтрації k та провідності ($T=k*m$) водоносних пластів; коефіцієнти пружної водовіддачі μ_y — для напірних шарів, або коефіцієнти гравітаційної водовіддачі безнапірних шарів; інтенсивність інфільтраційного живлення ґрунтових вод, випаровування з поверхні ґрунтових вод.

Наведені в роботах [1, 2] методи визначення гідрогеологічних параметрів можна розбити на декілька груп — польові і лабораторні експериментальні. Найважливішими із польових методів є дослідно-фільтраційні роботи. За даними лабораторних методів знаходять коефіцієнти фільтрації [13]. За даними дослідно-фільтраційних робіт з використанням методу еталонних кривих або графоаналітичного методу визначають коефіцієнти μ_y , провідності T та фільтрації слабопроникних прошарків. Згадані методи засновано на використанні табульованої функції свердловин $W(u)$ і даних про пониження у спостережних свердловинах на відстані r при відкачці з центральної свердловини, оскільки аргумент береться з еталонного графіка залежно від значення пониження в спостережних свердловинах. На моменти часу t_1 і $t_2=2t_1$:

$$S_1 = \frac{Q}{4\pi T} W(u); \tag{5}$$

$$S_2 = \frac{Q}{4\pi T} W\left(\frac{u}{2}\right),$$

де S_1, S_2 — пониження на моменти t_1 і t_2 , м; Q — дебіт свердловини, м³/добу:

$$u = \frac{r^2 \mu_y}{4Tt} = f(\bar{S}) = f\left(\frac{S_2 - S_1}{S_1}\right). \quad (6)$$

Порядок визначення наступний: визначаємо S_1, S_2, \bar{S} ; з відповідного графіка вибираємо $u = f(\bar{S})$; з відповідної таблиці беремо $W(u)$. За формулами (5)–(6) розраховуються μ_y, T . При обробці даних відкачок безнапірних потоків потрібно враховувати змінну потужність потоку. В деяких випадках при безнапірних потоках метод еталонних кривих виявляється неефективним [1].

За багатошарової будови розрізу на процеси геофільтраційного переносу води певний вплив здійснюють слабопроникні шари, характеристикою проникності яких слугує коефіцієнт перетікання B :

$$B = \sqrt{\frac{m_2}{k_2} W(u)}, \quad (7)$$

де k_2, m_2 — відповідно коефіцієнт фільтрації і потужність слабопроникного шару. Для визначення B використовують табульовану функцію перетікання $W(u, r)$.

До недоліків описаного методу розрахунку гідрогеологічних параметрів слід віднести відсутність даних дослідно-фільтраційних робіт. Як наслідок — відсутність необхідного графічного і табличного матеріалу для проведення необхідних розрахунків гідрогеологічних параметрів та розв'язування прямих задач за аналізом ефективності роботи вертикального дренажу.

Метод інтегральних співвідношень [11]. Принциповим положенням даного підходу є той факт, що динамічні функції фільтраційного потоку є експериментальними, містять деякі неточності (перешкоди), тобто вимірюються з деякою точністю. Для ідентифікації відомого диференціального оператора

(задана гіпотеза стосовно до оператора фільтрації) обирають деяку внутрішню область, в якій в окремих точках вимірюють функції потоку. Методом інтегральних співвідношень розглядають фільтраційні параметри винятково як коефіцієнти деякого оператора, абстрагуючись від конкретного фізичного змісту, що вкладається в назву конкретного параметра. Визначальним є лише тип диференціального оператора [11].

Представлена таким чином обернена задача є близькою до проблеми ідентифікації в теорії автоматичного управління [11], де також існує проблема визначення коефіцієнтів рівнянь у частинних похідних та відповідних граничних умов.

Проілюструємо застосування даного методу при визначенні коефіцієнтів безпосередньо за схемою складання рівнянь балансу. Розглянемо для прикладу пласт з ґрунтовими водами при одному обмеженні: припустимо, що пласт замкнутий. Тоді за довільної конфігурації пласта та довільного режиму відкачки незалежно від розміщення і кількості свердловин загальна витрата із пласта за період $[0, t_1]$, зумовлена деформацією депресійної поверхні, дорівнює:

$$-Q = \mu \int_0^{t_1} \int_S \frac{\partial h}{\partial t} dS dt. \quad (8)$$

Рівняння (8) визначає загальну витрату по дренажній площі пласта S за час t_1 . Із рівняння (8) одержуємо невідомий коефіцієнт за інтегральною формулою:

$$\mu = \frac{-Q}{\int_S [h(t_1) - h(0)] dS}. \quad (9)$$

Якщо дана більша інформація про витрати, наприклад гідрограф загальних витрат

$$Q^* = \int_0^t Q d\xi, \quad (10)$$

то рівняння нерозривності для розглядуваної області має вигляд:

$$-Q^*(t) = \mu \int_0^t \int_S \frac{dh}{dt} dS d\tau. \quad (11)$$

Інтегруючи залежність (11) у межах $[0, t_1]$, одержимо інтегральний вираз для визначення невідомого коефіцієнта:

$$\mu = \frac{-\int_0^{t_1} Q^*(t) dt}{\int_S \left[\int_0^{t_1} h(t) dt - t_1 h(0) \right] dS}. \quad (12)$$

Скінченно-різницеві рівняння апроксимації неперервних рівнянь фільтрації: прямі та обернені задачі. Для неперервного точного розв'язку закон збереження виконується для довільної області тіла. Для побудови консервативних різницевих схем ставиться вимога виконання закону збереження як для довільного елементарного об'єму, так і для довільної області, складеної із цих елементарних об'ємів. Метод побудови консервативних різницевих схем, виходячи із рівнянь балансу, записаних у неперервній формі, інтегруючи їх в елементарному об'ємі (комірці) сіткової області, називають інтегро-інтерполяційним методом (методом балансу).

Основні етапи інтегро-інтерполяційного методу побудови різницевих схем водного балансу наступні:

- область, в якій шукається розв'язок, розбивається на елементарні об'єми (елементарні комірочки), побудовані навколо кожного вузла сітки;

- для всіх внутрішніх і граничних комірок записують рівняння водного балансу, що включає значення водних потоків на границях комірок;
- для комірок, що прилягають до границі, використовують граничні умови;
- апроксимують члени, що входять у рівняння водного балансу, через значення у вузлах сітки; при цьому апроксимаційні вирази для водних потоків повинні відповідати умовам узгодження (балансу).

Наразі в більшості випадків різницеві рівняння одержують не з неперервних операторів диференціального рівняння, а безпосередньо апроксимацією самих співвідношень водного балансу, записаних для елементарних об'ємів [18]. Цей спосіб побудови консервативних різницевого схем інтегро-інтерполяційним методом дає змогу безпосередньо, обминаючи запис неперервних диференціальних рівнянь, одержувати адекватні різницеві рівняння. Зауважимо, що даний метод може ефективно застосовуватись також у разі рівнянь з розривними коефіцієнтами [18].

Проілюструємо методику [10] побудови скінченно-різницевої апроксимації на прикладі нестационарного рівняння безнапірного неусталеного руху у вигляді [19]:

$$\frac{\partial (\mu h)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \varpi_0, \quad (13)$$

де $K = kT$ — водопровідність водоносного горизонту, м²/добу; h — напір водоносного горизонту, м; $\varpi_0 = P + W - Q - E$ — величина функції надходження води; P — атмосферні опади, м/добу; W — водоподача на площі зрошення, м/добу; Q — інтенсивність водовідбору дренажними свердловинами, м/добу; E — випаровування, м/добу; μ — простійна пористість ґрунту, %; x, y, t — осі координат.

Розглянемо консервативну схему при $\varpi_0 = 0$, для якої виконується закон збереження маси для елементарного об'єму $\{(x_i, y_i, t_i)\}_{i=1}^N$, де x_i, y_i, t_i — вузли сітки, центри елементарних об'ємів (комірок).

Проінтегруємо праву частину рівняння (13) в комірці

$$\left[x_i - \frac{\Delta x}{2}; \quad x_i + \frac{\Delta x}{2}; \quad y_j - \frac{\Delta y}{2}; \quad y_j + \frac{\Delta y}{2} \right],$$

по координаті x та координаті y

$$\int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} \frac{\partial}{\partial x} (kT) \frac{\partial h}{\partial x} dx = q \left(x_{i-\frac{1}{2}} \right) - q \left(x_{i+\frac{1}{2}} \right),$$

$$\int_{y_{j-\frac{1}{2}}}^{y_{j+\frac{1}{2}}} \frac{\partial}{\partial y} (kT) \frac{\partial h}{\partial y} dy = q \left(y_{j-\frac{1}{2}} \right) - q \left(y_{j+\frac{1}{2}} \right).$$

Очевидно, що умови узгодження для водних потоків у розглядуваній комірці буде дотримано, якщо для правої частини виконується баланс мас.

В інших позначеннях, що враховують координату x та y одночасно, маємо:

$$q_{i-\frac{1}{2},j} - q_{i+\frac{1}{2},j} + q_{i,j-\frac{1}{2}} - q_{i,j+\frac{1}{2}} = 0. \quad (14)$$

Використовуючи дане рівняння балансу мас, вихідне рівняння (13) для стаціонарного випадку переписеться (при $\Delta y = \Delta x = l$):

$$\frac{1}{l} \left((kT)_{i+\frac{1}{2},j} \frac{h_{i+1,j} - h_{i,j}}{l} - (kT)_{i-\frac{1}{2},j} \frac{h_{i,j} - h_{i-1,j}}{l} \right) + \frac{1}{l} \left((kT)_{i,j+\frac{1}{2}} \frac{h_{i,j+1} - h_{i,j}}{l} - (kT)_{i,j-\frac{1}{2}} \frac{h_{i,j} - h_{i,j-1}}{l} \right) = 0.$$

Припустимо, що в лівій частині рівняння (13) внутрішній інтервал по τ апроксимується на відрізку $\tau \in [0; T]$ в точках

$$\omega_\tau = \left\{ \tau_k = k\tau - \frac{\tau}{2}, k = 1, 2, \dots, T \right\}, \text{ а саме}$$

$$\int_{\tau_{i1}}^{\tau_{i+1}} \frac{\partial(\mu h)_{ij}}{\partial t} \partial \tau \approx \left[(\mu h)_{ij}^{n+1} - (\mu h)_{ij}^n \right] \Delta \varepsilon \quad (15)$$

Тоді, допускаючи, що μ (пористість ґрунту) є постійною, одержимо балансове різницеве рівняння, яке виражає динаміку руху рівнів ґрунтових вод у явно-неявному вигляді:

$$\begin{aligned} h_{ij}^{n+1} = h_{ij}^n + \frac{\Delta \tau}{\mu \ell} & \left[\sigma \left((kT)_{i+\frac{1}{2},j} \frac{h_{i+1,j}^{n+1} - h_{i,j}^{n+1}}{\ell} - (kT)_{i-\frac{1}{2},j} \frac{h_{i,j}^{n+1} - h_{i-1,j}^{n+1}}{\ell} \right) + \right. \\ & + \left((kT)_{i,j+\frac{1}{2}} \frac{h_{i,j+1}^{n+1} - h_{i,j}^{n+1}}{\ell} - (kT)_{i,j-\frac{1}{2}} \frac{h_{i,j+1}^{n+1} - h_{i,j-1}^{n+1}}{\ell} \right) \left. \right] + (1-\sigma) \left((kT)_{i+\frac{1}{2},j} \frac{h_{i+1,j}^n - h_{i,j}^n}{\ell} - (kT)_{i-\frac{1}{2},j} \frac{h_{i,j}^n - h_{i-1,j}^n}{\ell} \right) + \\ & + \left((kT)_{i,j+\frac{1}{2}} \frac{h_{i,j+1}^n - h_{i,j}^n}{\ell} - (kT)_{i,j-\frac{1}{2}} \frac{h_{i,j+1}^n - h_{i,j-1}^n}{\ell} \right) \left. \right] \quad (16) \end{aligned}$$

У рівнянні (16) невідомими є чотири коефіцієнти $(kT)_{i+\frac{1}{2},j}$, $(kT)_{i-\frac{1}{2},j}$, $(kT)_{i,j+\frac{1}{2}}$, $(kT)_{i,j-\frac{1}{2}}$, ідентифікація яких за даними вимірювань h дає змогу розв'язати обернену задачу.

Множина вузлів сітки, які лежать на прямій $\tau = \delta_n$, називають шаром. Тому схему (15), що містить значення шуканої функції h на двох шарах, називають двошаровою схемою. Розглянемо схеми, що відповідають певним значенням σ . При $\sigma = 0$ одержимо схему, для якої значення h_{ij}^{n+1} в кожній точці наступного шару виражається за явною формулою

$$\begin{aligned} h_{ij}^{n+1} = h_{ij}^n + \frac{\Delta \tau}{\mu \ell} & \left[\left((kT)_{i+\frac{1}{2},j} \frac{h_{i+1,j}^n - h_{i,j}^n}{\ell} - (kT)_{i-\frac{1}{2},j} \frac{h_{i,j}^n - h_{i-1,j}^n}{\ell} \right) + \right. \\ & + \left. \left((kT)_{i,j+\frac{1}{2}} \frac{h_{i,j+1}^n - h_{i,j}^n}{\ell} - (kT)_{i,j-\frac{1}{2}} \frac{h_{i,j+1}^n - h_{i,j-1}^n}{\ell} \right) \right] \quad (17) \end{aligned}$$

через значення попереднього шару.

Якщо $\sigma = 0$, то схема (13) називається неявною двошаровою схемою, при $\sigma = 1$ маємо схему з упередженням або чисто неявну схему, при $\sigma = 0,5$ — симетричну різницеву схему. За відомих параметрах ці схеми можна використовувати для розв'язування прямих задач.

Для рівняння типу (13) різницеве рівняння суттєво спрощується і має вигляд:

$$h_{i,j}^{n+1} = \frac{\Delta \delta}{\mu \ell^2} (kT)_{cp} \left[(h_{i+1,j}^n - 2h_{i,j}^n + h_{i-1,j}^n) + (h_{i,j+1}^n - 2h_{i,j}^n + h_{i,j-1}^n) \right]. \quad (18)$$

У даному разі здійснюється ідентифікація в різницевій схемі тільки одного параметра рівняння (18).

Висновок. Наведений у роботі огляд і аналіз принципів та методів ідентифікації фільтраційних параметрів дає змогу залежно від вихідної інформації вибрати адекватно відповідний метод побудови математичної моделі в системах захисту земель від підтоплення; при плануванні експерименту провести дослідження з урахуванням методу ідентифікації параметрів моделі.

1. *Методические рекомендации по расчетам защиты территорий от подтопления в зоне орошения / под ред. А.Я. Олейника* — К.: Укргипроводхоз, 1986. — 392 с.

2. *Костюкович П.Н.* Гидрогеологические основы вертикального дренажа. — Минск: Ураджай, 1979. — 287 с.

3. *Вопросы гидрогеологических расчетов / под ред. Ф.М. Бочевера и В.М. Шестакова.* — М.: Мир, 1964. — 180 с.

4. *Бурдин Л.М.* Влияние вертикального дренажа на изменение гидрогеолого-мелиоративных условий массивов орошения на аллювиальных террасах Нижнего Днепра: автореф. дис... канд. техн. наук. — К., 1982. — 24 с.

5. *Система поддержки принятия решений для управления Краснознаменной оросительной системой / Л.П. Стеля, О.Б. Стеля, В.В. Серенко и др. // International Conference Problem of decision making under uncertainties (PDMU-2003) Abstracts, (September 8–12, 2003, Alusta).* — К., 2003. — С. 159–161.

6. *Рябцев М.П.* Схема районирования зоны устойчивого подтопления приморских территорий Херсонщины и Северного Прииславья // Меліорація і водне господарство. — 2007. — Вип. 95. — С. 167–176.

7. *Решеткина Н.М., Якубов Х.И.* Вертикальный дренаж. 2-е изд. — М.: Колос, 1978. — 320 с.

8. *Ромащенко М., Савчук Д., Шевченко А., Крученюк В.* Стан та проблеми вертикального дренажу в Херсонській області // Водне господарство України. — 2007. — №5. — С. 44–55.

9. *Яцик М.В., Ковальчук В.П., Коломієць С.С., Пужай О.М.* Ідентифікація параметрів тепло- та вологопереносу в ґрунтах за даними експерименту // Меліорація і водне господарство України. — 1999. — Вип. 86. — С. 27–37.

10. *Сытников А.Б.* Динамика воды в ненасыщенных и насыщенных грунтах зоны аэрации. — К.: Наук. думка, 1978. — 156 с.

11. *Георгиевский В.Б.* Унифицированные алгоритмы для определения фильтрационных параметров: справочник. — К.: Наук. думка, 1971. — 246 с.

12. *Ковальчук П.І., Волошин М.М., Ковальчук В.П.* Експериментальне обґрунтування багатозарової моделі управління поливами // Таврійський наук. вісн. — Херсон, 2004. — Вип. 31. — С. 146–151.

13. *Ковальчук П.І., Волошин М.М., Ковальчук В.П., Коломієць С.С.* Ідентифікація параметрів математичних моделей оперативного планування поливів при зрошенні // Меліорація і водне господарство. — 2003. — Вип. 89. — С. 19–27.

14. *Hantush M.S.* Drawdown around a Partially penetrating well. Journ. of the Hydraulics division // Proc. Am. Soc. Of Civil Eng., 87, No. 4,5, 1956, pt.1, 83–96, P. 171–195.

15. *Hantush M.S.* Analysis of Data from Pumping Tests in Leaky Aquifers. // Trans. Am. Geophys. Union, 37, No. 6, 1956, P. 702–714.

16. *Олейник А.Я.* Фильтрационные расчеты вертикального дренажа — К.: Наук. думка, 1978. — 224 с.

17. *Развитие исследований по теории фильтрации в СССР (1917–1967)* — М.: Наука, 1973. — 416 с.

18. *Самарский А.А., Гулин А.В.* Устойчивость разностных схем. — М.: Наука, 1973. — 416 с.

19. *Полубаринова-Кочина П.Я.* Теория движения грунтовых вод. — М.: Наука, 1977. — 664 с.

Приведен анализ методов решения обратных задач фильтрационных процессов с позиции применения идентифицированных моделей для систем защиты территорий от подтопления.

The article presents the analysis of the methods for solution direct and inverse problems of filtration processes from the position of identified models use for the vertical drainage systems management.