ЛИТЕРАТУРА

1. Лысенко О. В., Лысенко В. М. Системно-синергетический подход в медицинских исследованиях. [Электронный ресурс]. — Режим доступа: http://essuir.sumdu.edu.ua/bitstream/123456789/14559/1/Lysenko.pdf
2. Маренко В. А. Информационно-синергетический подход к анализу медицинских данных / В. А. Маренко. — Медицинская информатика. 2009. — № 2 (20). — С. 33—40.
3. Хакен Г. Синергетика: Иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах / Г. Хакен. — М.: Мир. 1985. — 419 с.
4. Хакен Г. Тайны природы. Синергетика: учение о взаимодействии / Г. Хакен. — Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований. 2003. — 320 с.
5. Николис Г. Познание сложного / Г. Николис, И. Пригожин. — М. : Мир. 1990. — 344 с.
6. Болдачев А. В. Новации. Суждения в русле эволюционной парадигмы. — Спб. : Изд-во С.-Петерб. ун-та. 2007. — 256 с.
7. Методы математической биологии / под. ред. А. А. Стогния, А. М. Клочкова. Книга 2. Методы синтеза алгебраических и вероятностных моделей биологических систем. — К. : Вища шк. 1981. — 312 с.
8. Надежность и эффективность в технике: Справочник в 10 т. Т. 2. Математические методы в теории надежности и эффективности / Под ред. Б. В. Гнеденко. — М.: Наука. 1987. — 280 с.
9. Адаптивно-синергетическая модель системы оценки состояния здоровья человека / Мещанинов С. К., Трикило А. И., Волошин Р. В. и др. // Сб. научных тр. Днепродзержинского государственного технического университета (технические науки). — Вып.1 (21). — 2013. — С. 131—137.
10. Основные показатели здоровья [Электронный ресурс]. — Режим доступа: http://obovsemponemnogu.ru/1109.

пост. 23.07.2015

Алгоритмы повышения быстродействия базовой немодульной операции в модулярной системе остаточных классов

Ю.Д. ПОЛИССКИЙ

НИИ автоматизации черной металлургии

Рассмотрены алгоритмы повышения быстродействия в системе остаточных классов базовой немодульной операции определения принадлежности числа данной половине диапазона. Предложенные алгоритмы используют оценки вариантов каждой итерации с выбором наиболее предпочтительного варианта.

Розглянуті алгоритми підвищення швидкодії в системі залишкових класів базової немодульної операції визначення приналежності числа даній половині діапазону. Запропоновані алгоритми використовують оцінки варіантів кожної ітерації з вибором найбільш переважного варіанту.

The algorithms of increase of fast-acting in the system of residual classes of base unmodule operation of determination of belonging of number are considered to this half of range. The offered algorithms are used by the estimations of variants of every iteration with the choice of the most preferable variant.

Введение. Определение принадлежности числа данной половине диапазона является базовой немодульной операцией в модулярной системе остаточных классов. На её основе могут быть получены решения остальных немодульных операций [1]. В связи с этим актуальны вопросы разработки алгоритмов повышения быстродействия данной операции.

Состояние вопроса. При изложении материалов статьи будем использовать обозначения и определения [2].

Алгоритм определения принадлежности числа данной половине диапазона включает итерации двух видов. Итерация первого вида состоит в переходе от данного числа к меньшему числу, в котором остатки по одному или нескольким модулям равны нулю. Достигается это вычитанием из всех остатков значения одного из них. Таким образом, полученное число становится кратным этим модулям. Итерация второго вида состоит в переходе от данного числа к меньшему числу за счёт исключения модулей, остатки по которым равны нулю, путём деления данного числа на произведение этих модулей. В результате получаем число, в котором остатки по одному, всем или некоторым модулям из $m_1, m_2, \dots, m_n$ равны нулю, а остальные модули из $m_1, m_2, \dots, m_n$ исключены, т.е. $N = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \to \tilde{N}(0, \times, \tilde{\alpha}_n)$. При этом $\pi_n = \tilde{\alpha}_n$.

В соответствии с [3] критерием принадлежности числа первой $R1$ или второй $R2$ половине диапазона служит значение π_n.

$$N \in \begin{cases} R1, 0 \le N < \dfrac{M}{2}, \\ R2, \dfrac{M}{2} \le N < M. \end{cases}$$

В табл. 1 представлена работа данного алгоритма определения принадлежности числа $N = 12821 = (2,3,1,6,4,1)$ первой или второй половине диапазона в системе модулей $m_1 = 3$, $m_2 = 13$, $m_3 = 5$, $m_4 = 11$, $m_5 = 7$, $m_6 = 2$.

Таблица 1. Работа базового алгоритма

	Число	Модули					
		2	7	11	5	13	3
Итерация 1	**12821**	1	4	6	1	3	2
	-2	0	2	2	2	2	2
	12819	1	2	4	4	1	0
Итерация 2	Число	Модули					
		2	7	11	5	13	3
	12819	1	2	4	4	1	0
	:3	1	3	3	3	3	x
	4273	1	3	5	3	9	x
Итерация 3	Число	Модули					
		2	7	11	5	13	3
	4273	1	3	5	3	9	x
	-9	1	2	9	4	9	x
	4264	0	1	7	4	0	x
Итерация 4	Число	Модули					
		2	7	11	5	13	3
	4264	0	1	7	4	0	x
	:13	1	6	2	3	x	x
	328	0	6	9	3	x	x
Итерация 5	Число	Модули					
		2	7	11	5	13	3
	328	0	6	9	3	x	x
	-3	1	3	3	3	x	x
	325	1	3	6	0	x	x
Итерация 6	Число	Модули					
		2	7	11	5	13	3
	325	1	3	6	0	x	x
	:5	1	5	5	x	x	x
	65	1	2	10	x	x	x
Итерация 6	Число	Модули					
		2	7	11	5	13	3
	325	1	3	6	0	x	x
	:5	1	5	5	x	x	x
	65	1	2	10	x	x	x
Итерация 7	Число	Модули					
		2	7	11	5	13	3
	65	1	2	10	x	x	x
		I	II	III	iV	V	VI
	-10	0	3	10	x	x	x
	55	1	6	0	x	x	x
Итерация 8	Число	Модули					
		2	7	11	5	13	3
	55	1	6	0	x	x	x
	:11	1	4	x	x	x	x
	5	1	5	x	x	x	x
Итерация 9	Число	Модули					
		2	7	11	5	13	3
	5	1	5	x	x	x	x
	-5	1	5	x	x	x	x
	0	0	0	x	x	x	x

Поскольку $\pi_6 = 0$, число $N = 12821 = (2,3,1,6,4,1)$ в исходной системе модулей $m_1 = 3$, $m_2 = 13$, $m_3 = 5$, $m_4 = 11$, $m_5 = 7$, $m_6 = 2$ принадлежит первой половине диапазона $[0, M)$. Действительно, $N = 12821 < \frac{M}{2} = 15015$. Результат достигается за девять чередующихся итераций первого и второго вида, начиная от $m_1 = 3$ до $m_5 = 7$.

Основная часть. Пусть $N = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_s, \ldots, \alpha_n)$. Образуем число $\tilde{N} = (\tilde{\alpha}_1 = \alpha_1 - \alpha_s, \tilde{\alpha}_2 = \alpha_2 - \alpha_s, \ldots, \tilde{\alpha}_s = 0, \ldots, \tilde{\alpha}_n = \alpha_n - \alpha_s)$ вычитанием остатка α_s по модулю m_s из остатков по всем модулям числа N. Естественно, все числа $\tilde{N}$ диапазона $[0, M)$ кратны модулю m_s, т.е. вероятность $p(\tilde{\alpha}_s = 0) = 1$. При этом может оказаться, что, наряду с $\tilde{\alpha}_s = 0$, остатки по некоторым модулям $m_r, r = 1,2,3,\ldots,n-1$ числа $\tilde{N}$ также равны нулю, например, $\tilde{\alpha}_t = 0$, $\tilde{\alpha}_u = 0$, $\tilde{\alpha}_v = 0$, т. е. число $\tilde{N}$ кратно произведению этих модулей. Вероятность $p(\tilde{\alpha}_t = 0, \tilde{\alpha}_u = 0, \tilde{\alpha}_v = 0) = \frac{1}{m_t m_u m_v}$. Наибольшее значение вероятности при $m_s = \max\{m_i\}$.

Для чисел $\tilde{N}$ в системе модулей $m_1 = 3$, $m_2 = 13$, $m_3 = 5$, $m_4 = 11$, $m_5 = 7$, $m_6 = 2$ при $m_s = 13$ вероятность того, что, наряду с $\tilde{\alpha}_s = 0$, равен нулю остаток ещё хотя бы по одному из модулей $p_1 = 0{,}584$, хотя бы по двум модулям $p_2 = 0{,}197$, хотя бы по трём модулям $p_3 = 0{,}013$.

Быстродействие алгоритма определяется итерациями первого вида. Будем под i-м, $i = 1,2,\ldots,n-1$ вариантом итерации первого вида понимать вариант, при котором осуществляется вычитание значения α_i из всех остатков числа. В связи с достаточно высоким значением $p_1 = 0{,}584$ и $p_2 = 0{,}197$, целесообразным, поэтому, для повышения быстродействия алгоритма представляется на итерации первого вида выбрать вариант, образующий наибольшее количество нулей. В табл. 2 представлены выполняемые параллельно варианты первой итерации.

Таблица 2. Варианты первой итерации

	Число	Модули					
		2	7	11	5	13	3
Вариант 1	**12821**	1	4	6	1	3	2
	-2	0	2	2	2	2	2
	12819	1	2	4	4	1	0

	Число	Модули					
Вариант 2		2	7	11	5	13	3
	12821	1	4	6	1	3	2
	-3	1	3	3	3	3	0
	12818	0	1	3	3	0	2
Вариант 3	Число	Модули					
		2	7	11	5	13	3
	12821	1	4	6	1	3	2
	-1	1	1	1	1	1	1
	12820	0	3	5	0	2	1
Вариант 4	Число	Модули					
		2	7	11	5	13	3
	12821	1	4	6	1	3	2
	-6	0	6	6	1	6	0
	12815	1	5	0	0	10	2
Вариант 5	Число	Модули					
		2	7	11	5	13	3
	12821	1	4	6	1	3	2
	-4	0	4	4	4	4	1
	12817	1	0	2	2	12	1

Как видно из таблицы 2 для второй итерации целесообразно выбрать четвёртый вариант, так как он даёт большее количество нулей.

Выполнение второй итерации представлено в таблице 3. При этом все варианты второй итерации первого вида и вторая итерация второго вида выполняются параллельно. Если количество нулей в лучшем из вариантов итерации первого вида больше, чем количество нулей в итерации второго вида, данный вариант принимается в качестве второй итерации. В противном случае второй итерацией является итерация второго вида.

Таблица 3. Выполнение второй итерации

	Число	Модули					
		2	7	11	5	13	3
Вариант 1 итерации первого вида	**12815**	1	5	0	0	10	2
	-2	0	2	2	2	2	2
	12813	1	3	9	3	8	0
Вариант 2 итерации первого вида	Число	Модули					
		2	7	11	5	13	3
	12815	1	5	0	0	10	2
	-10	0	3	10	0	10	1
	12805	1	2	1	0	0	1
Вариант 3 итерации первого вида	Число	Модули					
		2	7	11	5	13	3
	12815	1	5	0	0	10	2
	-5	1	5	5	0	5	2
	12810	0	0	6	0	5	0
Итерация второго вида	Число	Модули					
		2	7	11	5	13	3
	12815	1	5	0	0	10	2
	:5*11	1	6	x	x	3	1
	233	1	2	x	x	12	2

Как видно из таблицы 3 для второй итерации следует выбрать третий вариант итерации первого вида, так как он даёт большее количество нулей.

Выполнение третьей итерации представлено в таблице 4.

Таблица 4. Выполнение третьей итерации

Число	Модули					
	2	7	11	5	13	3
12810	0	0	6	0	5	0
:3*5*7	1	x	6	x	1	x
122	0	x	1	x	5	x

В таблице 5 представлены выполняемые параллельно варианты четвёртой итерации.

Таблица 5. Варианты четвёртой итерации

	Число	Модули					
		2	7	11	5	13	3
Вариант 1 итерации первого вида	**122**	0	x	1	x	5	x
	-5	1	x	5	x	5	x
	117	1	x	7	x	0	x
Вариант 2 итерации первого вида	**122**	0	x	1	x	5	x
	-1	1	x	1	x	1	x
	121	1	x	0	x	4	x

Как видно из таблицы 5 оба варианта дают одинаковое количество нулей, поэтому может быть выбран любой из вариантов. Выбираем для пятой итерации второй вариант.

Выполнение пятой итерации представлено в таблице 6.

Таблица 6. Выполнение пятой итерации

Число	Модули					
	2	7	11	5	13	3
121	1	x	0	x	4	x
:11	1	x	x	x	11	x
11	1	x	x	x	11	x

Наконец, шестая итерация даёт

Таблица 7. Выполнение шестой итерации

Число	Модули					
	2	7	11	5	13	3
11	1	x	x	x	11	x
-11	1	x	x	x	11	x
0	0	x	x	x	0	x

Поскольку $\pi_6 = 0$, число $N = 12821 = (2,3,1,6,4,1)$ в исходной системе модулей $m_1 = 3$, $m_2 = 13$, $m_3 = 5$, $m_4 = 11$, $m_5 = 7$, $m_6 = 2$ принадлежит первой половине диапазона $[0, M)$. Результат по данному алгоритму достигается за шесть итераций, т.е. в 1,5 раза быстрее, чем по базовому алгоритму.

В следующем алгоритме первая и вторая итерации те же, что и в предыдущем. Однако на второй итерации не производится оценка вариантов первого вида, а выполняется итерация второго вида (таблица 8).

Таблица 8. Выполнение второй итерации

Итерация второго вида	Число	Модули					
		2	7	11	5	13	3
	12815	1	5	0	0	10	2
	:5*11	1	6	x	x	3	1
	233	1	2	x	x	12	2

В таблице 9 представлены выполняемые параллельно варианты третьей итерации.

Таблица 9. Варианты третьей итерации

	Число	Модули					
		2	7	11	5	13	3
Вариант 1	**233**	1	2	x	x	12	2
	-2	0	2	x	x	2	2
	231	1	0	x	x	10	0
Вариант 2	Число	Модули					
		2	7	11	5	13	3
	233	1	2	x	x	12	2
	-12	0	5	x	x	12	0
	221	1	4	x	x	0	2
Вариант 3	Число	Модули					
		2	7	11	5	13	3
	233	1	2	x	x	12	2
	-2	0	2	x	x	2	2
	231	1	0	x	x	10	0

Как видно из таблицы 9 для четвёртой итерации целесообразно выбрать первый или третий варианты, так как они дают большее количество нулей. Выбираем первый вариант.

Выполнение четвёртой итерации представлено в таблице 10.

Таблица 10. Выполнение четвёртой итерации

Число	Модули					
	2	7	11	5	13	3
231	1	0	x	x	10	0
:3*7	1	x	x	x	8	x
11	1	x	x	x	11	x

Выполнение пятой итерации представлено в таблице 11.

Таблица 11. Выполнение пятой итерации

Число	Модули					
	2	7	11	5	13	3
11	1	x	x	x	11	x
-11	1	x	x	x	11	x
0	0	x	x	x	0	x

Поскольку $\pi_6 = 0$, число $N = 12821 = (2,3,1,6,4,1)$ в исходной системе модулей $m_1 = 3$, $m_2 = 13$, $m_3 = 5$, $m_4 = 11$, $m_5 = 7$, $m_6 = 2$ принадлежит первой половине диапазона $[0, M)$. Результат по данному алгоритму достигается за пять итераций, т.е. в 1,8 раза быстрее, чем по базовому алгоритму.

Рассмотренные решения при алгоритмической простоте обладают высоким быстродействием и могут быть эффективными при использовании в разработках современных вычислительных структур.

Выводы. Рассмотрены алгоритмы выполнения немодульной операции определения принадлежности числа данной половине диапазона. Предложенные алгоритмы используют оценки вариантов каждой итерации с выбором наиболее предпочтительного варианта и обеспечивают существенное повышение быстродействия в сравнении с базовым алгоритмом. Предложенные подходы могут рассматриваться в качестве направления исследований по повышению эффективности немодульных операций в системе остаточных классов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. Д. Полисский. О взаимосвязи немодульных операций в системе остаточных классов // Математичне моделювання. — 2014. — № 2 (31). — С. 3—6.
2. Ю. Д. Полисский. О выполнении сложных операций в системе остаточных классов // Электронное моделирование. — 2006. — Т. 28. — № 3. — С. 117—123.
3. Ю. Д. Полисский. Выбор критерия принадлежности числа данной половине диапазона в системе остаточных классов // Проблеми математичного моделювання: матеріали наук.-метод. конф. 27—29 трав. 2015 р. — Дніпропетровськ. — 2015. — С. 91 —92.

пост. 02.09.2015