

## Математическое моделирование снижения амплитуды автоколебаний (помпажа) с помощью присоединения проточных акустических демпферов к напорной магистрали пневмосистемы

*В. В. ГОЦУЛЕНКО, В. Н. ГОЦУЛЕНКО*

Институт предпринимательства “Стратегия”

В данной работе рассмотрена задача демпфирования автоколебаний (помпажа) в пневмосистеме при помощи последовательного присоединения к ее напорной магистрали проточных акустических демпферов. Получена математическая модель, описывающая нестационарные движения воздуха в демпфированной пневмосистеме как динамической системе с сосредоточенными параметрами. Также приведена методика расчета акустических параметров демпферов, обеспечивающих уменьшение амплитуды автоколебаний до априорно заданной величины.

У даній роботі розглянуто задачу демпфування автоколивань (помпажа) в пневмосистемі за допомогою послідовного приєднання до її напірної магістралі проточних акустичних демпферів. Побудовано математичну модель, що описує нестационарні рухи повітря в демпфированій пневмосистемі як динамічній системі з зосередженими параметрами. Також наведено методику розрахунку акустичних параметрів демпферів, що забезпечують зменшення амплітуди автоколивань до априорно заданої величини.

In this paper we consider the problem of damping oscillations (surge) in the pneumatic system with a serial connection to her discharge line flowing acoustic dampers. A mathematical model describing the unsteady movement of air in the pneumatic system as a damped dynamic system with lumped parameters. Also describes a method of calculating the parameters acoustic dampers that reduce the amplitude of the oscillations to a priori specified value.

**Введение.** Теоретическое описание явления помпажа компрессора изложено в монографии [1] и в ряде других публикаций. Простейший практический способ предупреждения помпажа связан при снижении нагрузки потребителя с бесполезным сбросом в атмосферу сжатого воздуха. В системах дутья, в которых используется обогащение воздуха кислородом, возникающие при этом финансовые потери возрастают в несколько раз. Поэтому в настоящее время для предупреждения помпажа осуществляется внедрение рециркуляции воздуха на вход в нагнетатель при уменьшении его потребления. В [2] для управления амплитудой автоколебаний помпажа в гидросистемах рассмотрена импульсная рециркуляция с закруткой потока, уменьшающая расход рециркулирующей среды.

Эффективным способом защиты от помпажа является уменьшение рабочего объема тракта нагнетателя при снижении его подачи. В этом случае исключается отрыв потока и образование вихревых потерь, из-за которых образуется неустойчивая восходящая ветвь на напорной характеристике нагнетателя. Однако в этом

случае необходимы соответствующие вмешательства в изменение конструкции нагнетателя [3-5].

Существенное снижение амплитуды автоколебаний в области неустойчивой восходящей ветви напорной характеристики достигнуто включением в систему проточного пассивного  $L_a C_a$  – колебательного контура. В [6] обосновано снижение амплитуды автоколебаний перфорированием проточного канала антиимпульсными перегородками.

**Постановка задачи.** В данной работе с помощью математического моделирования решается задача понижения амплитуды автоколебаний помпажа в системе дутья доменной печи, в напорной магистрали которой последовательно расположена система  $L_a C_a$  – динамических демпферов или резонаторов Гельмгольца (рис. 1), в которых осуществляется снижение амплитуды автоколебаний помпажа из-за рассеивания волновой энергии.

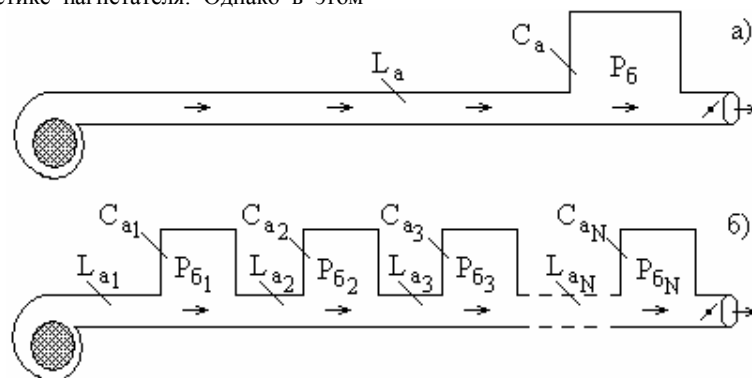


Рис. 1. Схема демпфирования автоколебаний помпажа при помощи проточных акустических  $L_a C_a$  – динамических демпферов: а) исходная пневмосистема; б) пневмосистема с последовательно присоединенными демпферами

**Формализация математической модели и анализ полученных результатов.** Уравнения, описывающие движение воздуха в пневмосистеме с сосредоточенными параметрами (рис. 1, б), получаются как следствие выполнимости законов сохранения массы и импульса массы. В форме уравнений теории помпажа данная система уравнений имеет следующий вид:

$$\begin{cases} L_{a_1} \frac{dQ_1}{dt} = F(Q_1) - R_1(Q_1) - P_{\delta_1}, \\ C_{a_1} \frac{dP_{\delta_1}}{dt} = Q_1 - Q_2, \\ L_{a_2} \frac{dQ_2}{dt} = P_{\delta_1} - R_2(Q_2) - P_{\delta_2}, \\ C_{a_2} \frac{dP_{\delta_2}}{dt} = Q_2 - Q_3 \\ \dots \\ L_{a_N} \frac{dQ_N}{dt} = P_{\delta_{N-1}} - R_N(Q_N) - P_{\delta_N}, \\ C_{a_N} \frac{dP_{\delta_N}}{dt} = Q_N - Q_{N+1}, \\ P_{\delta_N} = k_c Q_{N+1}^2, \end{cases} \quad (1)$$

где  $P_{\delta_N} = k_c Q_{N+1}^2$ ,  $R_i(Q_i) = k_i Q_i^2$ ,  $k_i$  ( $i = \overline{1; N}$ ) – коэффициенты гидравлических потерь в акустических демпферах, соответственно  $L_{a_i}$  – акустическая масса,  $C_{a_i}$  – акустическая емкость  $i$ -го демпфера. Напорная характеристика нагнетателя  $F(Q_1)$  формально определяется из уравнения энергии, а фактически находится экспериментально. В теории помпажа компрессора установлено, что при монотонно убывающей напорной характеристике компрессора стационарный режим работы пневмосистемы является абсолютно устойчивым. При этом необходимым условием возбуждения автоколебаний помпажа является наличие восходящей ветви на напорной характеристике компрессора.

Стационарный режим (положение равновесия) динамической системы (1) определяется из условий:

$$\left. \frac{dQ_i}{dt} \right|_{Q_i=Q_i^*} = 0, \quad \left. \frac{dP_{\delta_i}}{dt} \right|_{P_{\delta_i}=P_{\delta_i}^*} = 0 \quad (i = \overline{1; N}),$$

которые приводят к следующей системе алгебраических уравнений: ( $i = \overline{2; N-1}$ )

$$F(Q_i^*) - R_1(Q_i^*) - P_{\delta_i}^* = 0, \quad P_{\delta_i}^* - R_{i+1}(Q_{i+1}^*) - P_{\delta_{i+1}}^* = 0, \quad (2)$$

$$Q_j^* - Q_{j+1}^* = 0 \quad (j = \overline{1; N-1}), \quad Q_{N+1}^* = \sqrt{\frac{P_{\delta_N}^*}{k_c}}.$$

Решение системы (2) определяется следующими соотношениями

$$P_{\delta_i}^* = F(\xi) - \sum_{j=1}^i k_j \xi^2, \quad Q_i^* = \xi, \quad (\forall i = \overline{1; N}) \quad (3)$$

где параметр  $\xi$  при заданном коэффициенте  $k_c$  определяется как решение нелинейного алгебраического уравнения

$$F(\xi) - \sum_{j=1}^N k_j \xi^2 = k_c \xi^2. \quad (4)$$

Уравнение (4) является нелинейным и при его решении возникают определенные трудности, для устранения которых можно изначально фиксировать  $\xi$ , а далее коэффициент дросселирования  $k_c$  определять по

формуле  $k_c = \xi^{-2} \left( F(\xi) - \sum_{j=1}^N k_j \xi^2 \right)$ . При таком подходе

уравнение (4) удовлетворяется автоматически.

В отсутствии акустических демпферов в пневмосистеме (рис. 1, а) автоколебания определяются как периодические решения следующей системы нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} L_a \frac{dQ}{dt} = F(Q) - R(Q) - P_{\delta}, \\ C_a \frac{dP_{\delta}}{dt} = Q - \sqrt{\frac{P_{\delta}}{k_c}}. \end{cases} \quad (5)$$

Обозначим через  $P_{\delta}(t) = P_{\delta}(t, L_a, C_a)$ ,  $Q(t) = Q(t, L_a, C_a)$  периодическое решение системы (5). Данное решение на фазовой плоскости параметрически определяет устойчивый предельный цикл, внутри которого расположено неустойчивое положение равновесия с координатами  $Q^* = \xi$ ,  $P_{\delta}^* = F(\xi) - R(\xi)$ , где  $\xi = \sqrt{k_c^{-1} P_{\delta}^*}$ . Также обозначим через

$$P_{\delta_i}(t) = P_{\delta_i}(t, L_{a_1}, \dots, L_{a_N}; C_{a_1}, \dots, C_{a_N}),$$

$$Q_i(t) = Q_i(t, L_{a_1}, \dots, L_{a_N}; C_{a_1}, \dots, C_{a_N}) \quad (i = \overline{1; N})$$

периодическое автоколебательное решение системы (1). Тогда неформально рассматриваемая задача сводится к выбору акустических параметров  $L_{a_i}$  и  $C_{a_i}$  ( $i = \overline{1; N}$ ) демпферов, так, чтобы периодическое решение системы (1) имело как можно меньшую амплитуду в сравнении с амплитудой периодического решения системы (5). Для формализации данной задачи введем обозначения:

$$L_{a_i} = x_i L_a, \quad C_{a_i} = y_i C_a \quad (i = \overline{1; N}).$$

Введем в рассмотрение следующие функции:

$$\begin{cases} A_P(x_1, \dots, x_N; y_1, \dots, y_N) = \max_{0 \leq t < \infty} \max_{1 \leq i \leq N} |P_{\delta_i}(t)| |P_{\delta}(t)|^{-1}, \\ A_Q(x_1, \dots, x_N; y_1, \dots, y_N) = \max_{0 \leq t < \infty} \max_{1 \leq i \leq N} |Q_i(t)| |Q(t)|^{-1}. \end{cases} \quad (6)$$

В соотношениях (6) функции переменной времени  $t$  являются периодическими, поэтому при вычислении максимума вместо интервала  $0 \leq t < \infty$  можно перейти к любому отрезку с длиной, равной максимальному из периодов данных функций. Таким образом, окончательно приходим к следующей задаче векторной оптимизации:

$$\begin{bmatrix} A_P(x_1, \dots, x_N; y_1, \dots, y_N) \\ A_Q(x_1, \dots, x_N; y_1, \dots, y_N) \end{bmatrix} \rightarrow \min \quad (7)$$

при ограничениях  $x_i \geq 0$ ,  $y_i \geq 0$  ( $\forall i = \overline{1; N}$ ).

Отметим, что в практике автоколебания помпажа малых амплитуд являются неопасными. Поэтому вместо абсолютной стабилизации потока, т.е. рассмотрения экстремальной задачи (7), можно перейти к более простой задаче условной минимизации. Обозначив соответственно через  $A_P^{\delta}$  и  $A_Q^{\delta}$  допустимые амплитуды

колебаний давления и расхода, приходим к следующей задаче. Необходимо с заданной точностью  $\varepsilon > 0$  определить значения параметров  $x_i^{\partial, \varepsilon} \geq 0$  и  $y_i^{\partial, \varepsilon} \geq 0$  ( $\forall i = \overline{1; N}$ ) так, чтобы выполнялись неравенства:

$$\begin{aligned} |A_p(x_1^{\partial, \varepsilon}, \dots, x_N^{\partial, \varepsilon}; y_1^{\partial, \varepsilon}, \dots, y_N^{\partial, \varepsilon}) - A_p^{\partial}| &\leq \varepsilon, \\ |A_Q(x_1^{\partial, \varepsilon}, \dots, x_N^{\partial, \varepsilon}; y_1^{\partial, \varepsilon}, \dots, y_N^{\partial, \varepsilon}) - A_Q^{\partial}| &\leq \varepsilon. \end{aligned} \quad (8)$$

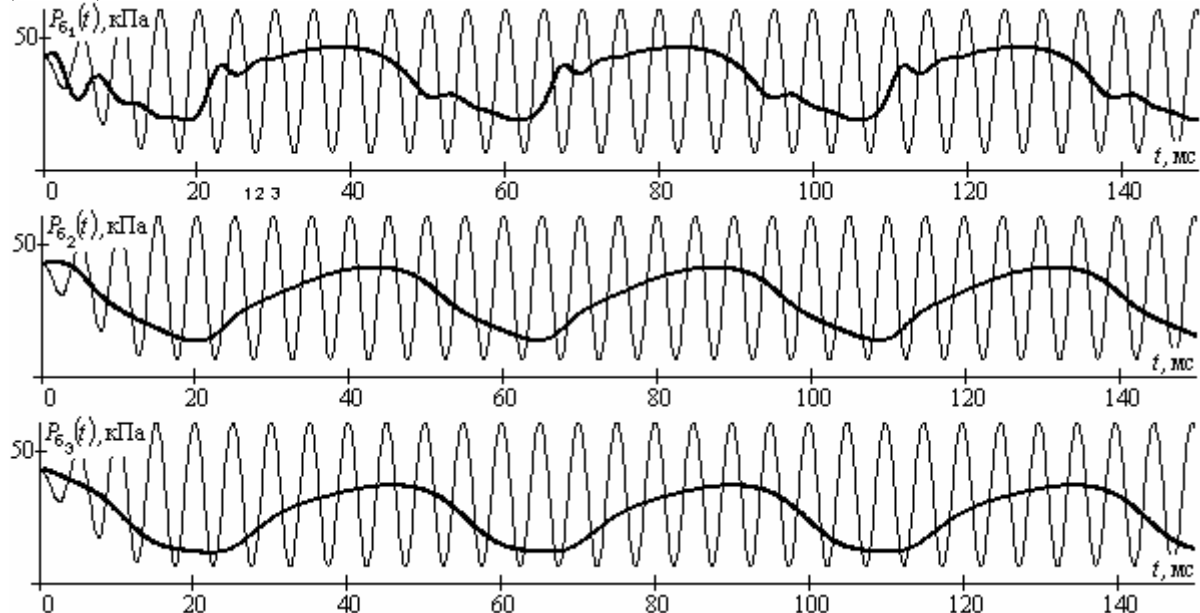


Рис.2. Демпфирование автоколебаний в пневмосистеме (рис.1) при помощи присоединения к напорной магистрали пневмосистемы трех акустических проточных  $L_a C_a$  – динамических демпферов

На рис.2 иллюстрировано демпфирование автоколебаний помпажа с помощью рассмотренной выше методики для случая присоединения к напорной магистрали пневмосистемы трех акустических проточных  $L_a C_a$  – динамических демпферов. Проведенные численные эксперименты показали, что оптимальное демпфирование существенно зависит от интенсивности восходящей ветви напорной характеристики нагнетателя. Во многих случаях оказывается, что оптимальное демпфирование осуществляется при одинаковых значениях акустических параметров демпферов. Однако варьирование коэффициентов напорной характеристики показало, что при определенных их величинах амплитуда демпфированных автоколебаний является наименьшей при значениях  $x_i \neq 1, y_i \neq 1$  ( $i = \overline{1; N}$ ).

Таким образом, в общем случае зависимость между акустическими параметрами демпферов, обеспечивающая минимальность амплитуды демпфированных автоколебаний, является нелинейной. При фиксированных значениях параметров пневмосистемы и напорной характеристики нагнетателя, данная зависимость расчетным путем может быть определена как решение экстремальной задачи (7).

### Выводы

Получена математическая модель нестационарных движений воздуха в пневмосистеме как динамической системе с дискретными параметрами, включающей лопастной нагнетатель с седлообразной напорной характеристикой (рис.1). Установлена возможность демпфирования автоколебаний (помпажа) в данной системе

при помощи последовательного присоединения к ее напорной магистрали пассивных проточных  $L_a C_a$  – динамических демпферов.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Казакевич В. В. Автоколебания (помпаж) в компрессорах/Казакевич В. В. — М. : Машиностроение, 1974. — 264 с.
2. Гоцуленко В. В. Снижение амплитуды автоколебаний (помпажа) с помощью импульсной рециркуляции расхода / В. В. Гоцуленко, В. Н. Гоцуленко // Математическое моделирование. — 2011. — № 2 (25). — С. 98—103.
3. Пат. 4208 Україна, 7 F04D17/00. Одноступеневый відцентровий компресор // Гоцуленко В. В., Долгополов І. С., Гоцуленко В. М.; заявник і патентоволодар. — Дніпродзерж. держ. техн. ун-т. — № 2004031871; заявл. 15. 03. 2004; опубл. 17. 01. 2005. Бюл. № 1.
4. Пат. 41770 Україна, МПК (2009) F04D 17/00. Багатоступеневий відцентровий компресор / Гоцуленко В. В., Гоцуленко В. М.; заявник і патентоволодар. — Дніпродзерж. держ. техн. ун-т. — № 200814431; заявл. 15.12.2008; опубл. 10.06.2009. Бюл. № 11.
5. Пат. 29424 Україна, МПК (2006) F04D 17/00. Одноступеневий відцентровий компресор / Гоцуленко В. В., Гоцуленко В. М.; заявник і патентоволодар. — Дніпродзерж. держ. техн. ун-т. — № 200710800; заявл. 01.10.2007; опубл. 10.01.2008. Бюл. № 1.

6. Гоцуленко В. В. Демпфирование автоколебаний вибрационного горения проточными динамическими демпферами / В. В. Гоцуленко,

В. Н. Гоцуленко // *Авиационно-космическая техника и технология*. — 2011. — № 3(80). — С. 53—57.

пост.18.04.13