М.Н. ШТОДА, к.т.н., доцент, maksshtoda@gmail.com
Днепровский государственный технический университет, г. Каменское

Моделирование формоизменения металла в вытяжных калибрах системы «овал - круг»

Предложена универсальная математическая модель процесса прокатки в вытяжных калибрах системы «овал – круг», основанная на вариационных принципах механики сплошной среды. При определении формоизменения металла в вытяжных калибрах системы «овал – круг» профиль заготовки и контур калибра заменяют эквивалентными прямоугольными сечениями по методу соответственной полосы. Ширина полосы после прокатки определяется, исходя из площади готового профиля, полученной в результате решения вариационной задачи. Разработана программа для определения формоизменение полосы при прокатке в круглых и овальных калибрах с учетом формы профиля заготовки.

The universal mathematical model of the rolling process in oval - round passes is proposed in article. The model is based on the variational principles of continuum mechanics. Before determined the shape change of metal during rolling in system from oval - round caliberes, the profile of the bar and the caliber contour are replaced by equivalent rectangular cross-sections by the method of the corresponding bar. The width and the shape of side surface bar after rolling is determined wich based on the area of the finished profile obtained as a result of solving the variational task. The program has been developed for determining the shaping of bar during rolling in round and oval calibers, taking into account the profile shape of billet.

Постановка проблемы

Современные производители горячекатаной стальной сортовой продукции от работы прокатных станов требуют все большую технологическую и экономическую эффективность, добиться которую можно только на основе теоретического анализа с привлечением современных способов математического (компьютерного) моделирования и экспериментальных исследований.

Как отмечается в работе [1] научно обоснованный расчет формоизменения возможен с помощью пакетов метода конечных элементов. Однако применение коммерческих конечно-элементных программ связано со значительной их стоимостью, а при моделировании, исследовании и обработке полученных данных возникает необходимость привлечения высококвалифицированных специалистов, что также требует дополнительных затрат. Также следует отметить, что современный математический аппарат не позволяет учесть все особенности процесса горячей сортовой прокатки, например, до сих пор остаются неизвестными контактные условия прокатываемой полосы с валками, недостает граничных условий для решения тепловой задачи, есть трудности при описании условий непроницаемости и несжимаемости и др. Поэтому в настоящее время на сортовых станах конечно-элементные программы не нашли широкого распространения. Отметим, что их применение может быть оправдано в случае необходимости изучения закономерностей течения металла и (или) распределения напряжений внутри очага деформаций.

Оптимизация производственного процесса на основе только экспериментальных исследований связано со значительными временными и финансовыми затратами, поэтому также малоэффективна. Это привело к тому, что в настоящее время рядом ведущих организаций и ученых разрабатываются высокоскоростные, упрощенные компьютерные пакеты для автоматизированного проектирования технологии сортовой прокатки, учитывающие особенности используемого на стане оборудования и условия их эксплуатации.

Анализ последних исследований и публикаций

Так специалистами фирмы Morgardshammar разработана специализированная программа WICON Rolling Library [2], которая является профессиональным инструментом для разработки калибровки валков для прокатки круглых, квадратных, полосовых, шестигранных, угловых профилей, швеллеров, а также для прокатки-разделения с учетом характеристики оборудования стана, прокатываемого материала и других основных параметров процесса прокатки в условиях выбранного стана (нового или существующего). В программе [3] предусмотрено использование формулы Вусатовского для расчета уширения, уточненной на основании многочисленных экспериментальных исследований по уширению и форме боковой поверхности прокатываемой полосы. Также при использовании программы необходимы знания зависимости упругой деформации клети от силы прокатки, характеристики подшипников валков. Поэтому рассматриваемый программный пакет эффективен для оборудования фирмы Morgardshammar, использование его для других прокатных станов требует дополнительных исследований.

Похожий по своим функциям и возможностям программный пакет был разработан отечественными учеными НПО «Доникс» [1, 4], в котором используется компьютерное моделирование на базе математических моделей, обладающих высокой точностью и скоростью расчета. В программе принято допущение о нулевой скорости по оси y на поверхности валка, то есть на контакте с валками отсутствует боковое течение, что не подтверждается практикой. Анализ формы фактических и рассчитанных боковых кромок полос [1] показывает, что из-за упрощений, принятых при математическом моделировании, с наибольшей погрешностью определяется ширина контакта полосы с валками.

Калибровки валков, рассчитанные с помощью существующих программных продуктов, требуют стадии освоения, то есть у металлургической компании возникают дополнительные финансовые расходы. В связи с этим становится понятной экономическая выгода использования собственных разработок при проектировании новых и совершенствовании рабочих калибровок.

Формулировка цели исследования

Целью данной работы является разработка универсальной математической модели формоизменения металла в вытяжных калибрах системы «овал - круг».

Изложение основного материала

В настоящей работе предлагается при решении задачи формоизменения металла в калибрах использовать вариационные принципы механики сплошной среды, основанных на минимальных свойствах действительного поля скоростей. В настоящее время наиболее разработанными являются два метода решения вариационных задач обработки металлов давлением – это метод конечных элементов и метод Ритца. О некоторых недостатках метода конечных элементов при использовании их для решения указанного типа задач было сказано выше. Применение метода Ритца также связано с рядом недостатков, однако он позволяет с достаточной точностью определить коэффициенты деформации для простых и сложных форм очага деформации. Но, как отмечается в работе [5], попытка описать поле скоростей функциями, едиными для всего фактического очага деформации, связана, как правило, с большими трудностями. Поэтому при решении задач по прокатке в калибрах фактический очаг деформации делят на активные, пассивные и переходные участки и выбирают поля скоростей отдельно для каждой из зон с учетом их взаимодействия между собой [5]. Однако это не позволяет сделать математическую модель универсальной, так как каждый раз приходится разбивать очаг деформации на участки, получать для них компоненты тензора скоростей деформации и потом решать полученное вариационное уравнение. Существуют также проблемы, связанные с определением границ очага деформации сложной формы. Поэтому при определении формоизменения металла в вытяжных калибрах системы «овал – круг» предложено профиль заготовки заменять эквивалентным прямоугольным сечением по методу соответственной полосы, а форму круглого (или овального) калибра заменять калибром «гладкая бочка» также по правилам метода соответственной полосы:

- высота заготовки до прокатки

$$h_{np_0} = \sqrt{\frac{F_0 \cdot h_0}{b_0}},$$

где F_0 — площадь профиля заготовки; h_0 — максимальная высота круглой (или овальной) заготовки с учетом кантовки перед следующим калибром; b_0 — максимальная ширина круглой (или овальной) заготовки с учетом кантовки перед следующим овальным (или круглым) калибром.

- ширина заготовки до прокатки

$$b_{np_0} = \frac{F_0}{h_{np_0}}.$$

- высота калибра «гладкая бочка»

$$h_{np_1} = \sqrt{\frac{F_1 \cdot h_1}{b_1}},$$

где F_1 — площадь овального (или круглого) калибра; h_1 — максимальная высота овального (или круглого) калибра; b_1 — ширина овального (или круглого) калибра.

Дальнейшее решение вариационного уравнения для поля скоростей жесткопластической среды выполняем для простого случая прокатки.

Вариационного уравнение для поля скоростей жесткопластической среды [5]

$$\delta\left[\iiint\limits_V \tau_s H dV + \iint\limits_{S_{cp}} \tau_s [\upsilon] dS - \iint\limits_{S_\sigma} \sigma_{ni} \upsilon_i dS\right] = 0, \qquad (1)$$

где δ — знак вариации; V — объем геометрического очага деформации; τ_s — предел текучести при сдвиге; H — интенсивность скоростей деформации сдвига; S_{cp} — поверхность разрыва; $[\upsilon]$ — скачок скорости на поверхности разрыва; S_σ — поверхность контакта прокатываемой полосы с валками; σ_{ni}, υ_i — силы и скорости скольжения на поверхности деформируемого тела.

Начало координат располагаем в плоскости выхода полосы из валков (рис. 1). Ось 0x направлена против хода прокатки. При выборе кинематически возможного поля скоростей при прокатке на гладкой бочке предполагаем, что среда несжимаема и, кроме того, удовлетворяется условие непроницаемости на контактной поверхности.

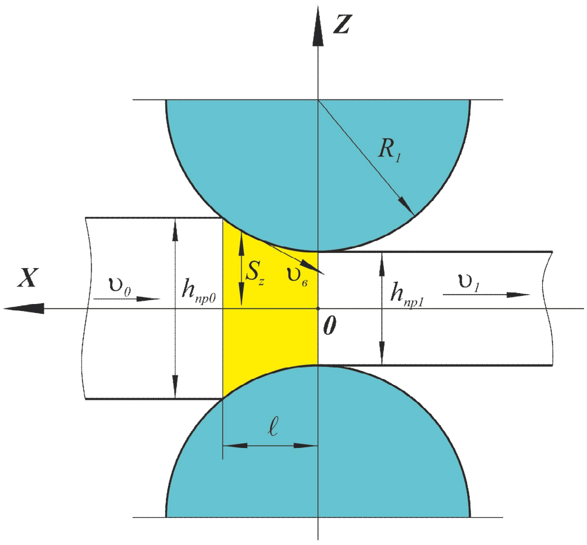


Рис.1. Вид сбоку очага деформации при прокатке

Выбор кинематически возможного поля скоростей начнем с продольной компоненты υ_x, которую в соответствии с методом Ритца задаем в виде полинома второй степени

$$\upsilon_x = A_0 + A_1 x + A_2 x^2, \qquad (2)$$

где A_0, A_1 и A_2 — искомые коэффициенты уравнения для продольной скорости течения металла.

Из рис. 1 видно, что граничные условия для продольной скорости течения металла запишутся в следующем виде

$$\left.\begin{aligned} &\upsilon_x = -\upsilon_0 \ \text{ при } \ x = \ell, \\ &\upsilon_x = -\upsilon_1 \ \text{ при } \ x = 0, \\ &\xi_{xx} = \frac{\partial \upsilon_x}{\partial x} = 0 \ \text{ при } \ x = 0. \end{aligned}\right\}, \qquad (3)$$

где υ_0 и υ_1 — продольная скорость полосы на входе и выходе полосы из очага деформации; ℓ — длина очага деформации.

Удовлетворяя граничным условиям (3), находим из (2)

$$\upsilon_x = -a_1\upsilon_в\left[1-\left(1-\frac{1}{\lambda}\right)\frac{x^2}{\ell^2}\right],$$

где a_1 — коэффициент опережения; $\upsilon_в$ — окружная скорость валков; λ — коэффициент вытяжки.

Уравнение поверхности валка (рис. 1)

$$S_z = 0{,}5h_{np_1} + R_1 - \sqrt{R_1^2 - x^2},$$

где R_1 — средний катающий радиус валков, определенный по методу соответственной полосы.

Задаем вертикальную составляющую скорости υ_x в виде линейной функции от z

$$\upsilon_z = C_0 + C_1 z, \quad (4)$$

Удовлетворяя граничным условиям

$$\left.\begin{aligned}\upsilon_z &= 0 \ \text{ при } z = 0,\\ \upsilon_z &= \upsilon_{zk} \ \text{ при } z = S_z,\end{aligned}\right\} \quad (5)$$

находим из (5)

$$\upsilon_z = \frac{\upsilon_{zk}}{S_z}z, \quad (6)$$

где υ_{zk} — вертикальная составляющая скорости течения металла на контактной поверхности, которая находится из условия непроницаемости.

Так как при выводе кинематически возможного поля скоростей используем гипотезу плоских сечений, то из условия непроницаемости получим

$$\upsilon_{zk} = \upsilon_x\frac{\partial S_z}{\partial x}.$$

Далее определяем поперечную составляющую течения металла. Из условия несжимаемости имеем

$$\xi_{yy} = -(\xi_{xx} + \xi_{zz}), \quad (7)$$

где ξ_{xx}, ξ_{yy} и ξ_{zz} — скорости удлинения в направлении соответствующих координатных осей.

Тогда, удовлетворяя граничному условию, $\upsilon_y = 0$ *при* $y = 0$ находим из (7)

$$\upsilon_y = -(\xi_{xx} + \xi_{zz})y.$$

Решение вариационного уравнения (1) ввиду сложного и нелинейного вида функционала нельзя получить аналитически. Поэтому для определения действительного поля скоростей используется его минимальное свойство. То есть вариационная задача сводится к следующему: среди всех кинематически возможных полей скоростей, удовлетворяющим заданным граничным условиям и условию несжимаемости, требуется найти такое поле, которое реализует минимум функционала (1), в котором каждое слагаемое представляет собой компоненту полной мощности.

Мощность внутренних сил равна

$$N_1 = \tau_s\int_0^{\ell}\int_0^{0{,}5b_x}\int_0^{S_z}H(x,y,z)dxdydz,$$

где b_x — ширина полосы в очаге деформации.

Мощность сил трения

$$N_{mp} = \psi\tau_s\int_0^{\ell}\int_0^{0{,}5b_x|_{z=S_z}}\sqrt{(\upsilon_x-\upsilon_{в_x})^2+\upsilon_y^2+(\upsilon_z-\upsilon_{в_z})^2}\Big|_{z=S_z}\times$$

$$\times\frac{dxdy}{\cos(n,^{\wedge}z)},$$

где $\upsilon_{в_x}$, $\upsilon_{в_z}$ — составляющие окружной скорости валков.

$$\upsilon_{в_x} = -\upsilon_в\cos\alpha_x, \ \upsilon_{в_z} = -\upsilon_в\sin\alpha_x,$$

где α_x — угол между плоскостью выхода полосы из валков и радиусом валков, проходящим через рассматриваемую точку.

$$\cos\alpha_x = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\partial S_z}{\partial x}\right)^2}}, \ \sin\alpha_x = \frac{\frac{\partial S_z}{\partial x}}{\sqrt{1+\left(\frac{\partial S_z}{\partial x}\right)^2}},$$

$$\cos(n,^{\wedge}z) = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\partial S_z}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial S_z}{\partial y}\right)^2}}.$$

Мощность среза на входе в геометрический очаг деформации

$$N_{cp} = \tau_s\int_0^{0{,}5b_{np0}}\int_0^{0{,}5h_{np0}}\sqrt{\upsilon_y^2+\upsilon_z^2}\Big|_{x=\ell}dydz.$$

Вычисление составляющих мощностей N_1, N_{mp} и N_{cp} производится с помощью квадратурной формулы Гаусса, применение которой требует сравнительно малого времени счета. При использовании формулы Гаусса необходимо с помощью замены переменных в интегралах перейти к стандартной области $[0,1]$ или $[-1,1]$, так как входящие в эти формулы весовые коэффициенты и координаты узлов затабулированы только для сегментов. При такой замене в подынтегральных выражениях появляется дополнительный множитель – якобиан преобразования. Число узлов интегрирования принято равным пяти.

Переход к стандартной области изменения переменных (отрезку $[0,1]$) достигается линейной заменой переменных:

$$N_1 = \int_0^{\ell}dx\int_0^{b_x}dy\int_0^{S_z}H(x,y,z)dz =$$

$$= \ell\int_0^1\int_0^1\int_0^1 b_x\cdot S_z H(\ell\cdot u, b_x\cdot\upsilon, S_z\cdot t)du\upsilon dt \approx$$

$$\approx \ell\sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{5}\sum_{k=1}^{5}c_i c_j c_k b_{x_j}S_{z_k}H(\ell\cdot u_i, b_x\cdot\upsilon_j, S_z\cdot t_k).$$

Аналогичное представление имеют интегральные суммы, используемые для приближенного вычисления интегралов N_{mp} и N_{cp}.

В результате перехода к относительным координатам и некоторых преобразований относительная мощность всех сопротивлений деформаций записывается как функция

$$\overline{N} = \frac{N}{\tau_s\upsilon_в b_{np_0}h_{np_0}} = f\left(\frac{h_{np_0}}{h_{np_1}}, \frac{h_{np_0}}{b_{np_0}}, \frac{b_{np_0}}{\ell}, \psi = \frac{\tau_k}{\tau_s}, \lambda, a_1\right).$$

Минимизация функционала производится методом поиска на сетке неизвестных параметров. Интервалы варьирования:

$$\lambda = 1 \div \frac{h_{np_0}}{h_{np_1}}; \; a_1 = 1 \div 1{,}07 .$$

В результате решения вариационной задачи получаем значение коэффициента вытяжки, зная которое можем определить площадь профиля после прокатки. По известному значению площади профиля определяем ширину полосы после прокатки, которая соответствует поперечному сечению раската, ограниченному контуром калибра и линией боковой поверхности.

Принимаем, что боковая поверхность представляет собой дугу окружности радиусом:

- если контакт металла не доходит до выпуска калибра

$$R' = \frac{b_0}{2 \cdot \lambda} .$$

- если контакт металла происходит по выпуску калибра, но не доходит до радиуса у зазора калибра

$$R' = \frac{y''}{\sin\varphi},$$

где φ — угол развертывания радиуса у зазора; y'' — уравнение образующей выпуска калибра.

$$y'' = a + b \cdot x'',$$

где a, b — коэффициенты линейного уравнения, описывающие угол наклона и положение образующей выпуска калибра; x'' — ширина контакта.

$$x'' = \frac{B_k}{2} + r_1 \cdot tg\frac{\varphi'}{2} - r_1 \cdot \sin\varphi',$$

где B_k — ширина калибра; r_1 — радиус закругления возле зазора калибра; φ' — угол выпуска калибра.

$$b = \frac{r_1 \cdot \sin\varphi' + R \cdot \cos\varphi - \frac{B_k}{2} - r_1 \cdot \mathrm{tg}\frac{\varphi'}{2}}{\mathrm{tg}\varphi\left(\frac{B_k}{2} + r_1 \cdot tg\varphi' - r_1 \cdot \sin\varphi' - R \cdot \cos\varphi\right)},$$

$$a = \frac{H_1}{2} - R + R \cdot \sin\varphi - b \cdot R \cdot \cos\varphi ,$$

где R — радиус контура дна калибра.

- если контакт металла происходит по радиусу у зазора калибра

$$R' = \frac{y'''}{\cos\varphi_x},$$

$$y''' = \frac{s}{2} + r_1 - r_1 \cdot \cos\varphi_x ,$$

$$x''' = \frac{B_k}{2} + r_1 \cdot tg\frac{\varphi'}{2} - r_1 \cdot \sin\varphi_x ,$$

где φ_x — текущий угол развертывания радиуса у зазора, определяющий ширину контакта; s — зазор калибра.

- если металл вытекает в зазор калибра (образование заусенца)

$$R' = \frac{s}{2} .$$

На основании описанной математической модели была разработана программа для расчета формоизменения металла при прокатке полосы в калибрах системы «овал - круг» и черчения калибров этой системы. На рис. 2 показан общий вид главного окна программы, где задаются размеры калибров и по результатам расчетов выполняется построение контура заготовки и калибра, заполненного металлом.

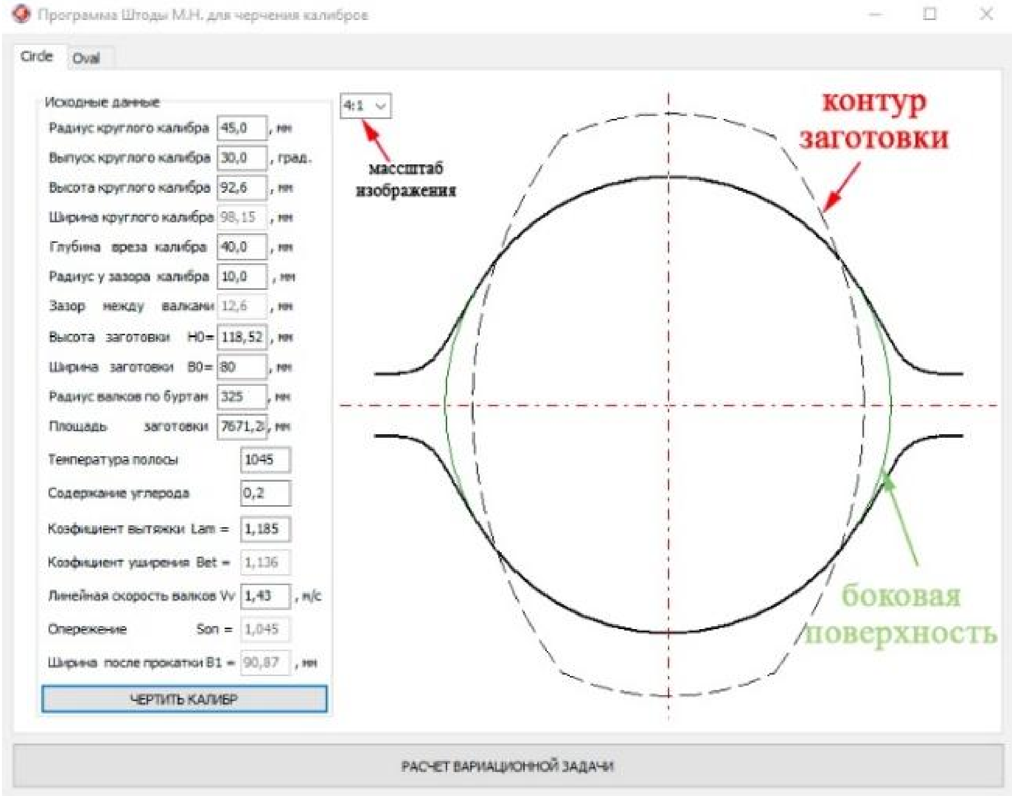
Как видно из рис. 2 разработанная математическая модель позволяет определять формоизменение полосы при прокатке в простых калибрах с учетом формы профиля заготовки. Профиль заготовки можно задать на основании опытных данных или получить в результате расчета.

Выводы и перспективы дальнейших исследований

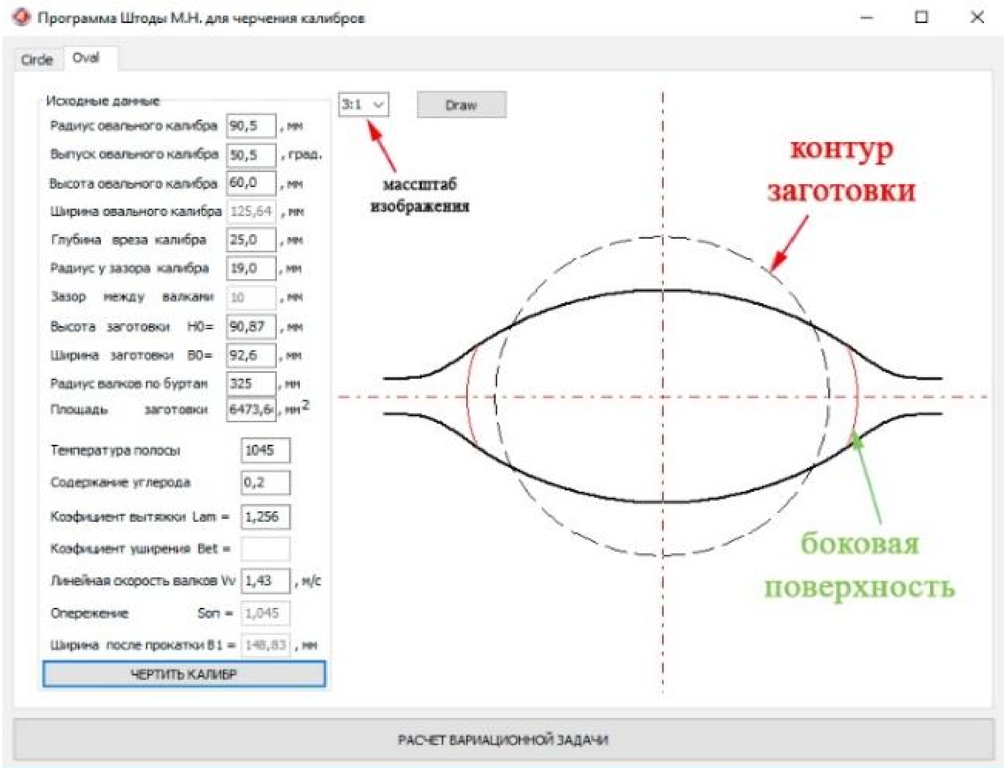
1. Разработана универсальная математическая модель процесса прокатки в вытяжных калибрах системы «овал – круг». При выводе математической модели использованы вариационные принципы механики сплошной среды, основанных на минимальных свойствах действительного поля скоростей. Для обеспечения универсальности предлагаемой модели при определении формоизменения металла в вытяжных калибрах системы «овал – круг» предложено профиль заготовки заменять эквивалентным прямоугольным сечением по методу соответственной полосы, а форму круглого (овального) калибра заменять калибром «гладкая бочка» также по правилам метода соответственной полосы. Ширина полосы после прокатки определяется, исходя из площади готового профиля, полученной в результате решения вариационной задачи.

2. На базе предлагаемой универсальной математической модели процесса прокатки простых профилей в вытяжных калибрах системы «овал – круг» разработана программа для определения формоизменение полосы при прокатке в круглых и овальных калибрах с учетом формы профиля заготовки. Программа позволяет строить контур заготовки и калибра, заполненного металлом.

3. Разработанная математическая модель может быть использована для исследования формоизменения металла при прокатке на сортовых станах в вытяжной системе калибров «овал – круг». Также эта модель рекомендована для использования в качестве расчетного модуля при определении деформации полосы при прокатке в высокоскоростных проволочных модулях с общим приводом.



а)



б)

Рис. 2. Общий вид главного окна программы для расчета и построения круглых (*а*) и овальных (*б*) калибров

ЛІТЕРАТУРА

1. Солод В.С. Универсальная математическая модель формоизменения металла в вытяжных калибрах / В.С. Солод, Р.Ю. Кулагин, Я.Е. Бейгельзимер// Сталь. – 2006. – № 8. – С. 16-18. ISSN 0038-920X.
2. Händemark M. Improved roll pass design for long products with WICON / M. Händemark // MILLENNIUM STEEL. – 2011. – P. 144–151.
3. Händemark M. Improved roll pass design for long products with WICON [Электронный ресурс] / M. Händemark // Режим доступа: http://www.morgardshammar.se/pdf/wicon.pdf.
4. Солод В.С. Моделирование процесса сортовой прокатки с помощью программного комплекса «Сортпро» /В.С.Солод, А.Г. Бенецкий, А.Н. Мамаев// Обработка материалов давлением. Сборник научных трудов Донбасская государственная машиностроительная академия. – 2010. – № 3 (24). – С. 60–63.
5. Илюкович Б.М. Теоретические основы механики деформируемой сплошной среды [Том 2] / Б.М. Илюкович, М.К. Измайлова, Н.Е. Нехаев // Днепропетровск: РИА «Днепр-ВАЛ», 2007. – 306 с. ISBN 978-966-8704-20-8 (II), ISBN 978-966-7616-96-0

пост. 08.11.2017