

пыли в любом интервале времени; возможность осуществлять запись аналоговых значений выноса пыли, что дает информацию о ходе процесса в доменной печи и эффективно им управлять.

Применение установки для непрерывного измерения выноса пыли дает возможность более точно и постоянно влиять на колебания выноса пыли путем изменения подачи шихты. При этом ход доменной печи становится более равномерным и, кроме того, имеется возможность экономии кокса, требуемого для коррекции теплового режима. Измеряемая величина «количество выносимой пыли» создает в дальнейшем предпосылку для автоматизации управления доменным процессом с применением микропроцессорного логического программируемого контроллера SIMATIC S5 фирмы "ALLENBRADLEY"[3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Смоляк В. А. Радиоизотопное автоматическое устройство для непрерывного контроля выноса колошниковой пыли из доменной печи. "Бюллетень ЦИИИЧМ", — 1970. — № 12, — С. 26—27.
2. Бойко В. И., Смоляк В. А. Радиоизотопные средства автоматики, Киев, ИСМО, — 1998, — 140 с.
3. Смоляк В. А. Алгоритмы модернизированного управления доменным процессом. Математичне моделювання. № 2 (21), 2009, С. 63—68.

пост. 31.05.12

Один підхід до ідентифікації фільтраційно-ємкісних параметрів нафтогазових пластів

А. Я. БОМБА, А. М. СІНЧУК, С. В. ЯРОЩАК

Рівненський державний гуманітарний університет

Комплексний підхід дослідження нелінійних процесів витіснення флюїдів узагальнено на випадок ідентифікації фільтраційно-ємкісних параметрів нафтогазового пласта, з урахуванням відомого дебіту експлуатаційної свердловини, шляхом корекції його відхилення від заданого значення. На основі розроблених алгоритмів, що базуються на ідеях числових методів квазіконформних відображень та поетапної фіксації характеристик середовища й процесу, проведено розрахунки перерозподілу квазіпотенціалу швидкості у пласті із паралельним встановленням коефіцієнта фільтрації привибійної зони, зокрема, з урахуванням тріщин гідророзриву.

Комплексный подход исследования нелинейных процессов вытеснения флюидов обобщен на случай идентификации фильтрационно-емкостных параметров нефтегазового пласта, с учетом известного дебита эксплуатационной скважины, путем коррекции его отклонения от заданного значения. На основе разработанных алгоритмов, основанных на идеях численных методов квазиконформных отображений и поэтапной фиксации характеристик среды и процесса, проведены расчеты перераспределения квазипотенциала скорости в пласте с параллельным установлением коэффициента фильтрации призабойной зоны, в частности, с учетом трещин гидроразрыва.

Complex approach of research of nonlinear processes of replacement of fluids is generalized in case of identification of reservoir parameters of oil and gas reservoir, based on the known production rate production well by correcting its deviation from the set point. On the basis of the developed algorithms which are based on quasi-conformal mappings ideas of numeral methods and step-by-step fixation of process and environment characteristics the corresponding computations of redistribution of quasi-potential of the velocity in the layer with parallel calculation of coefficient of filtration of prizaboynoy area, in particular, taking into account the cracks of hydraulic layer

Вступ. Задача визначення фільтраційно-ємкісних характеристик нафтогазових пластів, за даними, отриманими внаслідок лабораторних дослідів на керні, є досить актуальною, проте важливим етапом такого дослідження є виділення в пласті зон впливу цих параметрів та встановлення основних їх характеристик: коефіцієнта фільтрації та природу його зміни в межах виділеної зони, геометричні розміри зон впливу, фільтраційні параметри тріщин гідралічного розриву пласта, тощо. Така задача ідентифікації відноситься до класу обернених коефіцієнтних задач [1] і виникає, зокрема, на етапі адаптації геолого-гідродинамічної моделі досліджуваного об'єкта по відомим апріорним

даними щодо фільтраційних і динамічних властивостей розроблюваного пласта [2,3].

У цій роботі модифіковано комплексний підхід дослідження нелінійних процесів витіснення флюїдів на випадок ідентифікації фільтраційно-ємкісних параметрів нафтогазового пласта, з урахуванням відомого дебіту експлуатаційної свердловини, шляхом корекції його відхилення від заданого значення. На основі розроблених алгоритмів, що базуються на ідеях числових методів квазіконформних відображень та поетапної фіксації характеристик середовища й процесу, проведено розрахунки розподілу квазіпотенціалу швидкості у пласті із паралельним

встановленням коефіцієнта фільтрації привибійної зони, зокрема, з урахуванням тріщин гідророзриву.

Постановка задачі. Ідентифікація фільтраційно-ємкісних параметрів проводиться в умовах стаціонарної однофазної фільтрації рідини у горизонтальному зонально неоднорідному пласті (області G_z , $z = x + iy$), обмеженому контуром живлення L_* та контуром експлуатаційної свердловини L^* (рис. 1) і описується рівнянням нерозривності та законом Дарсі [4,5]: $\text{div} \vec{v} = 0$, $\vec{v} = k \cdot \text{grad} \varphi$ відповідно, де

$$k(x, y) = \begin{cases} k_1^*, & (x, y) \in G_z^1, \\ k_*, & (x, y) \in G_z \setminus G_z^1, \end{cases} \quad (1)$$

$\varphi = \varphi(x, y)$ – квазіпотенціал швидкості фільтрації $\vec{v} = v_x(x, y) + i \cdot v_y(x, y)$, $k(x, y)$ – коефіцієнт фільтрації, k_1^* – шукане значення коефіцієнта фільтрації в привибійній зоні G_z^1 (із заданою границею), k_* – відомий коефіцієнт фільтрації в області $G_z \setminus G_z^1$.

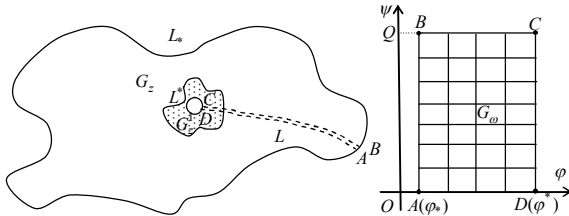


Рис. 1. Фізична область та відповідна їй область комплексного квазіпотенціалу.

Аналогічно до [6-9], задачу на ідентифікацію фільтраційно-ємкісних характеристик нафтогазового пласта зводимо до задачі на квазіконформне (кусково-конформне) відображення $\omega = \omega(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y)$, утвореної при цьому, однозв'язної області $G_\omega^0 = G_z \setminus L$, де L – умовний розріз вздовж лінії розділу течії (через AD та BC на рис. 1 позначено відповідно верхній та нижній його береги), на відповідну прямокутну область комплексного квазіпотенціалу $G_\omega = \{\omega: \varphi_* < \varphi < \varphi^*, 0 < \psi < Q\}$:

$$k(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad k(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (x, y) \in G_z^0, \quad (2)$$

$$\varphi|_{L_*} = \varphi_*, \quad \varphi|_{L^*} = \varphi^*, \quad \psi|_{AD} = 0, \quad \psi|_{BC} = Q,$$

$$[\varphi]_{\partial G_z^1} = 0, \quad [v_n]_{\partial G_z^1} = 0,$$

де $v(x, y) = \sqrt{v_x^2(x, y) + v_y^2(x, y)}$, $[\bullet]_{\partial G_z^1}$ – стрибок заданої функції на ∂G_z^1 , $Q = \oint_{L_*} -v_y dx + v_x dy$ – невідома витрата.

Для відшукування значення коефіцієнта фільтрації k^* привибійної зони G_z^1 введемо в розгляд функцію нев'язки $\tilde{Q}(k)$, мінімізація якої і дозволяє його знайти наступним чином:

$$\tilde{Q}(k) = \left| Q(k) - Q^* \right| = \left| \int_{L_*} -v_y dx + v_x dy - Q^* \right| = \left| \int_{L_*} -k \frac{\partial \varphi}{\partial y} dx + k \frac{\partial \varphi}{\partial x} dy - Q^* \right| = \left| \int_{L_*} \left(k \sqrt{\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2} - \frac{Q^*}{2\pi r^*} \right) dl \right|,$$

де Q^* – заданий дебіт експлуатаційної свердловини радіуса r^* .

Через геометричну складність області G_ω^0 (що, зокрема, породжує проблему автоматизації побудови гідродинамічної сітки) та тривіальність відповідної їй області комплексного квазіпотенціалу G_ω , ми розглядатимемо замість прямої задачі на квазіконформне відображення ($G_z^0 \rightarrow G_\omega$) обернену до неї ($G_\omega \rightarrow G_z^0$). Обернена крайова задача на квазіконформне відображення $z = z(\omega) = x(\varphi, \psi) + iy(\varphi, \psi)$ області G_ω на G_z^0 та відповідні рівняння для дійсної $x = x(\varphi, \psi)$ і уявної $y = y(\varphi, \psi)$ частини (виконання яких вимагатимемо і на розрізі для врахування його «роздвоєння» при переході від області G_z до G_ω) характеристичної функції течії при невідомій витраті Q запишуться у вигляді:

$$k \frac{\partial y}{\partial \psi} = \frac{\partial x}{\partial \varphi}, \quad k \frac{\partial x}{\partial \psi} = -\frac{\partial y}{\partial \varphi}, \quad (\varphi, \psi) \in G_\omega, \quad (3)$$

$$f_*(x(\varphi_*, \psi), y(\varphi_*, \psi)) = 0, \quad f^*(x(\varphi^*, \psi), y(\varphi^*, \psi)) = 0, \quad (4)$$

$$0 \leq \psi \leq Q,$$

$$x(\varphi, 0) = x(\varphi, Q), \quad y(\varphi, 0) = y(\varphi, Q), \quad (5)$$

$$[x(\varphi, \psi)]_{\partial G_\omega^1} = 0, \quad [y(\varphi, \psi)]_{\partial G_\omega^1} = 0,$$

$$\left[k \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial \psi} \right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial \psi} \right)^2} \cos(\vec{v}, \vec{n}) \right]_{\partial G_\omega^1} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial \psi} \left(k \frac{\partial x}{\partial \psi} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{k} \frac{\partial x}{\partial \varphi} \right) = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial \psi} \left(k \frac{\partial y}{\partial \psi} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{k} \frac{\partial y}{\partial \varphi} \right) = 0,$$

$$\tilde{Q}(k) = \left| \int_0^Q \frac{k}{J} \left(\left(\frac{\partial y(\varphi^*, \psi)}{\partial \psi} \right)^2 + \left(\frac{\partial x(\varphi^*, \psi)}{\partial \psi} \right)^2 \right) d\psi - Q^* \right|, \quad (8)$$

де $[\bullet]_{\partial G_\omega^1}$ – стрибок заданої функції на ∂G_ω^1 , f_* , f^* – задані функції, що апроксимують, отримані в результаті сейсмічних знімків, масиви точок контурів L_* , L^* пласта G_z відповідно (при цьому використовуємо представлення даних контурів як у параметричній так і у неявній формах: $L_* = \{z: x = x_*(\tau), y = y_*(\tau)\}$,

$$\alpha_* \leq \tau \leq \beta_* \} = \{z: f_*(x, y) = 0\}, \quad L^* = \{z: x = x^*(\tau), \\ y = y^*(\tau), \alpha^* \leq \tau \leq \beta^*\} = \{z: f^*(x, y) = 0\}.$$

Алгоритм числового розв'язання задачі. Для побудови різницевого аналогу задачі введемо в області G_ω рівномірну ортогональну сітку $G_\omega^j = \{(\varphi_i, \psi_j):$

$$\varphi_i = \varphi_* + i\Delta\varphi, \quad \Delta\varphi = \frac{\varphi^* - \varphi_*}{n} \quad \text{при } i = \overline{0, n}; \quad \psi_j = j\Delta\psi, \\ \Delta\psi = \frac{Q}{m}, \quad j = \overline{0, m}\}, \quad \text{де } n, m - \text{ параметри розбиття цієї} \\ \text{області } n, m \in \mathbb{N}.$$

Рівняння (7), у внутрішності сіткової області G_ω та розрізі L , крайові умови та умови періодичності з додатковими умовами для граничних та приграничних вузлів (умовами ортогональності) апроксимуємо так [8,9]:

$$\left\{ \begin{aligned} & \gamma^2(k_{i,j+1/2}(x_{i,j+1} - x_{i,j}) - k_{i,j-1/2}(x_{i,j} - x_{i,j-1})) + \\ & \frac{x_{i+1,j} - x_{i,j}}{k_{i+1/2,j}} - \frac{x_{i,j} - x_{i,j-1}}{k_{i-1/2,j}} = 0, \\ & \gamma^2(k_{i,j+1/2}(y_{i,j+1} - y_{i,j}) - k_{i,j-1/2}(y_{i,j} - y_{i,j-1})) + \\ & + \frac{y_{i+1,j} - y_{i,j}}{k_{i+1/2,j}} - \frac{y_{i,j} - y_{i,j-1}}{k_{i-1/2,j}} = 0; \end{aligned} \right. \quad (9)$$

$$\left\{ \begin{aligned} & f_*(x_{0,j}, y_{0,j}) = 0, f^*(x_{n,j}, y_{n,j}) = 0, j = \overline{0, m}, \\ & x_{i,0} = x_{i,m}, y_{i,0} = y_{i,m}, i = \overline{0, n}; \end{aligned} \right. \quad (10)$$

$$\left\{ \begin{aligned} & (4x_{1,j} - 3x_{0,j} - x_{2,j})(x_{0,j+1} - x_{0,j-1}) + \\ & (4y_{1,j} - 3y_{0,j} - y_{2,j})(y_{0,j+1} - y_{0,j-1}) = 0, \\ & (3x_{n,j} + x_{n-2,j} - 4x_{n-1,j})(x_{n,j+1} - x_{n,j-1}) + \\ & + (3y_{n,j} + y_{n-2,j} - 4y_{n-1,j})(y_{n,j+1} - y_{n,j-1}) = 0, \end{aligned} \right. \quad (11)$$

де $j = \overline{0, m-1}, \quad x_{i,j} = x(\varphi_i, \psi_j), \quad y_{i,j} = y(\varphi_i, \psi_j),$

$$k_{i,j\pm 1/2} = k \left(\frac{x_{i,j\pm 1} + x_{i,j}}{2}, \frac{y_{i,j\pm 1} + y_{i,j}}{2} \right),$$

$$k_{i\pm 1/2,j} = k \left(\frac{x_{i\pm 1,j} + x_{i,j}}{2}, \frac{y_{i\pm 1,j} + y_{i,j}}{2} \right);$$

$$\gamma = \frac{\Delta\varphi}{\Delta\psi} - \text{квазіконформний інваріант.}$$

Невідому витрату Q шукаємо за формулою

$$Q = \frac{m\Delta\varphi}{\gamma}, \quad \text{величину } \gamma - \text{ одержуємо на підставі умови}$$

«квазіконформної подібності в малому» відповідних елементарних чотирикутників двох областей:

$$\gamma = \frac{1}{mn} \sum_{i,j=0}^{n-1, m-1} \frac{1}{k_{i+1/2,j+1/2}} \frac{\alpha_{i,j} + \alpha_{i,j+1}}{\beta_{i,j} + \beta_{i+1,j}}, \quad (12)$$

$$\text{де } \alpha_{i,j} = \sqrt{(x_{i+1,j} - x_{i,j})^2 + (y_{i+1,j} - y_{i,j})^2},$$

$$\beta_{i,j} = \sqrt{(x_{i,j+1} - x_{i,j})^2 + (y_{i,j+1} - y_{i,j})^2}.$$

Використовуючи (8), формулу для наближеного знаходження значення коефіцієнта фільтрації k^* привибійної зони запишемо у вигляді:

$$k^{*(p)} = \frac{Q^*}{\sum_{j=1}^m \frac{1}{4\Delta\psi^2 J_{n,j}^{(p-1)}} \left((x_{n,j-1}^{(p-1)} - x_{n,j+1}^{(p-1)})^2 + (y_{n,j-1}^{(p-1)} - y_{n,j+1}^{(p-1)})^2 \right)},$$

де p – ітераційний параметр.

Таким чином, алгоритм наближення розв'язку оберненої диференціальної задачі (3)–(8) різницевою задачею, в загальному випадку, побудуємо шляхом поетапної параметризації величини γ , граничних та внутрішніх вузлів сітки з використанням ідей блочної ітерації, для аналітичного обґрунтування його збіжності: задавши геометричну конфігурацію фізичної області G_z , що обмежена контурами L_* , L^* та привибійної зони, кількість вузлів розбиття відповідної області комплексного квазіпотенціалу G_ω (параметри n та m); параметри необхідної точності роботи алгоритму $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ та рівень квазіконформності δ_* відображення. Задаємо початкові наближення шуканих координат граничних вузлів, так щоб виконувалися умови (10), та координат внутрішніх вузлів гідродинамічної сітки і, використовуючи (12), знаходимо початкове наближення квазіконформного інваріанту $\gamma^{(0)}$ та невідому величину витрати

$$Q^{(0)} = \frac{(\varphi^* - \varphi_*)m}{n\gamma^{(0)}}. \quad \text{Проводимо уточнення координат}$$

внутрішніх вузлів $(x_{i,j}, y_{i,j})$ за формулами, отриманими шляхом розв'язання (9) відносно $x_{i,j}$ та

$y_{i,j}$ (з метою прискорення швидкості збіжності всього процесу і економії машинного часу використовуємо лише перший ітераційний крок, при цьому враховуємо періодичність шуканих функцій). Підправляємо граничні вузли (координати даного вузла підправляємо за умови фіксації навколишніх граничних та приграничних), використовуючи різниці аналогії умов типу Коші-Рімана (11). Використовуючи значення квазіконформних інваріантів (12), знаходимо нове наближення величини Q та k^* (13), якщо їх зміна за останню проведену ітерацію більша за $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ то повертаємося до уточнення вузлів. Визначаємо

$$\text{величину } S = \max_{i,j} \sqrt{(x_{i,j}^{(p)} - x_{i,j}^{(p-1)})^2 + (y_{i,j}^{(p)} - y_{i,j}^{(p-1)})^2} -$$

зміщення вузлів на границі за проведену p -ту загальну ітерацію, якщо вона більша за ε_3 , то переходимо до уточнення вузлів. У протилежному випадку оцінюємо

ступінь квазіконформності $\delta = \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2}$ отриманого відображення області комплексного квазіпотенціалу на фізичну область із розрізом вздовж лінії течії, де δ_1, δ_2 – нев'язки апроксимацій рівнянь (3):

$$\delta_1 = \max_{i,j=1}^{n-1, m-1} |(x_{i+1,j} - x_{i-1,j}) - \gamma k_{i,j}(y_{i,j+1} - y_{i,j-1})|,$$

$$\delta_2 = \max_{i,j=1}^{n-1, m-1} |(y_{i+1,j} - y_{i-1,j}) - \gamma k_{i,j}(x_{i,j+1} - x_{i,j-1})|.$$

Якщо $\delta \geq \delta^*$, то змінюємо кількість вузлів розбиття області G_ω та повторюємо кроки алгоритму, інакше задача розв'язана із необхідною точністю. Формули для розрахунку швидкості у внутрішніх вузлах сітки запишемо наступним чином:

$$(v_x, v_y)_{i,j} = \frac{k(x_{i,j}, y_{i,j})}{2\Delta\psi J_{i,j}} (y_{i,j+1} - y_{i,j-1}, x_{i,j-1} - x_{i,j+1}),$$

$$J_{i,j} = \frac{1}{4\Delta\psi\Delta\varphi} ((x_{i+1,j} - x_{i-1,j})(y_{i,j+1} - y_{i,j-1}) -$$

$$-(x_{i,j+1} - x_{i,j-1})(y_{i+1,j} - y_{i-1,j})), j = \overline{1, m-1}, i = \overline{1, n}.$$

Результати та аналіз числових розрахунків. Розглядається задача ідентифікації коефіцієнта фільтрації привибійної зони експлуатаційної свердловини при $\varphi_* = 0$, $\varphi^* = 1$, $Q^* = 1.018$, $k_* = 1$, $x_*(t) = 2(\cos(t) + 0.1\cos(4t))$, $y_*(t) = 2(\sin(t) - 0.1\sin(4t))$, $x^*(t) = 0.1\cos(t) + 0.2$, $y^*(t) = 0.1\sin(t) - 0.2$, $0 \leq t \leq 2\pi$, де $G_z^1 = \{(x, y) : (x - 0.2)^2 + (y + 0.2)^2 \leq 0.5\}$.

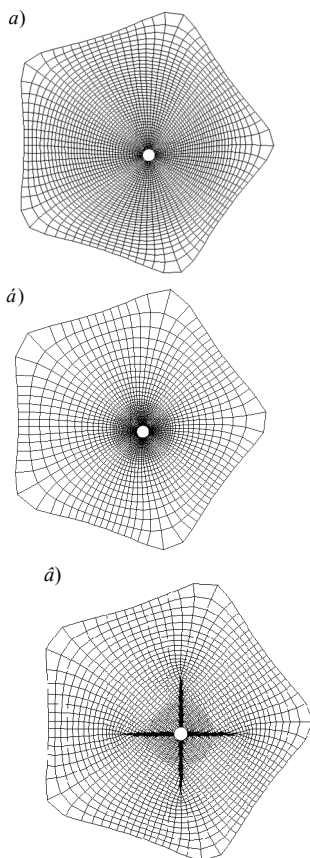


Рис. 2. Гідродинамічні сітки однорідного пласта (а) зонально неоднорідного (б) та із тріщинами ГРП (в).

На рис. 2(а-б) зображено гідродинамічні сітки у випадку однорідного пласта та при наявності зони забруднення відповідно. З використанням розробленого числового алгоритму, встановлено значення коефіцієнта фільтрації привибійної зони $k_1^* = 0.352$. Бачимо, що дане забруднення при свердловинній зоні приводить до

зменшення дебіту свердловини на 48% від розрахункового значення $Q = 2.108$ (для пласта без забруднення). З метою збільшення віддачі свердловини хоча б до значення витрати $Q = 3.11$, проведено процедуру ГРП з тріщинами фіксованих розмірів (взаємоортогональних еліпсів з півосями $a = 0.06$, $b = 1.5$, рис. 2в) та встановлено відповідне значення коефіцієнта фільтрації в тріщинах $k_1^* = 10.15$.

Висновок

Розроблений в роботах [6-8] комплексний підхід дослідження нелінійних процесів витіснення флюїдів узагальнено на випадок задачі ідентифікації коефіцієнта фільтрації нафтогазового пласта, з урахуванням відомого дебіту експлуатаційної свердловини, шляхом корекції його відхилення від заданого значення. На основі розроблених алгоритмів, що базуються на ідеях числових методів квазіконформних відображень та поетапної фіксації характеристик середовища й процесу, проведено розрахунки розподілу квазіпотенціалу швидкості у пласті із паралельним встановленням коефіцієнта фільтрації привибійної зони. У перспективі досліджень перенесення розробленої методології на випадок розв'язання задач багатофазної фільтрації за умов оптимізації параметрів (величин перетоків, координат та радіусів свердловин, характеристик гідророзривів тощо) та керування процесом.

ЛІТЕРАТУРА

1. Мирзаджанзаде А.Х. Моделирование процессов нефтегазодобычи. Нелинейность, неравновесность, неопределенность / А.Х. Мирзаджанзаде, М.М. Хасанов, Р.Н. Бахтизин – Москва-Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2004. – 368 с.
2. Хисамов Р.С. Гидродинамические исследования скважин и методы обработки результатов измерений / Р.С. Хисамов, Э.И. Сулейманов, Р.Г. Фархуллин и др. – М.: ВНИИОЭНГ, 1999. – 227 с.
3. Кульпин Л.Г. Гидродинамические методы исследований нефтегазовых пластов / Л.Г. Кульпин, Ю.А. Мясников – М.: Недра, 1974. – 200 с.
4. Баренблатт Г.И. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа / Г.И. Баренблатт, В.М. Ентов, В.М. Рьжик – М.: Недра, 1972. – 288 с.
5. Zhangxin C. Computational Methods for Multiphase Flows in Porous Media (Computational Science and Engineering) / C. Zhangxin, H. Guanren, M. Yuanle. Paperback. Society for Industrial and Applied Mathematic, 2006. – 531 pp.
6. Бомба А. Я. Один метод математичного моделювання процесів витіснення / А. Я. Бомба, С. В. Ярошак // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: технічні науки. – Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет, – 2010. – Вип. 3. – С. 3–13..
7. Бомба А. Я. Метод квазіконформних відображень математичного моделювання нелінійних процесів витіснення за умов існування тріщин гідророзриву

-
- пласта / А. Я. Бомба, А. М. Сінчук, С. В. Ярошак // Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. – 2011. – № 3(40) С. 32–36.
8. Бомба А. Я. Комплексне дослідження поведінки системи «свердловини-тріщини» при витісненні однієї рідини іншою у горизонтальному пласті / А.Я. Бомба, А.М. Сінчук, С.В. Ярошак // Серія: технічні науки. – Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет, – 2012. – Вип.6. – С. 11 – 26.
9. Бомба А. Я. Нелінійні математичні моделі процесів геогідродинаміки / А. Я. Бомба, В. М. Булавацький, В. В. Скопецький – К.: Наукова думка, 2007. – 308 с.

пост.13.11.12