3) неоднозначність даних, тобто наявність у вибірках ситуацій, коли однакові вхідні передумови можуть призводити до різних результатів.

Отримані результати також вказують на низьку ефективність детерміністичного прогнозування як підходу у випадку предметної області ринку Forex. Так як зміни валютних котирувань є в значній мірі випадковим процесом, його доцільно розглядати з позицій ймовірності справдження різноманітних гіпотез прогнозу. Детерміністичне прогнозування не дає уявлення про співвідношення таких ймовірностей, показуючи лише найбільш ймовірний варіант розвитку подій, який часто буває обраний з мінімальною перевагою. Перехід до ймовірнісних моделей прогнозування є перспективним напрямом подальшого дослідження з огляду на прозорість даних про достовірність прогнозу, що може бути корисним при побудові торгівельних стратегій.

ЛІТЕРАТУРА

1. Heaton J. Programming Neural Networks with Encog3 in C#, 2nd Edition / J. Heaton // Heaton Research, Inc. — 2011. — 232 p.
2. Brodsky B. E. Nonparametric Methods in Change-Point Problems. / B. E. Brodsky, B. S. Darkhovsky // Dordrecht: Kluver Academic Publishings. — 1993. — 210 p.

пост.19.03.13

Особливості імітаційного моделювання реалізацій процесу

В. В. НЕЧИПОРУК

Київський національний авіаційний університет

Описано процес імітаційного моделювання деяких класів процесів які допускають застосування при їх статистичній обробці класичних методів і дозволяють застосовувати до їх модифікацій класичні ергодичні теореми.

Описан процесс имитационного моделирования некоторых классов процессов, которые допускают применение при статистической обработке классические методы и позволяют применять к их модификациям эргодические теоремы.

The process of simulation modeling of certain classes of processes that allow the use of the statistical treatment of the classical methods and can be applied to their modifications ergodicity theorem.

Вступ. Математична модель інформаційного сигналу являє собою сукупність знань про досліджуваний об’єкт, а також припущень і гіпотез, висунутих відносно нього, об’єднаних у цілісну, логічно витриману формальну структуру, необхідну для розв’язування певного класу конкретних задач. Формальний характер математичної моделі дає можливість синтезу, на основі відображених у ній закономірностей, деякого технічного чи фізичного об’єкту, який би імітував поведінку або функціонування реального об'єкту.

Зрозуміло, що коли імітаційна модель є практично достатньою для опису досліджуваного об’єкту і формулювання задач, для розв’язування яких цей об’єкт вивчається, то це суттєво спрощує проведення самих досліджень і дозволяє отримувати більш глибокі результати. Найбільш очевидним це є в тих областях, наукового і технічного плану де проведення експериментів пов’язане з великими економічними, часовими, технічними затратами, зокрема в теорії надійності. Це можна пояснити тим, що вже на етапі проектування можна мати деяку інформацію про майбутній виріб і про умови його експлуатації, а також припущення стосовно статистичних характеристик часу безвідмовної роботи. Подібна апріорна інформація та інформація про окремі вузли, що вже мають визначені показники надійності і становить основу для створення математичної моделі функціонування майбутнього виробу. Подібна інформація знаходить застосування у функціональних блоках ІВС діагностики та пакетах прикладних програм, що розробляються у відповідності до апріорної інформації результатів імітаційного моделювання.

Імітаційні моделі сигналів використовуються для тестування технічних систем, в задачах прогнозування, у різноманітних навчаючих системах у тренажерах для диспетчерів станцій енергопостачання та ін.

Основна частина. Імітаційне моделювання випадкових процесів здійснюється в рамках загального підходу, відомого як метод статистичних випробовувань або метод Монте-Карло [1]. Відомо, що метод статистичних випробувань базується на теоремі А.М. Колмогорова, суть якої полягає в наступному. Для того щоб середнє арифметичне незалежних реалізацій випадкової величини збігалось з її математичним сподіванням необхідно і достатньо існування такого математичного сподівання.

Найбільш ефективним інструментом для імітаційного моделювання випадкових процесів є використання обчислювальної техніки, зокрема, персональних ЕОМ. Завдяки дискретному характеру представлення інформації в ЕОМ, їх використання дозволяє моделювати, як правило, випадкові послідовності – процеси з дискретним часом, які при потребі з урахуванням додаткових умов можна відповідним чином інтерполювати і отримати випадкові процеси з неперервним часом.

Імітаційне моделювання випадкового процесу методом статистичних випробувань полягає в побудові певного алгоритму для генерування на ЕОМ реалізацій цього процесу і потребує вирішення наступних основних проблем:

- генерування реалізацій найпростішої випадкової послідовності, яка береться як вихідна для імітування;

- зображення імітованого процесу в конструктивній формі для того, щоб можна було отримати його шляхом перетворення згаданої вище найпростішої випадкової послідовності;

- перевірка співпадання ймовірнісних характеристик випадкового процесу який моделюється та його імітаційної моделі.

При проведенні статистичного моделювання експериментатор часто має справу з масивами ВВ які моделюються на ЕОМ за певним алгоритмом створеним експериментатором для одержання масивів даних пов'язаних з певним типом розподілу.

Найчастіше розглядають три способи одержання ВВ: таблиці випадкових чисел, генератори випадкових чисел та метод псевдовипадкових чисел (ПЧ). Кожен з цих методів має свої переваги і свої недоліки.

Завдяки тому, що "якість" ПЧ перевіряється з допомогою спеціальних тестів, то можна не цікавитися як ці числа отримані – треба лише щоб вони відповідали прийнятій системі тестів.

В даному дослідженні тестом такої перевірки був вибраний гістограмний аналіз отриманих послідовностей ПЧ та перевірка параметрів їх розподілів таких як оцінка математичного сподівання, дисперсії, кореляційної функції (по ній степінь корельованості в послідовності), асиметрія та коефіцієнт ексцесу. Проте ці дані були проміжними і не завжди наводяться детальні викладки їх використання.

Псевдовипадковими називають числа отримані з допомогою деякої формули (часто рекурентно), що імітують значення ВВ.

Під словом "імітують" слід розуміти, що ці числа задовольняють тестам так, як це було б при розгляді ВВ.

Найчастіше при моделюваннях описаних в дисертації використовувалися уже відомі програми. Так для моделювання рівномірно розподілених величин в Mathcad було використано вбудований генератор $rnd(1)$. Але коли числа, отримані в такий спосіб, не проходили гістограмного або кореляційного аналізу, то використовувалися і інші методи отримання ПЧ.

Недоліком цього методу є обмеженість кількості ПЧ, бо коли застосовується рекурентна формула $\xi_{k+1} = F(\xi_k)$, $k \in \overline{0,\infty}$ для одержання послідовності $\xi_0, \xi_1, \ldots, \xi_n$, то така послідовність обов'язково є періодичною. Період такої послідовності зветься довжиною відрізка аперіодичності. Але для найбільш поширених ПЧ цей період настільки великий, що перевищує будь-які практичні потреби.

Моделювання рівномірно розподілених величин. Відомо, що значення довільної ВВ можна отримати шляхом перетворення якоїсь однієї базової випадкової величини (БВВ). Найчастіше роль такої величини грає ВВ рівномірно розподілена на інтервалі $[0,1]$. Тому всякий випадковий елемент моделювався як деяка функція від найпростіших БВВ [3-5]. А в якості БВВ було вибрано випадкову величину, рівномірно розподілену на інтервалі $[a,b]$. Щільність розподілу такої БВВ задається виразом (1).

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [a,b], \\ \dfrac{1}{a+b}, & x \in [a,b], \end{cases} \quad a,b \in \mathrm{R},\ a < b. \qquad (1)$$

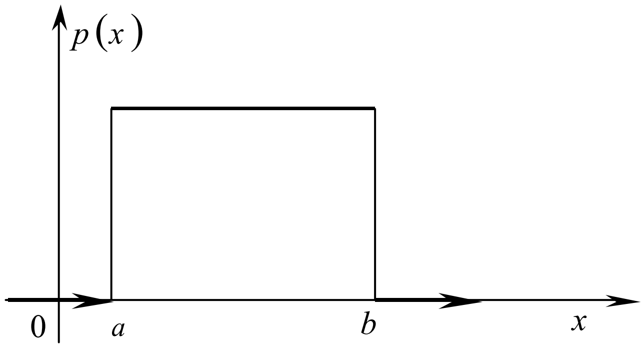

Рис. 1. Щільність рівномірного розподілу

Як правило рівномірно розподілену випадкову величину моделюють в інтервалі $[0,1]$. При цьому можливе використання декількох алгоритмів моделювання. Це можуть бути програмні алгоритми за конгруентним методом, методом Пономарьова та ін. Таким чином з метою моделювання масивів рівномірно розподілених випадкових величин використовуємо математичні цілком не випадкові алгоритми. Числа, що отримані за такими алгоритмами є псевдовипадковими, але при певних значеннях початкових даних вони мають властивості дуже схожі з властивостями реалізацій випадкових чисел. З подібними алгоритмами можна ознайомитися в [1].

Відомо, що кожний програмний давач рівномірно розподілених псевдовипадкових чисел потребує відповідної перевірки на основі використання статистичних тестів (у роботі [2] запропоновано використання одинадцяти тестів). Рішення про відповідність статистичним тестам формуємої послідовності псевдовипадкових величин приймається по результатам перевірки статистичних гіпотез з використанням статистичних критеріїв. При проведенні імітаційного моделювання в рамках даного дослідження використовувалась штатна функція призначена для моделювання рівномірно розподілених ВВ. У програмному забезпеченні кожної ЕОМ є стандартна функція $rnd(n)$, $n = 1,2,3\ldots$, у процесі послідовного звернення до якої дістаємо незалежні реалізації стохастично незалежних в сукупності випадкових величин з рівномірним законом розподілу. Використання даного методу є розповсюдженим способом моделювання БВВ. Задаючи у функції $rnd(n)$ відповідне значення n отримують реалізації рівномірно розподіленої величини на інтервалі $[0,n]$. Перевірка послідовності псевдовипадкових чисел була проведена для наступних тестів:

а) визначення числа аперіодичності послідовності було проведено на основі використання критерія хі-квадрат з рівнем значущості $\alpha = 0{,}05$. Число аперіодичності для давача використаного в роботі становило 2^{31}.

б) рівномірність розподілу значень чисел послідовності в діапазоні [0,1] перевірена з використанням статистичного критерію χ^2 з рівнем значущості $\alpha = 0{,}05$ була підтверджена відповідною статистичною гіпотезою.

в) перевірка коефіцієнта кореляції між компонентами псевдовипадкової послідовності з метою перевірки степені некорельованості також була проведена з використанням критерію χ^2. По результатам виконаних розрахунків зроблено висновок про некорельованість компонентів псевдовипадкової послідовності.

Моделювання неперервних випадкових величин із заданим законом розподілу. В якості БВВ використовують рівномірно розподілену випадкову величину в інтервалі $[0,1]$ способи моделювання якої розглянуто вище.

При моделюванні ВВ η із потрібним законом розподілу використовують метод оберненої функції [1,3,4]. При цьому припускають, що БВВ ξ неперервна випадкова величина із щільністю розподілу $p_\xi(x)$. Випадкова величину η пов'язана з нею функціональною залежністю:

$$\eta = u(\xi) \tag{2}$$

При цьому функцію $u(x)$ вибирають таким чином щоб щільність розподілу η отримана з щільності розподілу БВВ задовольняла умовам задачі. Якщо $u(t)$ неперервна, монотонна на інтервалі $[a,b]$ функція, то випадкова величина η прийме значення, менше наперед заданого y з ймовірністю $\mathrm{P}\{\eta < y\}$, якщо випадкова величина ξ прийме значення, менше x, тобто

$$\mathrm{P}\{\eta < y\} = \mathrm{P}\{\xi < x\}. \tag{3}$$

Права і ліва частини останнього виразу є функціями розподілу: $F_1(x)$ – випадкової величини ξ, а $F_2(y)$ – випадкової величини η, отже

$$F_2(y) = F_1(x),\ \text{при}\ y = u(x),\ x \in (-\infty, \infty). \tag{4}$$

Продиференціювавши (4) по y отримаємо

$$\frac{dF_2(y)}{dy} = \frac{dF_1(x)}{dy} \cdot \frac{dx}{dy} = \frac{dF_1(x)}{dx} \cdot \frac{dx}{dy} \tag{5}$$

або інакше

$$p_2(y) = p_1(x) \cdot J, \tag{6}$$

де $J = \dfrac{dx}{dy}$ є якобіан перетворення

Для того, щоб визначити J, попередньо необхідно знайти функцію q, обернену (1), тобто знайти залежність змінної ξ від η

$$\xi = q(\eta). \tag{7}$$

Остаточний вираз отримаємо об`єднавши (3.5) і (3.6)

$$p_2(\eta) = |q'(\eta)| p_1(\xi). \tag{8}$$

Коли ξ – рівномірно розподілена в інтервалі $[0,1]$ випадкова величина із щільністю розподілу ймовірностей $p_1(x) = \begin{cases} 1, & x \in [0,1], \\ 0, & x \notin [0,1]. \end{cases}$ тоді $p_2(\eta) = |q'(\eta)|$.

Отже, якщо ξ – це рівномірно розподілена випадкова величина і вважати, що

$$x = F(y), \tag{9}$$

то результат диференціювання правої частини залежності (9) дасть щільність розподілу $p_2(y)$ випадкової величині η.

Розв`язавши (9) відносно y, одержимо аналітичний вираз для функціонального перетворення $\eta = u(\xi)$, яке слід застосувати до рівномірно розподіленої в інтервалі $[0,1]$ величини ξ для одержання випадкового величини η із заданою щільністю розподілу $p_2(y)$. Оскільки у формулі (8) якобіан береться по модулю, то його значення не зміниться, якщо у (9) запишемо праву частину у вигляді

$$x = 1 - F(y). \tag{10}$$

Детальніше з особливостями моделювання і побудови алгоритмів на ЕОМ з метою одержання БВВ та ВВ з заданим законом розподілу можна ознайомитися в роботах [1,3,4].

Висновки

В роботі проведена статистична перевірка відповідності базової псевдовипадкової рівномірно розподіленої послідовності трьом тестам: обчислення числа аперіодичності; рівномірності розподілу значень послідовності в діапазоні $[0,1]$; перевірка кореляції між компонентами послідовності. Відповідність вказаним тестам підтверджена статистичними гіпотезами на основі використання статистичного критерію $\varkappa^2$ з рівнем значущості 0.05.

ЛІТЕРАТУРА

1. Дуб Дж. Вероятностные процессы: Пер. с англ. — М. : ИЛ, 1956. — 835 с.
2. Кендал М. Дж., Стюарт А. Теория распределений: Пер. с англ. — М. : Наука, 1966. — 588 с.
3. Бабак В. П., Марченко Б. Г., Фриз М. Є. Теорія ймовірностей, випадкові процеси та математична статистика. — К. : “Техніка”, 2004. — 287 с.
4. Новиков В. С. Техническая эксплуатация и надежность авиационного радиооборудования: Учеб. пособ. — М. : Транспорт, 1970. — 232 с.
5. Айвазян С. А., Енюков И. С., Мешалкин Л. Д. Прикладная статистика: Основы моделирования и первичная обработка данных. — М. : Финансы и статистика, 1983. — 471 с.

пост.29.03.13