Проблемные аспекты решения задач прогнозирования долговечности корродирующих конструкций при неполной информации

Л. И. КОРОТКАЯ

Государственное высшее учебное заведение
«Днепропетровский государственный химико-технологический университет»

В статье предложена новая постановка задачи прогнозирования долговечности коррозирующих конструкций при неточных данных о параметре агрессивной среды. Нечёткая информация формализуется с помощью α - уровневого принципа обобщения. Рассмотрены и проанализированы проблемные аспекты, вызванные использованием α - уровней. Приводится анализ результатов численного эксперимента.

У статті запропонована нова постановка задачі прогнозування довговічності кородуючих конструкцій при неточних даних про параметр агресивного середовища. Нечітка інформація формалізована за допомогою α - рівневого принципу узагальнення. Розглянуто та проаналізовано проблемні аспекти, які виникають при використанні α -рівней. Наводиться аналіз результатів чисельного експерименту.

In the article proposes a new formulation task of durability prediction of corroding constructions with fuzzy parameters of aggressive environment. Fuzzy information is formalized by means of α - level principle of generalization. Reviewed and analyzed the problematic aspects that are caused by using the α – levels. Analyzes the results of the numerical experiment.

Одной из важнейших проблем, возникающих при синтезе моделей прогнозирования долговечности корродирующих конструкций (КК) (ферм), является проблема необходимости учёта априорной и текущей информации. Очевидно что, известные модели (детерминированная и вероятностная) обладают существенными недостатками: не учитывают нечёткий характер параметров агрессивной среды (АС), который с трудом поддаётся математической формализации. Как правило, постановщику задачи известен только интервал изменения скорости коррозии $v_0 \in [v_0^-; v_0^+]$, который определяется значением лингвистической переменной. Этот интервал трактуется как множество возможных значений, которые может принимать параметр скорость коррозии в процессе моделирования поведения корродирующей конструкции.

1. Постановка задачи. В общем виде математическая постановка задачи прогнозирования долговечности КК может быть записана следующим образом:

$$t^* = \min_{i=\overline{1,N}} \{t_i\}. \qquad (1)$$

Здесь t^* – определяемое значение долговечности; N – количество элементов в системе; t_i – долговечность i-го элемента фермы, определяемого условиями прочности и устойчивости:

$$\begin{cases} [\sigma] - \sigma_i(t, v_0) = 0; & i = \overline{1,N} \\ \sigma_j^*(t) - \sigma_j(t, v_0) = 0; & j \in J \end{cases}, \qquad (2)$$

где $[\sigma]$ – допускаемое напряжение; $\sigma_i(t)$ – текущее напряжение в i-м элементе; σ_j^* – критическое напряжение потери устойчивости; v_0 – скорость коррозии при отсутствии напряжений; J – множество элементов, работающих на сжатие.

Определение прогнозируемого значения долговечности корродирующей конструкции предполагает решение системы дифференциальных уравнений (СДУ), описывающих коррозионный износ, вида:

$$\frac{dB}{dt} = v_0 \cdot [1 + k \cdot \sigma(B)], \qquad 3)$$

где B – матрица изменяющихся параметров конструкции, размерности $N \times n$; N – количество элементов конструкции; n – количество параметров, определяющих размеры элемента. Решение этой системы возможно только численно, например, методом Эйлера [1].

В работе предлагается подход, рассматривающий скорость коррозии как нечёткое число $\tilde{v}_0 = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} (v_0^-; v_0^+)$ с заданной функцией принадлежности $\mu(v_0)$. Как известно, принцип обобщения Л. Заде позволяет определить вид указанной функции, но сопряжён с определёнными трудностями: большим объёмом вычислений для построения результирующего нечёткого множества и построением верхней огибающей элементов этого множества.

При управлении такими сложными динамическими объектами, которыми и являются рассматриваемые корродирующие конструкции, для формализации нечёткой информации могут использоваться различные методы построения функций принадлежности, например, по статистическим данным, с использованием парных сравнений, по ранговым оценкам и другие.

В работе применяется прямой метод построения функции принадлежности, то есть используются прямые экспертные оценки. Недостатком такого подхода является большая доля субъективизма, но в тоже время при выборе того или иного метода необходимо учитывать сложность получения экспертной информации. Ввиду того, что на скорость коррозии влияют многие факторы: температура среды, давление, влажность, насыщенность кислотообразующими элементами и прочие, то автору представляется целесообразным использование именно прямых экспертных оценок для представления функции принадлежности скорости коррозии. Это позволяет рассматривать степень принадлежности параметра АС нечёткому множеству с различной степенью принадлежности:

$$\tilde{v}_0 = \sum_{i=1}^{2\cdot N_\alpha - 1} \frac{\mu(v_0^i)}{v_0^i}, \qquad v_0^i \in [v_0^-; v_0^+], \tag{4}$$

$$\mu(v_0^i) = \begin{cases} 0, & v_0^i \notin [v_0^-; v_0^+]; \\ \cos\left(\pi \cdot \dfrac{v_{cp} - v_0^i}{v_0^+ - v_0^-}\right), & v_0^i \in [v_0^-; v_0^+], \end{cases} \tag{5}$$

где N_α – количество α-уровней, v_{cp} – среднее значение скорости коррозии.

Предлагаемый в работе подход, основанный на использовании α-уровневого принципа обобщения (или далее операция фуззификации [2]), позволяет рассматривать нечёткие модели задач прогнозирования долговечности. Следует отметить, что использование α-уровней, с одной стороны более адекватно описывает коррозионный процесс, а с другой – приводит к существенному увеличению вычислительных затрат. Остановимся детальнее на этой проблеме.

Процедуры представления скорости коррозии, как нечёткой величины в виде кортежа её значений, а также преобразование нечёткого множества значений долговечности в чёткое число являются хорошо известными [2, 3] и не нуждаются в каких-либо дополнительных комментариях. Естественно, их реализация не представляет собой каких-либо вычислительных сложностей и не оказывает существенного влияния на скорость работы вычислительного алгоритма. Значительно большую сложность с этой точки зрения представляет собой задача определения значений кортежа долговечности, соответствующих значениям кортежа скоростей коррозии. Это утверждение, по мнению автора, не является очевидным и нуждается в обосновании.

Виду того, что параметр АС рассматривается как интервальная величина, то представляется целесообразным использовать для решения СДУ, интервальные методы. С этой целью можно применять широкий спектр двусторонних и интервальных методов [4].

Однако следует учитывать ряд особенностей, присущих указанным методам, например, так называемый эффект раскрутки Мура или эффект распаковывания, который связан только с внутренними свойствами интервальных методов безотносительно к ошибкам численных решений [4].

В большинстве случаев необходимы гарантированные оценки погрешности получаемого результата. Тогда можно воспользоваться апостериорными оценками имеющегося численного решения, например, использование методов, основанных на мажорантах Лозинского.

Не вдаваясь в подробное описание указанных методов, отметим, что в данной работе для построения двустороннего решения задачи Коши для СДУ типа (3) с интервально заданным параметром АС, сначала решалась задача приближённо с использованием метода Рунге-Кутты второго порядка. В результате получено приближённое решение задачи Коши в узлах временной сетки. Были построены эрмитовы сплайны третьей степени, аппроксимирующие полученные численные решения в узлах, которые позволили найти двустороннее решение. В этом случае возможна оценка его ширины, которая при необходимости может быть уточнена.

Отметим, что использование интервальных численных методов позволяет учесть нечёткий характер параметра внешней среды, однако, сопряжено с большими вычислительными затратами. Особенно эта проблема становится актуальной в том случае, когда задача прогнозирования долговечности является частью более общей задачи – определения оптимальных параметров КК, когда функции ограничений предполагают определение долговечности конструкции и решение задачи нелинейного программирования на каждом шаге.

2. Численная иллюстрация. Рассмотрим в качестве иллюстративного примера задачу прогнозирования долговечности пятистержневой статически неопределимой фермы (рис. 1), все стержни которой имеют кольцевое сечение с внешним $R = 3{,}0$ *см* и внутренним $r = 2{,}2$ *см* радиусами. Параметры конструкции: $L = 150{,}0$ *см*; $[\sigma] = 240{,}0$ *МПа*; $Q = 10{,}0$ *кН;* $E = 2{,}1\times 10^5$ *МПа,* коэффициент влияния напряжений $k = 0{,}003$ *МПа*$^{-1}$. Скорость коррозии задана интервалом $v_0 \in [0{,}07; 0{,}13]$ *см/год* с функцией принадлежности вида (5). При выполнении операции фуззификации для получения кортежа скорости коррозии v_0^i использовалось шесть α-уровней, количество элементов кортежа было равно одиннадцати.

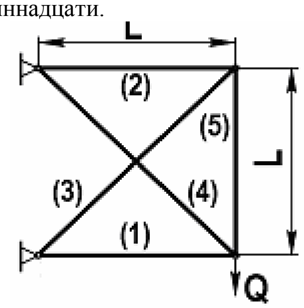

Рис. 1 Расчётная схема модельной конструкции

Предположим, что для какого-либо значения v_0^i известно решение задачи прогнозирования долговечности t^i. Эффективность вычислительного алгоритма будет зависеть от возможности получения остальных значений долговечности t^j $\left(j = \overline{1,N}; i \neq j\right)$, используя ранее найденное значение t^i и не решая для всех значений v_0^i $\left(j = \overline{1,N}; i \neq j\right)$ СДУ.

В [1] получена аналитическая формула, позволяющая точно определить время, в течение которого напряжение в стержне при осевом нагружении увеличатся от начального значения σ_0 до $[\sigma]$, соответствующего моменту разрушения:

$$t^*_{ан} = t_0 - \frac{2kQ}{v_0 d_1} \cdot \left\{ arctg \frac{2a\delta d_1}{d_1^2 + (2a\delta + b)b} \right\}, \qquad 6)$$

$$t^*_{ан} = t_0 - \frac{2kQ}{v_0 d_2} \cdot \ln\left\{\frac{(2a\delta + b - d_2)(b + d_2)}{(2a\delta + b + d_2)(b - d_2)}\right. \quad 7)$$

Здесь a – коэффициент формы сечения ($a = 4$ для большинства фасонных профилей: уголка, швеллера, двутавра и т.п.); $b = -P_0$; $c = A_0 + kQ$; $d_1 = \sqrt{4ac - b^2}$; $d_2 = \sqrt{b^2 - 4ac}$; A_0, P_0 – площадь и периметр сечения в начальный момент времени; Q – величина осевого усилия; $t_0 = {\delta(t^*)}/{v_0}$; $\delta(t^*)$ – глубина коррозионного износа, соответствующая предельному значению напряжения. Применение формулы (6) или (7) зависит от знака выражения $\left|b^2 - 4ac\right| \neq 0$.

Из анализа этой формулы следует, что существует зависимость между скоростью коррозии v_0^i и значением t^i. Тогда для любого v_0^i значение t^i может быть определено по формуле:

$$t^j = t^i \cdot \frac{v_0^i}{v_0^j} \quad (8)$$

Тогда представляется возможным использовать это соотношение для вычисления всех значений кортежа долговечности, используя лишь одно известное решение t^i. Какого либо значительного увеличения вычислительных затрат в этом случае не будет.

К сожалению, изложенный подход оказывается применимым лишь для определённого класса конструкций, а именно – статически определимых систем. При выводе формул (6) и (7) предполагалось, что значение осевой нагрузки не изменяется в процессе работы стержня [1].

На изменение напряжений в элементах статически неопределимой фермы в действительности влияют два фактора: изменение площади сечения стержня и изменение внутренних усилий вследствие изменения жёсткостей всех элементов [1]. Исходя из этого, СДУ, описывающая коррозионный процесс в конструкции, должна быть записана в следующем виде:

$$\frac{d\delta_i}{dt} = v_0\left[1 + k \cdot \sigma\left(\delta_i, Q_i(\bar{\delta})\right)\right], \quad i = \overline{1, N}, \quad (9)$$

где $\bar{\delta}$ – вектор глубин коррозии всех элементов.

При пересчёте значений долговечности использование формулы (8), очевидно, будет приводить к погрешностям, так как в действительности значения осевых усилий изменяются с течением времени. Не останавливаясь на количественном анализе этих погрешностей, отметим значительно более серьёзную проблему, возникающую при попытке использования (8).

В статически определимых конструкциях не происходит перераспределения внутренних усилий в элементах и точное решение задачи прогнозирования долговечности может быть получено непосредственно из аналитических уравнений, определяющих долговечность в растянутых или сжатых стержнях произвольного поперечного сечения [1]. Такие конструкции в нашем случае не представляют интереса и не рассматриваются.

Изменение внутренних усилий в элементах фермы может быть весьма значительным, что подтверждают данные, приведенные в *табл. 1.*

Таблица 1

t, *лет*	Q_1, *кН*	Q_2, *кН*	Q_3, *кН*	Q_4, *кН*	Q_5, *кН*
0,0	-384,97	314,84	-444,80	545,20	314,68
2,0	-389,90	309,91	-437,65	552,38	309,68
4,0	-401,66	298,26	-420,76	569,39	297,85
6,0	-446,23	255,45	-357,13	634,26	253,87

В [1] было установлено, что изменение величины внешних нагрузок или параметров агрессивной среды в ряде случаев вызывают изменение характера разрушения конструкции. Это объясняется именно изменениями усилий в элементах статически неопределимых конструкций.

Иллюстрирующие описанную ситуацию данные, представлены в табл. 2 и на *рис. 2.*

Таблица 2

N / v_0^i, см/год	1	2	3	4	5
0,070	9,209	9,081	<u>8,423</u>	9,373	9,075
0,079	<u>7,889</u>	8,660	<u>7,875</u>	8,803	8,688
0,083	<u>7,716</u>	8,168	7,7659	8,244	8,194
0,087	<u>7,227</u>	7,953	7,423	8,354	7,959
0,091	<u>7,204</u>	7,733	7,255	8,010	7,835
0,100	<u>6,808</u>	7,678	6,924	7,568	7,799
0,109	<u>6,554</u>	7,555	6,661	6,719	7,564
0,0113	<u>6,424</u>	7,321	6,534	6,677	7,386
0,117	<u>6,243</u>	7,152	6,372	6,431	7,193
0,121	<u>6,148</u>	6,856	6,255	6,279	6,958
0,130	<u>5,883</u>	6,506	6,061	6,153	6,678

Из приведенных результатов, следует, что для первого элемента кортежа скорости коррозии v_0^1 долговечность конструкции определяется ограничением по устойчивости конечного элемента (КЭ) (3). Для v_0^2 вид ограничения, определяющего долговечность конструкции, тот же, но расчётные долговечности КЭ (1) и (3) очень близки. Начиная с v_0^3 и для всех последующих элементов кортежа долговечность определяется ограничением по устойчивости КЭ (1). Графически эта ситуация может быть представлена на *рис. 2.*

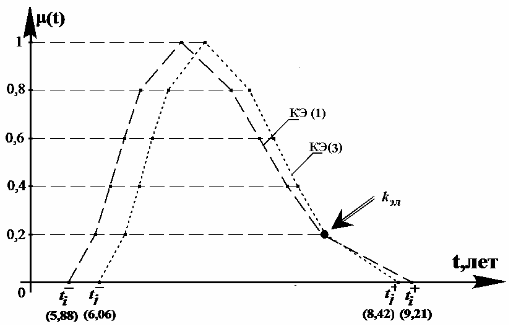

Рис. 2. Кортежи долговечности для КЭ (1) и КЭ (3)

Очевидно, что описанная ситуация может приводить к заведомо неверному решению, то есть существенно изменяется не только вид функции принадлежности долговечности, но и границы самого нечёткого множества, в данном случае $[t_i^-; t_j^+]$. Таким образом, гипотеза о том, что, зная кортеж скорости коррозии, можно воспользоваться формулой (8) и получить соответствующий кортеж долговечности, опровергается численными экспериментами.

Для того чтобы избежать подобных ситуаций необходимо СДУ вида (3) решать для каждого элемента кортежа скорости коррозии. На основании приведенных данных численного эксперимента предлагается представление долговечности конструкции как нечёткого множества в следующем виде:

$$\tilde{T} = \sum_{k=1}^{k_{эл}} \frac{\mu\left(t_i^k\right)}{t_i^k} \& \sum_{k=k_{эл}+1}^{2\cdot N_\alpha - 1} \frac{\mu\left(t_j^k\right)}{t_j^k}, \qquad (10)$$

где $t_i^k, t_j^k \in [t^-; t^+],\ k_{эл} \in \left[1; 2\cdot N_\alpha - 2\right]$, $k_{эл}$ – номер элемента кортежа долговечности, в котором происходит изменение функций, определяющих её предельное состояние.

Выводы

Таким образом, прогнозирование долговечности корродирующих конструкций предполагает решение системы дифференциальных уравнений для всех точек кортежа скорости коррозии. Очевидно, применение α-уровней приводит к многократному увеличению вычислительных затрат при решении указанного класса задач, поэтому проблема повышения эффективности вычислительных алгоритмов их реализации приобретает самостоятельное значение и детально рассмотрена в [5].

ЛИТЕРАТУРА

1. Зеленцов Д. Г. Расчёт конструкций с изменяющейся геометрией в агрессивных средах. Стержневые системы — Днепропетровск : УГХТУ, 2002. – 168 с.
2. Рутковская Д., Пилиньский М., Рутковский Л. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечёткие системы: пер. с польск. И. Д. Рудинского — М. : Горячая линия Телеком, 2006. — 452 с. : ил.
3. Круглов В. В., Дли М. И., Голунов Р. Ю. Нечёткая логика и искусственные нейронные сети. — М. : Физматлит, 2001. — 224 с.
4. Калмыков С. А., Шокин Ю. И., Юлдашев З. Х. Методы интервального анализа. — Новосибирск : Наука, 1986. — 222 с.
5. Короткая Л. И. Повышение эффективности вычислительных методов моделирования поведения корродирующих конструкций: дис. … канд. техн. наук: 01.05.02 / Короткая Лариса Ивановна — Дн-ск., 2012. — 144 с.

пост.08.04.13

Применение муравьиных алгоритмов для оптимизации факторных планов эксперимента

*Н. Д. КОШЕВОЙ, А. С. ЧУЙКО**

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского
*«Харьковский авиационный институт»

Разработан алгоритм оптимизации факторных планов эксперимента с использованием муравьиных алгоритмов. Доказана эффективность его применения при исследовании емкостного микроэлектромеханического преобразователя температуры.

Розроблено алгоритм оптимізації факторних планів експерименту з допомогою мурашиних алгоритмів. Показана ефективність його застосування для дослідження ємнісного мікроелектромеханічного перетворювача температури.

The algorithm of optimization of factorial plans of experiment with use of ant algorithms are develop. Efficiency it application at research of the MEMS capacitive thermal sensor are prov.

Постановка проблемы. При решении задач оптимизации и управления различными объектами возникает проблема получения математических моделей указанных объектов. При этом оправдано стремление экспериментаторов получать эти модели при минимальных стоимостных и временных затратах. Особенно