Об ускорении выполнения базовой немодульной операции в системе остаточных классов

Ю. Д. ПОЛИССКИЙ

НИИ автоматизации черной металлургии

Рассмотрены методы ускорения выполнения в системе остаточных классов базовой немодульной операции определения принадлежности числа данной половине диапазона. Предложенные методы используют как табличное определение констант вычитания, так и одновременное представление чисел в прямом и обратном кодах с выбором активного представления на каждой итерации.

Розглянуто методи прискорення виконання в системі залишкових класів базової немодульної операції визначення приналежності числа даної половині діапазону. Запропоновані методи використовують як табличне визначення констант віднімання, так і одночасне подання чисел в прямому і зворотному кодах з вибором активного подання на кожній ітерації.

The methods of acceleration of the implementation in the system of residual classes non-modular operation of determining the affiliation of the half of the range. The proposed methods use as a table definition of subtraction constants and the simultaneous representation of numbers forward and backward with the choice of codes active view at each iteration.

Введение. Результаты исследований немодульных, так называемых сложных, операций системы остаточных классов (СОК) показали [1,2], что между этими операциями имеются определённые взаимосвязи. Поэтому, получив решение одной из них, которую назовём базовой, можно найти решения остальных. В последнее время получены эффективные решения по определению принадлежности числа данной половине диапазона [3], в связи с чем представляется целесообразным принять данную операцию в качестве базовой.

Состояние вопроса. Впервые решение данной задачи было опубликовано в [4]. Суть предложенного решения состоит в следующем.

Испытуемое число $N=(\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_n)$, где $\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_n$ остатки по взаимно простым модулям $m_1=2, m_2,\ldots,m_n$. Число N принадлежат диапазону $[0,M)$, объем которого равен $M=\prod_{i=1}^{n} m_i$. Будем отличать числа первой R1 и второй R2 половины диапазона

$$N\in\begin{cases} R1, 0\le N<\dfrac{M}{2},\\ R2, \dfrac{M}{2}\le N<M.\end{cases}$$

Тогда число с остатками $\alpha_2,\ldots,\alpha_n$ является числом первой половины. Метод [4] основан на определении чётности числа первой половины с остатками $\alpha_2,\ldots,\alpha_n$ и сравнении её с чётностью испытуемого числа, которая определяется остатком α_1. В случае совпадения чётностей данное число относится к первой половине, в противном случае – ко второй. При этом чётность числа с остатками $\alpha_2,\ldots,\alpha_n$ находится итеративным путем с необходимостью фиксации смены чётностей на каждом шаге итерации.

Пример определения по [4] принадлежности числа $N=953=(1,7,2,3,1)$ данной половине диапазона $[0,M)$, для системы модулей

$$m_1=2, m_2=11, m_3=3, m_4=5, m_5=7, \quad M=\prod_{i=1}^{n} m_i=2310$$

представлен в *таблице 1.*

Таблица 1. Определение принадлежности числа данной половине диапазона по [4]

Число **953**				
Модули				
2	**11**	**3**	**5**	**7**
Остатки				
1	7	2	3	1
-1				
	6	1	2	0
:7				
	4	1	1	=
-1				
	3	0	=	=
:5				
	5	=	=	=
0				
	5	=	=	=
:3				
	9	=	=	=

Переход от числа $N_1=(7,2,3,1)$ к числу $N_2=(9)$ выполнен за 6 тактов. При этом чётность изменялась дважды – при вычитании нечётных чисел. Поскольку $N_2=(9)$ – нечётное, то $N_1=(7,2,3,1)$ также нечётное. Так как чётность $N=953=(1,7,2,3,1)$ совпадает с чётностью $N_1=(7,2,3,1)$, число 953 является числом первой половины диапазона.

Основная часть. Выполнение данной базовой операции можно ускорить с помощью представления чисел в обратных кодах [3].

Пример определения принадлежности числа $N=953=(1,7,2,3,1)$ данной половине диапазона $[0, M)$, для той же системы модулей

$m_1=2, m_2=11, m_3=3, m_4=5, m_5=7$,

$M=\prod_{i=1}^{n} m_i=2310$ представлен в *таблице 2.*

Таблица 2. Определение принадлежности числа данной половине диапазона с помощью представления чисел в обратных кодах

Блок А

Модули				
2	**11**	**3**	**5**	**7**
Остатки				
1	7	2	3	1
	9	=	2	2
-2				
	7	=	0	0
:(5*7)				
	9	=	=	=

Блок В

Модули				
2	**11**	**3**	**5**	**7**
Остатки				
1	3	0	1	5
:3				
	1	=	2	4
	2	=	4	6

Таблица 2 представлена блоками А и В, в пятые строки которых одновременно записывается число в прямом N и обратном $\tilde{N}$ кодах соответственно. При этом блок А принимается активным. Сопоставление значений остатков в пятой строке блоков А и В показывает, что остаток по модулю $m_3=3$ в блоке В $\tilde{\alpha}_3=0$. Принимаем, поэтому, блок В в качестве активного, и выполняем деление числа N на $m_3=3$.

Сопоставление значений остатков в седьмой строке блоков А и В показывает, что остатки α_4 и α_5 по модулям $m_4=5$ и $m_5=7$ блока А имеют одинаковое значение $\alpha_4=2$ и $\alpha_5=2$ Поэтому целесообразно принять в качестве активного блок А и выполнить операцию вычитания. В результате в девятой строке остатки по модулям $m_4=5$ и $m_5=7$ приняли значение, равное нулю. Выполняем деление на $m_4 m_5=5*7$ и получаем число $N_2=(9)$.

Число, чётность которого определяется, представлено остатками по модулям $m_2=11, m_3=3, m_4=5, m_5=7$, $M_1=m_2 m_3 m_4 m_5$, т.е. M_1 - нечётное. Поскольку обратным кодом $\tilde{N}$ числа N является число $\tilde{N}=(M_1-1)-N$, смена блока не изменяет чётности числа.

Переход от числа $N_1=(7,2,3,1)$ к числу $N_2=(9)$ выполнен в данном случае за 3 такта. При этом чётность не изменялась. Поскольку $N_2=(9)$ – нечётное, то $N_1=(7,2,3,1)$ также нечётное. Так как чётность $N=953=(1,7,2,3,1)$ совпадает с чётностью $N_1=(7,2,3,1)$, число 953 является числом первой половины диапазона.

Время итерации можно сократить, выполняя на каждой из них лишь операции вычитания. С этой целью необходимо предварительно для принятой системы модулей и выбранного их упорядочения рассчитать для каждого текущего остатка константы, которые следует вычитать из всех последующих остатков по информационным и контрольному модулям. Тогда на каждой итерации будет выполняться лишь операция вычитания для всё сокращающегося количества остатков.

Таблицы 3-6 рассчитанных констант и признаков чётности для той же системы модулей $m_2=11, m_3=3, m_4=5, m_5=7$ и контрольного модуля $m_{\hat{e}}=2$ представлены ниже.

Таблица 3. Признак чётности и константы для модуля 7

Информационные модули					Контрольный модуль
11	**3**	**5**	**7**		**2**
Константы			π_2	Остатки	Признак чётности
0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	0
3	0	3	3	3	1
4	1	4	4	4	0
5	2	0	5	5	1
6	0	1	6	6	0

Таблица 4

Признак чётности и константы для модуля 5

Информационные модули					Контр. модуль
11	**3**	**5**			**2**
Константы		π_3	$\pi_3 m_2$	Остатки	Признак чётности
				-	
0	0	0	0	0	0
7	1	1	7	2	1
3	2	2	14	4	0
10	0	3	21	1	1
6	1	4	28	3	0

Таблица 5. Признак чётности и константы для модуля 3

Информационные модули				Контр. модуль
3			11	2
π_4	$\pi_4\, m_2 m_3$	Остатки	Константы	Признак чётности
0	0	0	0	0
1	35	2	1	1
2	70	1	2	0

Таблица 6. Признак чётности для модуля 11

Информационные модули			Контрольный модуль
11			**2**
π_5	$\pi_5 m_2 m_3 m_4$	Остатки	Признак чётности
0	0	0	0
1	105	6	1
2	2*105	1	0
3	3*105	7	1
4	4*105	2	0
5	5*105	8	1
6	6*105	3	0
7	7*105	9	1
8	8*105	4	0
9	9*105	10	1
10	10*105	5	0

В *таблицах* 3-6 $\pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5$ - позиционные характеристики соответственно первого, второго, третьего и четвёртого разрядов при полиадическом представлении числа N_l в той же системе модулей $m_2 = 11, m_3 = 3, m_4 = 5, m_5 = 7$,

$$N_l = \pi_1 + \pi_2 m_1 + \ldots + \pi_i m_1 m_2 \ldots m_{i-1} + $$
$$+ \cdots + \pi_{n-1} m_1 m_2 \cdots m_{n-2} + \pi_n m_1 m_2 \cdots m_{n-1},$$

где $0 < \pi_i \le m_i - 1$.

Определение чётности числа N_l иллюстрируется *таблице 7.*

Таблица 7. Определение чётности числа

	Модули				Контр. модуль
	11	**3**	**5**	**7**	**2**
Число	Остатки				Признак чётности
	7	2	3	1	***0***
-1 (1)	1	1	1	1	1
	6	1	2	0	1
-2 (7)	7	1	2	=	1
	10	0	0	=	0
-10 (9*105)	10	=	=	=	1
	0	=	=	=	1

Вводим контрольный модуль $m_{\hat{e}} = 2$ для признака чётности, и записываем в четвёртой строке *таблицы 7* остатки числа $N_l = (\alpha_2 = 7, \alpha_3 = 2, \alpha_4 = 3, \alpha_5 = 1)$. Для остатка $\alpha_5 = 1$ по модулю $m_5 = 7$ выбираем из *таблицы 3* пятую строку и вычитаем из четвёртой строки *таблицы 7.* Результат вычитания записан в шестой строке *таблицы 7.*

Для полученного по модулю $m_4 = 5$ остатка $\alpha_4 = 2$ выбираем из табл.4 пятую строку и вычитаем из шестой строки *таблицы* 7. Результат вычитания записан в восьмой строке *таблицы* 7.

Найденный остаток $\alpha_3 = 0$, поэтому переходим к остатку $\alpha_2 = 10$ по модулю $m_2 = 11$, выбираем из *таблицы* 6 тринадцатую строку и вычитаем из восьмой строки *таблицы 7.* Результат вычитания записан в десятой строке *таблицы 7.* Признак чётности $\alpha_{\hat{e}} = 1$, т.е. N_l нечётное число. Так как чётность $N = 953 = (1,7,2,3,1)$ совпадает с чётностью $N_l = (7,2,3,1)$, число 953 является числом первой половины диапазона.

Выводы

1. Рассмотрены методы ускорения выполнения в системе остаточных классов базовой немодульной операции определения принадлежности числа данной половине диапазона.

2. Предложенные методы используют как табличное определение чётности и констант вычитания, так и одновременное представление чисел в прямом и обратном кодах с выбором активного представления на каждой итерации.

3. Данные методы обеспечивают определение чётности испытуемого числа.

4. На основе предложенных подходов достигается повышение быстродействия выполнения базовой немодульной операции.

5. Представляется целесообразным применить предложенные подходы в качестве направления исследований для получения эффективных решений в системе остаточных классов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. Д. Полисский. О взаимосвязи немодульных операций в системе остаточных классов // Математичне моделювання. — 2014. — №2 (31). — С. 3—6.
2. Ю. Д. Полисский. Формирование позиционных характеристик при табличной реализации алгоритмов системы остаточных классов // Сборник трудов конференции «Моделирование-2008, SIMULATION-2008». Т. 2. — 14-16 мая 2008. — Киев. — С. 489—495.
3. Ю. Д. Полисский. Алгоритм выполнения сложных операций в системе остаточных классов с помощью представления чисел в обратных кодах //Электронное моделирование. — 2014. — Т.36. — №4. — С.117—122.
4. В. Н. Тейтельбаум. Сравнение чисел в чешской системе счисления. ДАН СССР. 1958. т.121. №5.

пост.12.02.15