

23. Ефимов В. А. Исследование процессов гидродинамики и массопереноса при формировании стальных слитков // Проблемы стального слитка. V. — М. : Металлургия. — 1974. — С. 17—33.
24. Вихляев В. Б., Ефимов В. А., Ищук Н. Я. К вопросу о структуре двухфазной зоне и механизме массопереноса в ней // Проблемы стального слитка. VI. — М. : Металлургия. — 1976. — С. 122—129.
25. Недопекин Ф. В., Бородин В. С., Белоусов В. В. Донецкая школа моделирования гидродинамики и теплопереноса в металлургических процессах // Кристаллизация и компьютерные модели. — Ижевск : Изд-во Удм. унив. — 1994. — С. 85—89.
26. Огурцов А. П., Недопекин Ф. В., Белоусов В. В. Процессы формирования стального слитка. Математическое моделирование заполнения и затвердевания. — Днепропетровск : ДДТУ. 1994. — 180 с.
27. Самохвалов С. Є. Теплофізичні процеси в багатфазних середовищах: Теоретичні основи комп'ютерного моделювання. — Дніпропетровськ : ДДТУ. 1994. — 172 с.
28. Самохвалов С. Є., Надрігало Т. Ж., Побегаца А. В. Математична модель фільтрації домішок у дендритному каркасі зливка, що твердне. Зб. наукових праць ДДТУ. — 2014. № 26. С. 23—31.

пост.25.08.15

## Моделювання впливу похибок форми опорних поверхонь гідростатичного підшипника на статистичні характеристики траєкторій шпинделя

С. П. САПОН

Чернігівський національний технологічний університет

В роботі досліджено закономірності формування статистичних характеристик траєкторій шпинделя на гідростатичних опорах залежно від похибок форми та температурних деформацій опорних поверхонь підшипника. За результатами чисельного моделювання встановлено вплив похибок форми опорних поверхонь гідростатичного підшипника на статистичні характеристики радіус-вектора траєкторій шпинделя при варіюванні величинами частоти обертання шпинделя та тиску робочої рідини в передній гідростатичній шпиндельній опорі прецизійного токарного верстата.

В работе исследованы закономерности формирования статистических характеристик траекторий шпинделя на гидростатических опорах в зависимости от погрешностей формы и температурных деформаций опорных поверхностей подшипника. В результате численного моделирования установлено влияние погрешностей формы опорных поверхностей гидростатического подшипника на статистические характеристики радиус-вектора траекторий шпинделя при варьировании величинами частоты вращения шпинделя и давления рабочей жидкости в передней гидростатической шпиндельной опоре прецизионного токарного станка.

In this paper were researched laws formation of the statistical characteristics of the trajectories movement of the spindle mounted on hydrostatic bearings depending on the form errors, temperature deformations support surfaces of the bearing. As a result of numerical simulation determined the influence of form variation of the bearing surfaces of the hydrostatic bearing on the statistical characteristics of the radius-vector trajectories of spindle at a variation of the values of spindle rotation frequency and working fluid pressure in the front hydrostatic bearing of the precision turning machine.

**Постановка проблеми.** Шпиндельний вузол (ШВ) є одним з найбільш відповідальних формують-рюючих вузлів будь-якого верстата. Забезпечення високої швидкодійності, підвищеної жорсткості, теплостійкості, мінімальних втрат на тертя, високої точності обертання, заданого ресурсу роботи ШВ в значній мірі залежить від шпиндельних опор [1].

Застосування у ШВ гідростатичних опор (ГСО) регульованого типу є ефективним напрямком підвищення точності верстатів, що забезпечує розширення їх технологічних можливостей, підвищення продуктивності обробки на основі високошвидкісних конструктивних виконань опор та зниження експлуатаційних витрат завдяки регулюванню геометричних, експлуатаційних параметрів ГСО залежно від характеру технологічного навантаження [2].

Основним вихідним параметром точності ШВ є траєкторії руху фіксованих точок, розташованих на допоміжних базах шпинделя, що визначають положення різального інструменту або пристрою із закріпленою заготовкою [3]. Траєкторії руху шпинделя формуються під дією сукупності факторів детермінованого та стохастичного характеру. Тому найбільш повною і достовірною є ймовірнісна оцінка точності ШВ на основі дослідження статистичних характеристик траєкторій шпинделя. Статистичний аналіз параметрів траєкторій в комплексі зі спектральним аналізом їх частотного складу дозволить детально оцінити вплив на точнісні показники ШВ практично кожного з діючих факторів.

**Аналіз досліджень і публікацій.** Слід зазначити, що загальним недоліком існуючих аналітичних підходів до аналізу динаміки ШВ з ГСО є значне спрощення розрахункової моделі стосовно геометрії спря-

жених поверхонь, пружних, температурних деформацій елементів опори, властивостей, режимів течії робочої рідини тощо. Це приводить до появи похибок розрахунку експлуатаційних параметрів ГСО в межах до 50-200% [2]. Похибки форми спряжених поверхонь ГСО суттєво впливають на витратні характеристики опор, несучу здатність [2, 4], жорсткість [5] та вихідну точність обертання шпинделя [6, 7]. Незважаючи на значну кількість робіт присвячених дослідженню впливу відхилень форми опорних поверхонь на вихідні характеристики ГСО практично всі вони мають спільний недолік: опорні поверхні ГСО переважно ідеалізуються або враховується окремий вплив відхилень форми, перекоосу, пружних, температурних деформацій опорних поверхонь. Такі підходи не дозволяють адекватно, в умовах максимально наближених до реальних умов експлуатації визначити вихідні показники точності ШВ, оскільки реальний профіль опорних поверхонь шпиндельних ГСО містить сукупність відхилень форми та змінюється під дією пружних і температурних деформацій, котрі мають випадковий характер та здійснюють одночасний вплив на вихідні показники точності ШВ. В роботі [2] детально описано особливості формування похибок форми, перекоосу, пружних деформацій опорних поверхонь ГСО та їх одночасний вплив на несучу здатність, радіальну жорсткість ШВ, проте не показано безпосередній вплив геометричних відхилень форми опорних поверхонь на показники точності ШВ.

**Метою роботи** є встановлення закономірностей впливу на статистичні характеристики траєкторій переміщення шпинделя на ГСО похибок форми та температурних деформацій опорних поверхонь ГСО.

**Виклад основного матеріалу.** Основою для теоретичного аналізу просторового руху шпинделя на ГСО є метод траєкторій [2], заснований на спільному чисельному інтегруванні системи рівнянь гідродинаміки мастильного шару і рівнянь руху шпинделя. Такий підхід дозволяє моделювати реальну динамічну поведінку шпинделя, враховуючи одночасний вплив нелінійних реакцій мастильного шару, експлуатаційних параметрів ГСО, силових технологічних навантажень тощо. В роботі [8] розроблено математичну модель траєкторій руху шпинделя прецизійного токарного верстата УТ16А, що дозволяє визначити положення шпинделя при одночасному врахуванні впливу конструктивних параметрів, похибок форми, температурних деформацій опорних поверхонь підшипника, випадкового характеру експлуатаційних параметрів ГСО та технологічних навантажень. Для описання зміщень шпинделя в площині, перпендикулярній його геометричній осі запропоновано систему диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} m \frac{d^2x}{dt^2} = \chi_c F_{Cx}(\tau) - \chi_F R_x + \chi_R F_{prx}(\tau) + \chi_P P_x(\tau), \\ m \frac{d^2y}{dt^2} = \chi_c F_{Cy}(\tau) - \chi_F R_y + \chi_R F_{pry}(\tau) + \chi_P P_y(\tau) + \chi_G mg, \end{cases} \quad (1)$$

де тут і далі,  $\chi_c, \chi_R, \chi_F, \chi_G$  – коефіцієнти приведення сил та маси до зони різання;  $F_{Cx}, F_{Cy}, P_x, P_y, F_{prx}, F_{pry}$  – проєкції на осі OX та OY відповідно відцентрової сили інерції, складових зусиль різання та зусиль з боку приводу головного руху, H;  $R_x, R_y$  – проєкції рівнодіючої реакції у ГСО, H.

Функція розподілу тиску на опорній частині ГСО безпосередньо залежить від радіального динамічного зазору  $h(\varphi)$ , який при одночасному врахуванні

похибок форми та зміщень опорних поверхонь, зумовлених їх пружними та температурними деформаціями в роботах [9, 10] описано залежністю:

$$h(\varphi) = \delta_0 - m(\Delta r_T^{BT}) - m(\Delta r_T^{III}) + \frac{T_{kp}^{BT} + T_{kp}^{III}}{2} + \sum_{k=1}^N A_k^{BT} \sin(k\varphi + \psi_{0k}^{BT}) - \sum_{k=1}^Q A_k^{III} \sin(k\varphi + \chi_{0k}^{III}) \quad (2)$$

де  $m(\Delta r_T^{BT}), m(\Delta r_T^{III})$  – математичні сподівання величини зміщення радіальної координати профілю опорних поверхонь гідростатичної втулки та шпинделя відповідно, обумовлені температурними деформаціями при певній ustalеній температурі, мкм;  $\delta_0$  – радіальний статичний зазор в опорі, мкм;  $T_{kp}^{BT}, T_{kp}^{III}$  – допуски круглості опорних поверхонь підшипника, мкм;  $A_k^{BT}, \psi_{0k}^{BT}, A_k^{III}, \chi_{0k}^{III}$  – амплітуди та початкові фази гармонік рядів Фур'є, які описують відхилення опорних поверхонь гідростатичної втулки та шпинделя відповідно, мкм та ( $^{\circ}$ ); N та Q – кількість значимих гармонік профілю опорних поверхонь гідростатичної втулки і шпинделя.

Математичні сподівання величини зміщення радіальної координати  $m(\Delta r_T^{BT}), m(\Delta r_T^{III})$  профілю опорних поверхонь визначали за результатами чисельного моделювання засобами CAE-системи SolidWorks Simulation за методикою, наведеною в роботі [9].

У загальному випадку, враховуючи нелінійність та випадковий характер складових, що входять до правих частин рівнянь, система (1) не має аналітичного розв'язку. Для чисельного моделювання траєкторій руху шпинделя застосовано статистичне моделювання методом Монте-Карло [3, 10].

Одним із суттєвих факторів, що впливає на точність обертання шпинделя є його невірноваженість, обумовлена технологічними та експлуатаційними чинниками. Зокрема, внаслідок неоднорідності матеріалу, технологічних похибок виготовлення шпинделя та деталей (шків, шестерні, підшипники тощо), які на ньому встановлюються, виникатиме зміщення осі інерції відносно геометричної (ідеальної) осі шпинделя, наслідком чого є наявність дисбалансу. Експлуатаційними причинами виникнення дисбалансу шпинделя є невірноваженість технологічного оснащення, інструменту або заготовки, які закріплюються на (в) шпинделі. Найбільш несприятливим є дисбаланс, зумовлений невірноваженістю оброблюваної заготовки, оскільки його величина в межах партії заготовки є суттєво випадковою і практично не прогнозованою, особливо при чорновій обробці заготовок, отриманих способами з низькою точністю. Таким чином, можна зробити висновок, що дисбаланс шпинделя завжди існує і безпосередньо впливає на точність його обертання.

Переміщення шпинделя в площині, ортогональній його осі можна описати в декартовій системі сукупністю координат послідовних положень шпинделя  $x(\tau_j), y(\tau_j)$  в даний момент часу  $\tau_j$  або радіус-вектором  $R(\varphi_j) = \sqrt{x^2(\tau_j) + y^2(\tau_j)}$  в полярній системі координат [2]. Описання переміщень шпинделя за допомогою радіус-вектора є зручним з точки зору подальшого аналізу методами спектрального аналізу на основі інтегрального перетворення Фур'є.

Попередніми дослідженнями [2, 11] встановлено, що робочий процес коливань шпинделя на ГСО є

стаціонарним та ергодичним процесом, який має яскраво виражений стохастичний характер у всіх діапазонах варіювання експлуатаційних параметрів та технологічних навантажень. Причому закон розподілу випадкової величини коливань шпинделя наближений до нормального. Тому оцінювання параметрів траєкторій руху шпинделя здійснено за статистичними характеристиками радіус-вектора  $R$ : математичним сподіванням  $m_R$ , середньоквадратичним відхиленням (СКВ)  $\sigma_R$ , асиметрією  $A_R$  та ексцесом  $E_R$  розподілу величини радіус-вектора траєкторій.

Математичне сподівання  $m_R$  та СКВ  $\sigma_R$  величини радіус-вектора траєкторій визначають зміщення та розсіювання положення шпинделя і характеризують точність номінального розміру оброблюваної поверхні.

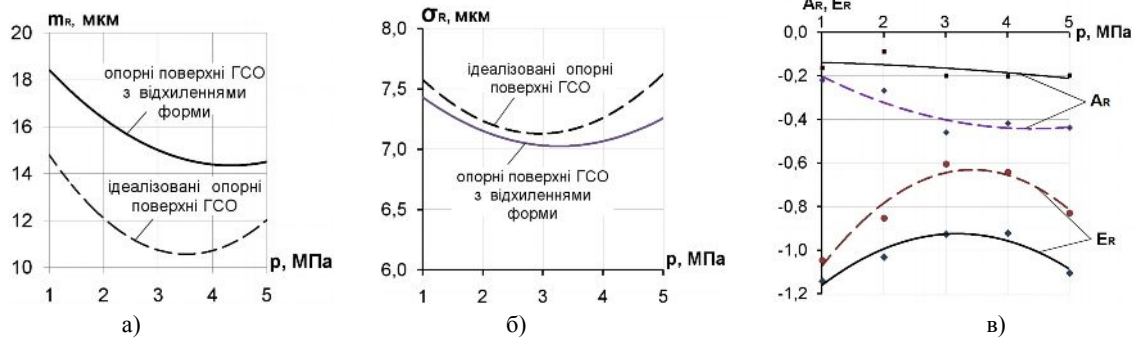
Асиметрія  $A_R$  та ексцес  $E_R$  визначають скошеність та крутість кривої розподілу величини радіус-вектора траєкторій та характеризують ступінь наближеності кривої розсіювання положень радіус-вектора до нормального закону розподілу.

При моделюванні траєкторій прийнято наступні сталі параметри: ГСО чотирьохкарманна, радіальний статичний зазор  $\delta_0=30$  мкм, діаметр опорної шийки шпинделя  $D_{ш}=80$  мм, статичний дисбаланс

$D_{ст}=4360 \cdot 10^{-6}$  кг·м, глибина різання  $t_p=0,6$  мм, подача  $S_0=0,115$  мм/об, діаметр заготовки  $D=72$  мм, коефіцієнт динамічної в'язкості рідини  $\mu=10$  мм<sup>2</sup>/с, температура  $T=25^\circ\text{C}$ . Похибки форми опорних поверхонь ГСО при визначенні функції зазору  $h(\varphi)$  враховано наступним чином: допуски круглості втулки  $T_{кр}^{вт}=5$  мкм, шпинделя

$T_{кр}^{ш}=3$  мкм, температурні деформації опорних поверхонь втулки  $m(\Delta_{ГТ}^{вт})=0,2$  мкм, шпинделя  $m(\Delta_{ГТ}^{ш})=0,1$  мкм. Амплітуди суттєвих гармонік рядів, які характеризують відхилення опорної поверхні шпинделя  $A_{2-4}^{ш}=(1; 0,25; 0,15)$ , втулки  $A_{1-8}^{вт}=(5; 2,5; 1,0; 1,6; 0,6; 0,5; 0,4; 0,8)$  прийнято за рекомендаціями робіт [2, 12].

При оцінці впливу тиску в карманах ГСО на точність ШВ, здійснювали чисельне моделювання траєкторій руху шпинделя при номінальній частоті обертання шпинделя  $n=1500$  хв<sup>-1</sup>, для величин тиску  $p_{к1}=1 - 5$  МПа, з інтервалом 1 МПа. На *рис. 1* наведено статистичні характеристики траєкторій шпинделя залежно від тиску в карманах ГСО з ідеалізованою формою та з відхиленнями форми опорних поверхонь.

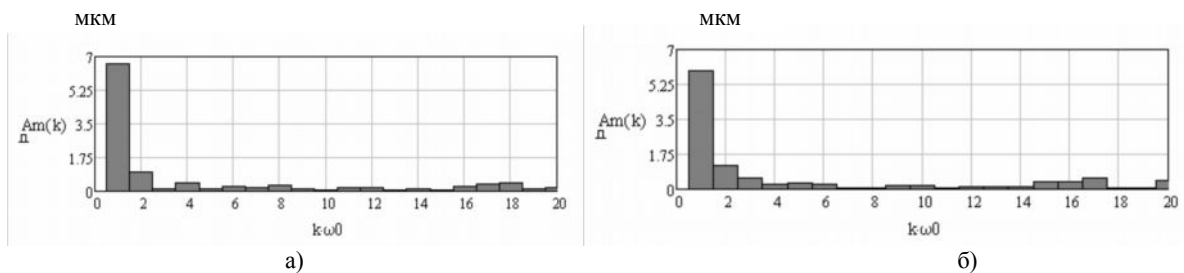


*Рис. 1* Математичне сподівання а) СКВ б) величини радіус-вектора траєкторій, асиметрія  $A_R$  та ексцес  $E_R$  кривої розподілу в) при варіюванні тиском в карманах ГСО (штрихова лінія - ідеалізована форма опорних поверхонь ГСО)

Аналіз наведених на *рис. 1* залежностей свідчить, що збільшення тиску в карманах ГСО з 1 МПа до 3 МПа сприяє підвищенню точності обробки, що проявлялося у зменшенні математичного сподівання  $m_R$  радіус-вектора траєкторій шпинделя з ідеалізованою формою опорних поверхонь – на 30%, з похибками форми опорних поверхонь – на 20%. Математичне сподівання величини радіус-вектора траєкторій шпинделя з ідеалізованою формою опорних поверхонь в 1,2 – 1,4 рази менше порівняно зі шпинделем, ГСО якого мають геометричні відхилення опорних поверхонь. На величину СКВ радіус-вектора траєкторій шпинделя відхилення фор-

ми опорних поверхонь ГСО практично не впливають (див. *рис. 1, б*). А залежність  $\sigma_R$  від тиску в карманах ГСО має екстремальний характер аналогічний залежності  $m_R$  траєкторій шпинделя з ідеалізованою формою опорних поверхонь ГСО.

Для аналітичного опису реалізацій радіус-вектору  $R_i$  використовувалася інтерполяція його дискретних значень кубічними сплайнами засобами пакету MathCAD. За результатами математичного опису форми траєкторій рядом Фур'є, із застосуванням загальноприйнятих методик [2] здійснено їх спектральний аналіз (*рис. 2*).



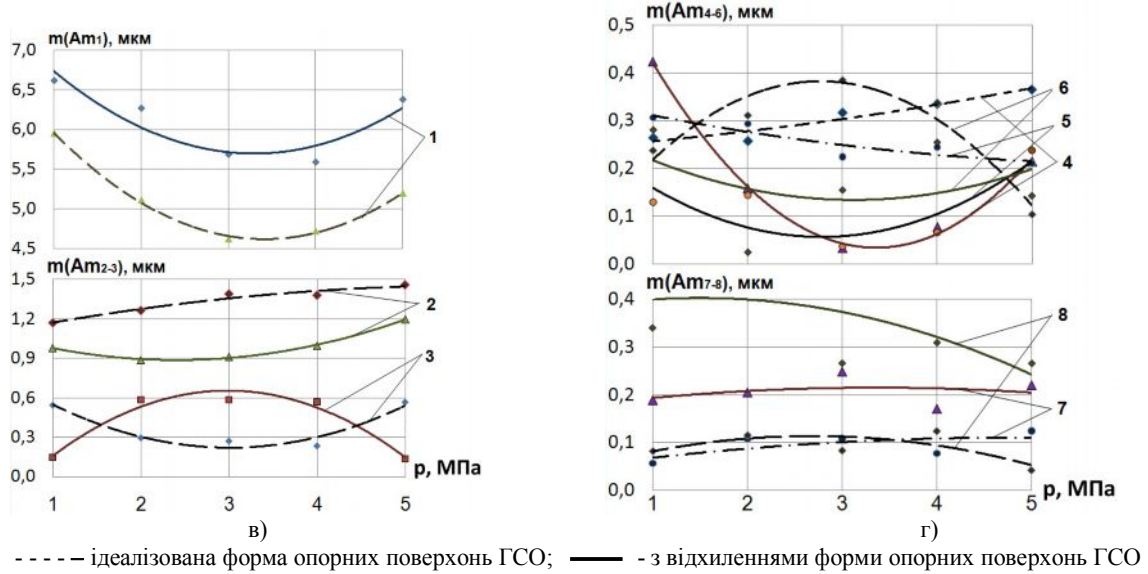


Рис. 2 Типові спектри а), б) та математичні сподівання в), г) амплітуд гармонік №1-8 спектрів траєкторій руху шпинделя при варіюванні тиском в карманах ГСО (номер кривої відповідає номеру гармоніки спектру)

Наведені на (рис. 2., в, г) залежності математичних сподівань амплітуд суттєвих гармонік спектрів траєкторій шпинделя при варіюванні тиском в карманах ГСО також відображають екстремальний характер залежності статистичних характеристик траєкторій шпинделя від тиску в карманах ГСО.

Дослідження впливу частоти обертання шпинделя на точність ШВ здійснювали шляхом чисельного моделювання траєкторій руху шпинделя при значеннях конструктивних та експлуатаційних параметрів ШВ, аналогічних

прийнятим в дослідженні траєкторій при варіюванні тиском в карманах ГСО. Значення частоти обертання шпинделя змінювали в межах від  $600 \text{ хв}^{-1}$  до  $2400 \text{ хв}^{-1}$ . Тиск робочої рідини в карманах ГСО прийнято постійним  $p_k=3 \text{ МПа}$ . Статистичні характеристики траєкторій при варіюванні частотою обертання шпинделя на ГСО з ідеалізованою формою та з відхиленнями форми опорних поверхонь наведено на рис. 3. Результати спектрального аналізу траєкторій радіус-вектора шпинделя при зміні його частоти обертання приведено на рис. 4.

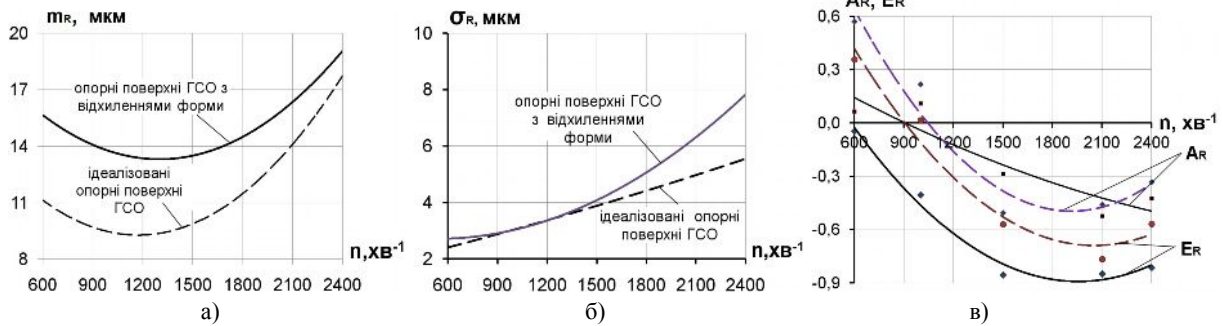
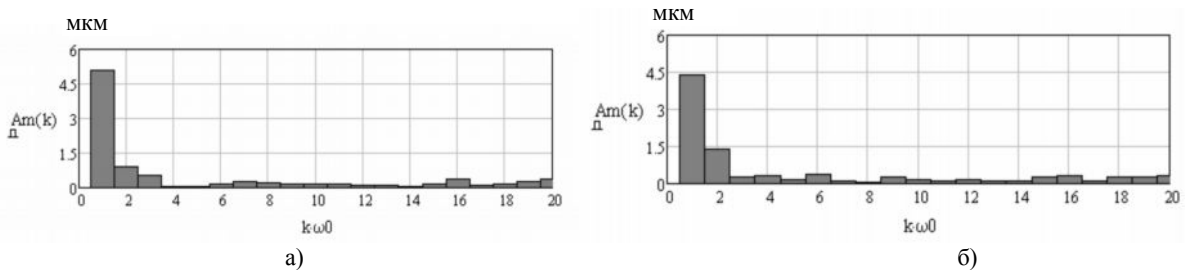


Рис. 3 Математичне сподівання а) СКВ б) величини радіус-вектора траєкторій, асиметрія  $A_R$  та ексцес  $E_R$  кривої розподілу в) при зміні частоти обертання шпинделя (штрихова лінія - ідеалізована форма опорних поверхонь ГСО)



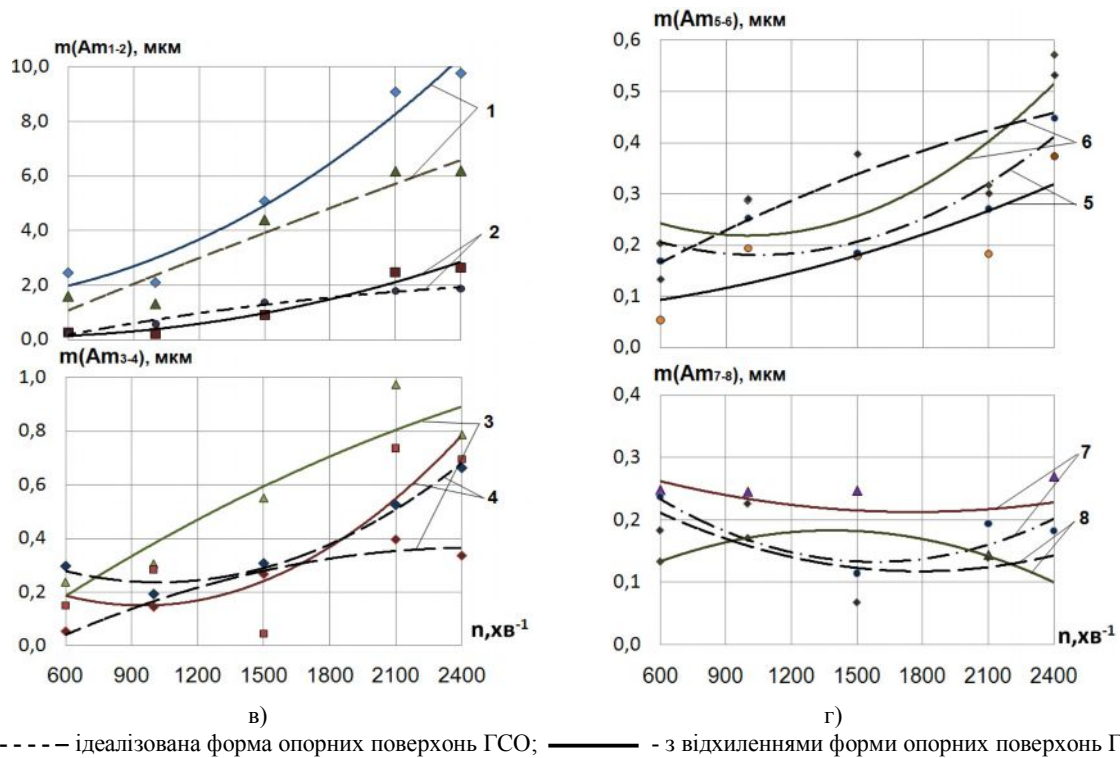


Рис. 4 Типові спектри а), б) та математичні сподівання в), г) амплітуд гармонік №1-8 спектрів траєкторій руху шпинделя при варіюванні частотою обертання шпинделя (номер кривої відповідає номеру гармоніки спектру)

Аналіз залежностей на (рис. 3) свідчить, що при збільшенні частоти обертання шпинделя в діапазоні від  $600 \text{ хв}^{-1}$  до  $1200\text{--}1400 \text{ хв}^{-1}$  при постійному статичному дисбалансі  $D_{ст}=4360 \cdot 10^{-6} \text{ кг}\cdot\text{м}$ , тиску в карманах ГСО  $p_k=3 \text{ МПа}$  спостерігається зниження на 12% математичного сподівання величини радіус-вектора траєкторії шпинделя, тобто відбувається зміщення шпинделя в напрямку геометричного центру ГСО. Це пояснюється зниженням величини складових сили різання при збільшенні швидкості різання V. Зростання  $m_R$  в діапазоні  $n=1500\text{--}2400 \text{ хв}^{-1}$ , а  $\sigma_R$  в усьому діапазоні варіювання частоти обертання шпинделя пояснюється зростанням, на фоні подальшого зменшення величини складових сили різання, впливу відцентрової сили інерції, зумовленої наявністю статичного дисбалансу. Ця сила пропорційна квадрату кутової швидкості  $\omega$  обертання шпинделя, що обумовлює відповідне збільшення ексцентриситету обертання шпинделя та віброактивності шпиндельного вузла.

Для ГСО з ідеалізованою формою опорних поверхонь математичне сподівання величини радіус-вектора  $m_R$  в діапазоні  $n=1500\text{--}2400 \text{ хв}^{-1}$ , зростає в 1,85 рази, в той час як при врахуванні похибок форми опорних поверхонь ГСО  $m_R$  в цьому ж діапазоні швидкостей зростає в 1,4 рази. Загалом, зі збільшенням частоти обертання шпинделя різниця значень  $m_R$  для ГСО з відхиленнями форми та ідеалізованою формою опорних поверхонь зменшується з 40% при  $n=600 \text{ хв}^{-1}$  до 8% при  $n=2400 \text{ хв}^{-1}$ . Це пояснюється тим, що зі зростанням частоти обертання шпинделя, при наявності дисбалансу, збільшується гідродинамічна складова реакції мастильного шару, під дією якої вісь шпинделя зміщується до центру підшипника. В результаті цього радіальний зазор, тиск в карманах ГСО стають більш рівномірними і вплив відхилень форми

опорних поверхонь на величину реакції мастильного шару знижується. Відхилення форми опорних поверхонь ГСО на величину  $\sigma_R$  впливають при частоті обертання понад  $1500 \text{ хв}^{-1}$ , при цьому зі зростанням частоти обертання вплив похибок форми опорних поверхонь на СКВ радіус-вектора стає суттєвим.

Спектральний аналіз частотного складу траєкторій при варіюванні частотою обертання шпинделя (рис. 4) показав тенденцію до зростання математичних сподівань амплітуд гармонік з 1-ї по 6-ту при збільшенні частоти обертання шпинделя, при наявності його статичної невідновженості. При цьому найбільше зростають (в 4–5 разів) амплітуди 1-ї, 3-ї, 4-ї гармонік, які відповідно характеризують зміщення осі шпинделя та наявність коливань з частотами, що у 3 та 4 рази перевищують оборотну частоту шпинделя. Зростання величини амплітуди 1-ї гармоніки впливає на зміщення контуру обробленої поверхні відносно її технологічної бази, а гармоніки №3 та №4 відзначаються на відхиленні від круглості оброблених поверхонь формуючи 3-х та 4-х гранність. Зростання 1-ї гармоніки при підвищенні частоти обертання шпинделя зумовлено дією статичного дисбалансу. Збільшення амплітуди 3-ї та 4-ї гармонік пояснюються похибками форми поперечного перерізу опорних поверхонь та чотирьохкарманним типом ГСО.

Слід відзначити, що амплітуди гармонік спектрів траєкторій шпинделя з відхиленнями форми опорних поверхонь ГСО на 15-60% більші аналогічних гармонік траєкторій шпинделя з ідеалізованими опорними поверхнями підшипника, що також підтверджує вплив на точність формоутворюючих рухів шпинделя похибок форми його опорних поверхонь.

### Висновки

За результатами чисельного моделювання встановлено закономірності формування статистичних характеристик траєкторій шпинделя на ГСО залежно від похибок форми, температурних деформацій опорних поверхонь та експлуатаційних параметрів ГСО.

Встановлено, що врахування похибок форми опорних поверхонь гідростатичного підшипника при моделюванні траєкторій руху шпинделя призводить до зростання статистичних характеристик радіус-вектора траєкторій: математичного сподівання – на 30 %, СКВ – на 12,5 % порівняно з ідеалізованими опорними поверхнями ГСО.

За результатами спектрального аналізу траєкторій радіус-вектора шпинделя встановлено, що амплітуди гармонік спектрів траєкторій шпинделя з відхиленням форми опорних поверхонь ГСО на 15–60% більші аналогічних гармонік траєкторій шпинделя з ідеалізованими опорними поверхнями ГСО, що підтверджує вплив на точність формоутворюючих рухів шпинделя точності його опорних поверхонь

Перспективним напрямком подальших досліджень є перевірка адекватності встановлених закономірностей експериментальним шляхом.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Гордєєв О. Ф. Напрямки та перспективи розвитку конструкцій шпіндельних опор верстатів для високошвидкісної та високопродуктивної обробки / О. Ф. Гордєєв, П. О. Захаров // Наукові нотатки. Міжвузівський збірник. — 2007. — Вип. 2. Том 1. — С. 96—101.
2. Струтинський В. Б. Статистична динаміка шпіндельних вузлів на гідростатичних опорах: монографія / В. Б. Струтинський, Д. Ю. Федориненко. — Ніжин: ТОВ «Видавництво «Аспект-Поліграф». 2011. — 464 с.
3. Пуш А. В. Шпіндельные узлы: Качество и надежность / А. В. Пуш. — М.: Машиностроение. 1992. — 228 с.
4. Данчин И. А. Влияние отклонений формы опорных поверхностей гидростатодинамических подшипников на динамические характеристики роторных систем: дис. ... канд. техн. наук 01.02.06 / И. А. Данчин. — Орел. 2007. — 161 с.
5. Соломин О. В. Влияние макроотклонений опорных поверхностей на распределение давлений в радиальном подшипнике жидкостного трения / Соломин О. В., Данчин И. А. // Известия вузов. Машиностроение. — 2005. — №5. — С.24—31.
6. Кащеневский Л. Я. Влияние некруглости шпинделя и отверстия гидростатического подшипника на радиальное биение оси шпинделя / Л. Я. Кащеневский // Станки и инструмент. — 1980. — №12. — С.27—28.
7. Шатохин С. Н. Влияние некруглости опорных поверхностей на точность радиальных гидростатических подшипников шпинделя / С. Н. Шатохин, В. С. Секацкий // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. — 1988. — № 7. — С.127—131.
8. Сапон С. П. Моделювання траєкторій руху шпинделя на регульованих гідростатичних опорах / С. П. Сапон // Вісник Чернігівського державного технологічного університету. Серія «Технічні науки»: науковий збірник. — Чернігів: ЧНТУ. 2014. — №2(73). — С.83—92.
9. Сапон С. П. Врахування температурних деформацій при визначенні функції радіального зазору в гідростатичній опорі високошвидкісного шпіндельного вузла / С. П. Сапон, Д. Ю. Федориненко, С. В. Бойко // Науковий журнал «Технологічні комплекси». — 2014. — № 2 (10). — С.154—159.
10. Robert C. P. Monte Carlo Statistical Methods / C. P. Robert, G. Casella. — 2nd edition, Springer. 2004. — 683 pp.
11. Сапон С. П. Експериментальне визначення траєкторій руху шпинделя на гідростатичних опорах / Сапон С. П., Аванесов Є. В. // Науковий вісник ДДМА. — 2013. — №1(11Е). — С.93—99.
12. Федориненко Д. Ю. Методика дослідження параметрів точності регульованої гідростатичної втулки шпіндельного підшипника / Д. Ю. Федориненко, О. А. Плівак, С. В. Майданюк // Вісник Чернігівського державного технологічного університету (серія технічні науки). — 2012. — №3(59). — С.87—93.