

## Математична модель процесу кристалізації маломірної мідної заготовки з урахуванням повітряного зазору

А. М. СОКОЛ, Л. БРУХНО

Дніпродзержинський державний технічний університет

Представлено двовимірну математичну модель, яка описує теплофізичні процеси, що мають місце при використанні промислової технології одержання мідної і сталемідної заготовки. Створено програму, що моделює теплофізичні процеси, які мають місце у водоохолоджуваному кристалізаторі під час формування безперервної заготовки з урахуванням процесів кристалізації та плавлення металу, враховано наявність повітряного зазору між злитком та стінкою кристалізатора.

Представлена двухмерная математическая модель, которая описывает теплофизические процессы, имеющие место при использовании промышленной технологии получения непрерывнолитой медной и сталемедной заготовки. Создана программа, которая моделирует теплофизические процессы в водоохлаждаемом кристаллизаторе во время формирования непрерывнолитой заготовки с учетом процессов кристаллизации и плавления меди, учтено наличие воздушного зазора между заготовкой и стенкой кристаллизатора.

A two-dimensional mathematical model, which describes thermophysical processes, taking place at the use of industrial technology of receipt of continuous-cast copper and steel-copper billets, is presented. Created program which designs thermophysical processes in water-cooled mold during forming of continuous-cast billet, taking into account the processes of crystallization and melting of copper, the presence of air-gap between a billet and wall of mold is taken into account.

**Вступ.** Багатошарові метали на основі комбінацій сталі із кольоровими металами, у тому числі мідні та сталемідні, широко застосовуються у електротехнічній галузі, адже дають змогу економити високі за собівартістю коштовні метали, не знижуючи при цьому якості кінцевого продукту. Дорожнеча натурних експериментів, їх високий ризик, та важкість безпосереднього контролю за рідким металом становлять перешкоду у промислових дослідженнях фізико-хімічних та термодинамічних процесів при виробництві заготовок, в тому числі при отриманні їх за допомогою безперервного лиття. Отже з розвитком можливостей ЕОМ все більша перевага у дослідженнях цих процесів надається методам математичного моделювання.

**Постановка задачі.** Об'єктом дослідження є промислова технологія отримання циліндричної маломірної, тобто малого поперечного перерізу, мідної заготовки. Мідь розміщують у графітовому тиглі, який знаходиться в індукційній печі. З її допомогою через деякий час отримують мідний розплав заданої температури. Після цього розплав металу подається у графітову вставку, яка торкається тигля і входить у водоохолоджуваний кристалізатор. Розплав, що потрапив до кристалізатора, починає інтенсивно охолоджуватись у місцях контакту з графітовою вставкою, що зумовлює початок процесу кристалізації і появу на поверхні заготовки скоринки металу. По мірі проходження кристалізатора метал у місцях контакту з графітом охолоджується все більше і поверхнева скоринка збільшується (становиться більш товстою). На виході з кристалізатора встановлені тягучі ролики, за допомогою яких можна керувати швидкістю витяжки заготовки, що формується. Таким чином шар металу, який за час проходження через кристалізатор встиг кристалізуватися, утворює оболонку, тим самим надаючи змогу вже витягувати заготовку роликками, а не чекати поки кристалізується весь метал. На виявлення міри кристалізації заготовки і націлено математичне моделювання.

**Результати роботи.** З метою оптимізації параметрів технологічного процесу отримання мідної за-

готовки була створена відповідна математична модель, яка описує теплофізичні процеси у водоохолоджуваному кристалізаторі з урахуванням кристалізації та плавлення заготовки.

За основу вибрано математичну модель, детальний опис якої наведено у роботі [1]. Рівняння та граничні умови залежать від зони заготовки, в якій проводиться моделювання. Розглянемо їх детальніше.

1. Зона заготовки ( $0 < r < R_1$ ).

Теплофізика описується рівнянням теплопровідності з урахуванням процесів кристалізації та плавлення металу:

$$C_e(T)\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot (\lambda \vec{\nabla} T),$$

де  $C_e(T)$  — ефективний коефіцієнт теплоємності міді.

$C_e(T)$  в припущенні лінійної залежності кількості затверділого металу від температури записується наступним чином:

$$C_e(T) = \begin{cases} C & T < T_S, \\ C + \frac{Q}{T_L - T_S} & T_S \leq T \leq T_L, \\ C & T_L < T, \end{cases}$$

причому теплоємність  $C$  також залежить від температури: при  $T < T_S$   $C = C_S$ , а при  $T > T_L$   $C = C_L$ ; у двофазній зоні  $C = C_L(1 - \psi) + C_S\psi$ , де  $\psi$  — частка затверділого металу;  $C_L$  і  $C_S$  — теплоємність рідкого та твердого металу відповідно;  $T_L$  і  $T_S$  — температура ліквідусу та температура солідусу металу відповідно. Граничні умови в цій зоні обрано такими ж, як в роботі [1].

2. Зона графітової вставки ( $R_1 < r < R_2$ ) та внутрішня стінка ємності з водою ( $R_2 < r < R_3$ ).

Теплофізика описується рівнянням теплопровідності:

$$C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot (\lambda \vec{\nabla} T),$$

де  $C$  – коефіцієнт теплоємності міді. Граничні умови в цій зоні обрано такими ж, як в роботі [1].

Під час проходження крізь кристалізатор мідна заготовка, яка формується графітовою втулкою, зазнає впливу процесів теплового розширення (звуження). Це виявляється в появі повітряного зазору між бічною поверхнею мідної заготовки та графітовою втулкою. Звісно, його поява призводить до погіршення теплового контакту між заготовкою та кристалізатором (або з графітовою втулкою). Врахуємо наявність цього зазору в нашій математичній моделі.

На границі між бічною поверхнею мідної заготовки та графітовою втулкою використовується умова конвективного теплообміну. Будемо вважати, що коефіцієнт теплообміну  $\alpha$  не константа, а змінна величина, яка залежить від висоти, тобто  $\alpha = \alpha(h)$ . Припустимо, що коефіцієнт теплообміну лінійно залежить від повітряного зазору, який утворився між мідною та графітом в результаті теплового звуження. Величина цього зазору може бути визначена [2] за допомогою виразу:

$$\Delta L = k L \Delta T,$$

де  $\Delta L$  — величина зазору, який утворився між мідною та графітом;  $k$  — коефіцієнт лінійного теплового розширення;  $\Delta T = (T - T_{\text{base}})$  — зміна температури мідної заготовки в будь-якій точці розрахункової області в порівнянні з температурою верхнього шару ( $T_{\text{base}}$ );  $L$  — радіус мідної заготовки. Оскільки, металева заготовка з міді, то  $k = 17 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{C}^\circ}$  [3].

Вважатимемо, що коефіцієнт теплообміну залежить від величини повітряного зазору лінійно, при цьому поява повітряного зазору розміром 1 % від радіуса

мідної заготовки призводить до зменшення коефіцієнта теплообміну  $\alpha$  на 3 %. Тобто:

$$\alpha(\Delta L\%) = \alpha_0 - \Delta L\% * \alpha_0 * \frac{3\%}{100\%},$$

де  $\alpha_0$  — значення коефіцієнту теплообміну, коли повітряний зазор відсутній;  $\Delta L\%$  — відносне видовження мідної заготовки, тобто відношення розміру повітряного зазору, який утворився через теплове звуження до радіуса заготовки.

До рівнянь застосовано метод розщеплення за фізичними факторами та отримана відповідна розрахункова схема. Через осьову симетрію, в якості розрахункової області вибрано половину осьового перерізу. Це дозволяє знизити розмірність задачі до двох. Всі рівняння розглядаються в циліндричних координатах.

У програмному середовищі Microsoft Visual C++ 2008 Express Edition розроблена програма, яка є реалізацією математичної моделі. Відповідно всі наведені вище параметри моделі є параметрами програми та можуть змінюватись. Геометричні та теплофізичні параметри в чисельних експериментах прийнято такими, як в роботі [1]. У програмі передбачено можливість відображення результатів розрахунків як у графічному вигляді, так і у чисельному вигляді. Чисельні дані подаються у вигляді таблиці. При графічному відображенні температура виводиться у вигляді кольорових графічних зон. Окремими лініями відображаються температура солідусу та температура ліквідусу. Завдяки цьому ми можемо спостерігати границю розділу фаз та оцінювати розміри самих фаз, наприклад, товщину кірки, що утворилась. Лінія синього кольору проходить по температурі солідусу, червона смугаста по температурі ліквідусу. Зовнішній вигляд головного вікна відображений на *рис. 1*.

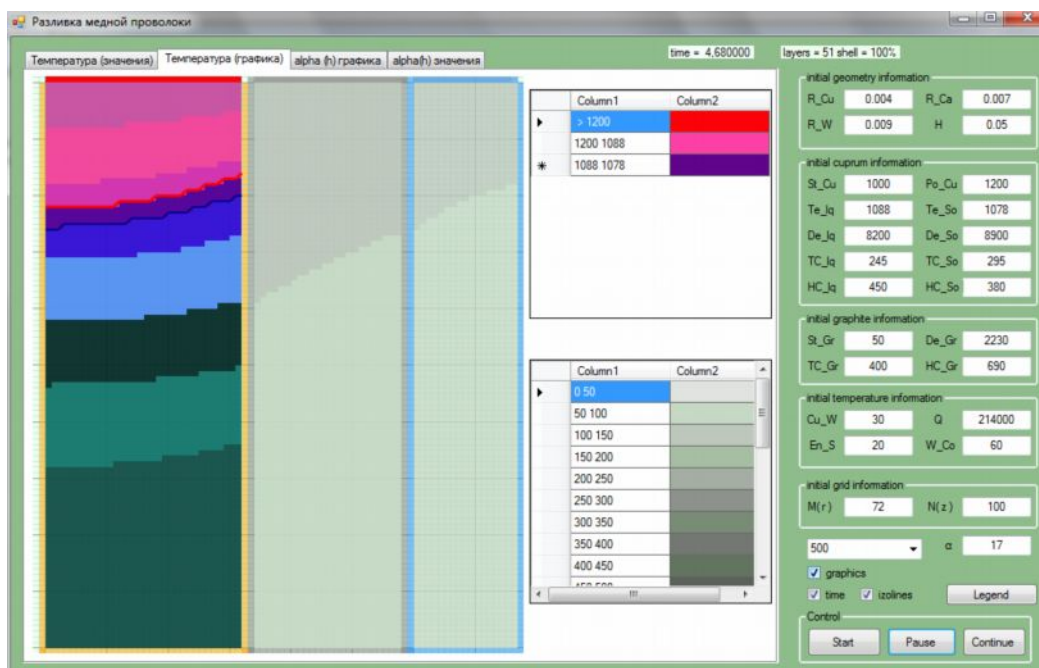
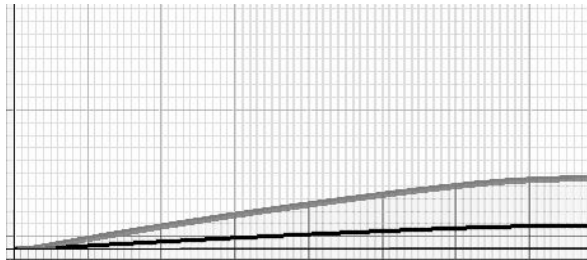


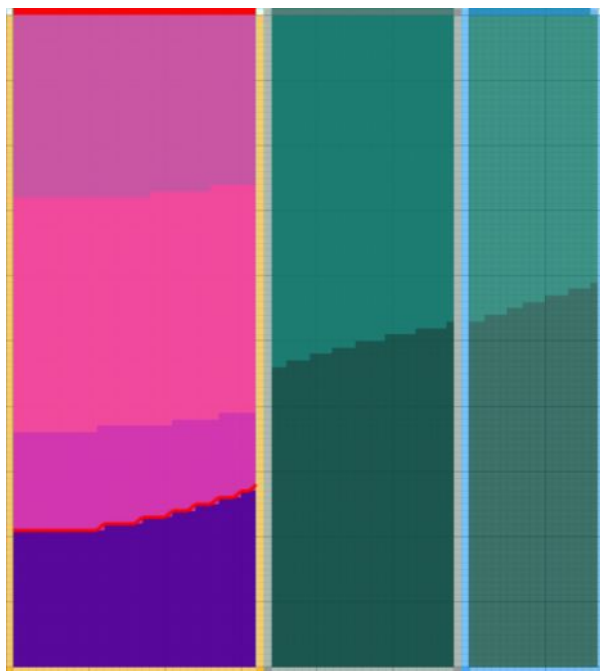
Рис. 1. Вигляд головного вікна програми

В представленій математичній моделі коефіцієнт конвективного теплообміну на границі контакту мідної заготовки з графітовою вставкою вважається змінним і таким, що залежить від висоти. Таким чином враховується виникнення повітряного зазору та його вплив на умови контакту на зазначеній границі. На *рис. 2* подано графіки залежності величини зазору (чорна лінія) та коефіцієнта конвективного теплообміну (сіра лінія) від висоти.



*Рис. 2.* Графіки залежності величини зазору (чорна лінія) та коефіцієнта конвективного теплообміну (сіра лінія) від висоти

На *рис. 3* подано розподіл температури на половині осьового перерізу кристалізатора при наступних значеннях розрахункових параметрів:  $V_v = 20 \text{ м/год}$ ,  $G = 60 \text{ м}^3/\text{год}$ ,  $T_0 = 1200^\circ$ .



*Рис. 3.* Графічне відображення поля температур

Температура заготовки на виході із кристалізатора вища за температуру солідусу міді. Отже в результаті отримуюмо замість заготовки рідку мідь. Необхідний для утворення кірки тепловідвід не забезпечується і в результаті маємо аварію — відсутність твердої оболонки та неможливість продовження технологічного процесу.

### Висновки

Результатом роботи стала створена математична модель та її програмна реалізація. Модель описує теплофізику отримання мідної та сталі мідної заготовок з урахуванням процесів кристалізації та плавлення металу. В математичній моделі враховано повітряний зазор, який виникає на границі мідь-графіт, та призводить до нерівномірності коефіцієнта теплопередачі між мідною заготовкою та графітовою втулкою. Якісна адекватність моделі підтверджується отриманими результатами чисельних експериментів. Створене програмне забезпечення дозволяє оптимізувати параметри лиття: температуру, потужність тепловідводу кристалізатора, швидкість витягування, фізичні розміри кристалізатора. Такі можливості надають змогу покращити процес виробництва мідної заготовки.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Тітова Є. С., Сокол А. М., Тітова Т. М. Математична модель процесу кристалізації маломірної мідної і сталемідної заготовок в кристалізаторі / Є. С. Тітова, А. М. Сокол, Т. М. Тітова, А. П. Огурцов // Математичне моделювання. — 2011. — Дніпродзержинськ : ДДТУ, № 1(24). — С. 64—68.
2. Зисман Г. А. Курс общей физики / Г. А. Зисман, О. М. Тодес. — К. : Наука. 1995. — 343 с.
3. Яворский Б. М. Справочник по физике: довідник / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф. — М. : Наука. 1982. — 846 с.