УДК 658.513.012.12 DOI: 10.31319/2519-8106.1(38)2018.129053
С.К. Мещанінов, д.т.н. професор
Дніпровський державний технічний університет, м. Кам'янське

МОДЕЛЬ ПОБУДОВИ АДЕКВАТНОГО МАТЕМАТИЧНОГО ОПИСУ ПРОЦЕСУ ПЕРЕТВОРЮВАННЯ СИГНАЛУ В ЕЛЕКТРОННІЙ СИСТЕМІ

Представлено рішення задачі адекватного математичного опису процесу перетворення сигналу в електронній системі з метою забезпечення його максимальної надійності і достовірності. Розглянуті особливості поставленого завдання і запропонований метод знаходження стійкого рішення. Для досягнення поставленої мети побудована модель зовнішньої дії на електронну систему.
***Ключові слова**: електронна система, інформаційний сигнал, задача синтезу, процес перетворення, достовірність.*

The decision of the problem of adequate mathematical process description of the signal shaping is presented in the electronic - measuring system with the purpose of providing of its maximal reliability and authenticity. The features of this problem are considered and the defining method of steady decision is offered. To achieve of the put purpose, the model of the external affecting is built electronic - measuring system.
***Keywords**: electronic system, informative signal, task of synthesis, process of transformation, authenticity.*

Постановка проблеми

Надійність і достовірність перетворення сигналу в електронній системі є найважливішим критерієм, за яким можна зробити оцінку доцільності використання того чи іншого варіанту використання комплексу такої апаратури в кожному конкретному випадку з урахуванням вимог точності, економічності, безпеки, ергономічних екологічних норм. Розгляд ефективності будь-якої ділянки вимірювального тракту, на сьогоднішній день, на нашу думку, найбільш доцільно проводити з використанням комплексного методу досліджень, в основі якого має перебуває подання про даному об'єкті (або його частини), як складної технічної системі, підсистеми якої знаходяться в певному взаємодії. Розглянемо задачу побудови адекватного математичного опису процесу перетворення сигналу в електронній системі на прикладі динамічної системи з зосередженими параметрами, еволюція якої описується лінійною системою звичайних диференціальних рівнянь:

$$\dot{x} = A\,x + B\,z \tag{1}$$

з рівнянням спостереження:

$$y = C\,x\,, \tag{2}$$

де $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \ldots, x_{n_1}(t))^T$ — вектор-функція змінних стану ($(.)^T$ — знак транспонування); $z(t) = (z_1(t), z_2(t), \ldots, z_{m_1}(t))^T$ — вектор-функція зовнішніх впливів; $y(t) = (y_1(t), y_2(t), .., y_{n_1}(t))^T$ — вектор-функція спостережуваних в експерименті змінних стану [1, 2]. Під зовнішніми впливами (збуреннями) будемо розуміти функції $z_1(t), z_2(t), \ldots, z_{m_1}(t)$, які змінюються незалежно від суб'єктивних факторів або властивостей і поведінки результативної математичної моделі (1); $x \in X$, $z \in Z$, $y \in Y$; A, B, C — матриці з постійними коефіцієнтами, відповідної розмірності. Для простоти міркувань будемо вважати, що матриця C є одиничною матрицею ($x(t) = y(t)$).

Формулювання мети дослідження

Таким чином, є постановка завдання і математичного опису процесу перетворення сигналу в електронній системі.

Виклад основного матеріалу

Розглянемо однорідну систему диференціальних рівнянь, яка відповідає системі (1):

$$\dot{x} = A\,x\,. \tag{3}$$

Введемо матрицю $F[t,\ t_0]=F[t]F^{-1}[t_0]$,
де

$$F[t]=\begin{bmatrix} f_1^{(1)}(t), & . & . & . & f_1^{(n)}(t) \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ f_n^{(1)}(t) & . & . & . & f_n^{(n)}(t) \end{bmatrix},$$

$\{\,f^{(k)}(t)\,\}$ — n лінійно-незалежних рішень системи (3). Кожен з векторів є вектором-стовпцем з компонентами $f_1^{(k)}(t),\ f_2^{(k)}(t),\ldots,\ f_n^{(k)}(t)$. Матрицю $F[t,t_0]$ називають фундаментальною матрицею електронної системи (3) [1]. Надалі будемо вважати, що $t_0=0$.

Рух $x(t)=x(t,\ t_0,\ x^0)=x(t,\ x^0)$ системи (1), який задовольняє початковій умові $x(0)=x^0$, визначається формулою Коші [3]:

$$x(t)=F[t]x^0+\int_0^t F[t-\tau]Bz(\tau)d\tau = P(A,B,x^0,z)\,, \tag{4}$$

де $P(A,B,x^0,z)=(p_1(A,B,x^0,z),\ \ldots\ ,p_{n_1}(A,B,x^0,z))^T$ є вектор-функція, кожна компонента якої залежить від матриць A,B и от вектор-функції z и вектору-стовбця x^0.

Припустимо, що задана вектор-функція $x^g(t)=(x_1^g(t),\ldots,x_{n_1}^g(t))^T$. Як правило, ця вектор-функція представлена у вигляді графіка (експериментальні вимірювання). нехай $\widetilde{x}(t)=(\widetilde{x}_1\,(t),\ldots\widetilde{x}_{n_1}(t))^T$ є вектор-функція, яка використовується в розрахунках. величина відхилення $\widetilde{x}(t)$ от $x^g(t)$ визначається точністю апроксимації експериментальних даних і задана апріорі: $\left\|\widetilde{x}(t)-x^g(t)\right\|_X \le \delta_1$.

Будемо вважати, що результати математичного моделювання адекватні експериментальним вимірам, якщо виконується нерівність:

$$\rho_X(P(A,B,x^0,z),\widetilde{x}) \le \varepsilon\,, \tag{5}$$

де $\rho_X(P,y)$ є відстань між вектор-функцією P і вектор-функцією $\widetilde{x}(t)$ в деякому метричному просторі X, ε — задана величина (необхідна точність збігу експерименту з результатами математичного моделювання).

Одним з можливих варіантів нерівності (5) може бути наступне:

$$\left\|P(A,B,x^0,z)-\widetilde{x}\right\|_X \le \varepsilon\,, \tag{6}$$

де $\|.\|_X$ — норма в функціональному просторі X.

Величина ε задається апріорі і характеризує бажане якість математичного моделювання (ступінь адекватності результатів математичного моделювання).

Очевидно, що при виконанні нерівності (5) матриці A,B і вектор-функція z виявляються пов'язаними. Неважко показати, що при фіксованих матрицях A,B в (6) існує нескінченно багато різних між собою вектор-функцій z, які будуть задовольняти нерівності (6) [3]. І, навпаки, при фіксованій вектор-функції z існує нескінченно багато різних матриць , Для яких виконується умова (6) [3].

У практиці математичного моделювання перевірка нерівності (6), як правило, не здійснюється, але його виконання мається на увазі. У величину ε входить обов'язковим складовою похибка апроксимації δ_1 і, тому, завжди виконується нерівність $\delta_1 \le \varepsilon$. Це відбувається з тієї причини, що точність проведення експериментальних вимірювань, як правило, на порядок вище необхідної точності моделювання. Часто задовольняються лише якісним збігом результатів математичного моделювання з даними вимірювань.

Таким чином, для відкритих динамічних систем критерієм адекватності результатів математичного моделювання можуть задовольняти абсолютно різні системи (різні матриці A, B) з різними вектор-функціями $z(t)$.

Якщо електронна система замкнута, тоді вектор-функція буде залежати тільки від матриці A і вектору x^0 :

$$P(A,B,x^0,z) = P(A,x^0). \tag{7}$$

Нерівність (6) в цьому випадку також буде визначати безліч різних матриць A . Нерівність (6) в цьому випадку також буде визначати безліч різних матриць A,B необхідно побудувати модель зовнішнього впливу, з використанням якої результати математичного моделювання будуть збігатися з певною точністю з результатами вимірів. Іншими словами, необхідно побудувати таку модель зовнішнього впливу, яка будуть давати адекватні результати математичного моделювання при використанні раніше обраного математичного опису (матриці A, B). Такий підхід для побудови пари (математичний опис + модель зовнішнього впливу) не є єдиним. Можливо також спочатку фіксувати модель зовнішнього впливу (з деякою погрішністю), а потім вибирати математичний опис, яке задовольняло б умовам адекватності (6).

Розглянемо тепер можливості першого алгоритму на прикладі електронній системі з зосередженими параметрами.

Нехай хід деякого фізичного процесу добре описується системою звичайних диференціальних рівнянь (1) з рівнянням спостереження (2).

Математичний опис (1) зі змінними стану $x(t)$ можна представити у вигляді сукупності взаємодіючих окремих елементарних ланок з вихідними змінними $x_1(t), x_2(t),.., x_{n_1}(t)$. Взаємодія окремих ланок відбувається за допомогою змінних стану (внутрішніх взаємодій). Якщо експериментальним шляхом визначити, наприклад, змінну стану $x_k(t)$, тоді вихідну систему можна представити однією або двома простішими підсистемами, приклавши додаткові зовнішні впливи $d_k x_k(t)$ и $-d_k x_k(t)$ до відповідних частин (d_k — const). Назвемо таке перетворення «k-м перетином» вихідної системи [3]. Результатом такого перетину можна отримати ряд більш простих підсистем вихідної системи.

Будемо припускати, що за допомогою ряду «перетинів» зазначеного типу виділена підсистема вихідної електронної системи, у якій відомі всі зовнішні впливи (частина з яких отримана з змінних стану) крім одного шуканого впливу $z_i(t)$, і відома одна з змінних стану підсистеми, наприклад, $x_j(t)$.

Нехай рух отриманої підсистеми рух якої описується диференціальним рівнянням:

$$\dot{x} = A_1 x + B_1 z, \tag{8}$$

з рівнянням спостереження:

$$y = C_1 x + D_1 z, \tag{9}$$

де: $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t))^T$, $z(t) = (z_1(t), \ldots, z_m(t))^T$, $y(t) = (y_1(t), y_2(t), \ldots, y_n(t))^T$; A_1, B_1, C_1, D_1 — матриці з постійними коефіцієнтами, відповідної розмірності; D_1 — діагональна матриця з першим нульовим діагональним елементом; матриця C_1 має тільки один ненульовий елемент в першому рядку, наприклад, перший c_1 .

рух підсистеми (7) $x(t)=x(t,x^0)$ системи (1), яке задовольняє початковій умові $x(0)=x^0$, визначається формулою Коші.

З рівняння спостереження маємо:

$$x_1(t)=y_1(t)=\Phi[t]x^0+\int_0^t \Phi[t-\tau]B\ z(\tau)d\tau\ ;$$

$$x_2(t)=y_2(t)=d_2\ z_2(t),\quad x_n(t)=y_n(t)=d_n\ z_n(t), \tag{10}$$

де $\Phi_1[t]$ — фундаментальна матриця однорідної системи (7) с компонентами $\phi_k^{(i)}$.

Перше рівняння системи (9) дає:

$$x_1(t)=y_1(t)=\begin{bmatrix}\sum\limits_{i=1}^{n}\phi_1^{(i)}(t)x_i^0\\ \cdot\\ \ldots\ldots\\ \cdot\\ \sum\limits_{i=1}^{n}\phi_n^{(i)}(t)x_i^0\end{bmatrix}+\int_0^t \Phi[t-\tau]B\ z(\tau)d\tau\ ; \tag{11}$$

$$x_1(t)=\sum_{i=1}^{n}\phi_1^{(i)}(t-\tau)\,x_i^0+\int_0^t\sum_{i=1}^{n}\phi_1^{(i})(t-\tau)\sum_{k=1}^{m}b_{ik}z_k(\tau)d\tau=$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\phi_1^{(i)}(t-\tau)\,x_i^0+\int_0^t z_1(\tau)\sum_{i=1}^{n}\phi_1^{(i)}(t-\tau)\,b_{i1}z_k(\tau)d\tau+$$

$$+\int_0^t[z_2(\tau)\sum_{i=1}^{n}\phi_1^{(i)}(t-\tau)\,b_{i2}\ +.+\ z_m(\tau)\sum_{i=1}^{n}\phi_1^{(i)}(t-\tau)\,b_{im}]d\tau=$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\phi_1^{(i)}(t-\tau)x_i^0+\int_0^t K_1(t-\tau)z_1(\tau)d\tau+\sum_{j=2}^{n}\int_0^t K_j(t-\tau)z_j(\tau)d\tau\,.$$

Тут прийняті позначення:

$$K_1(t-\tau)=\sum_{i=1}^{n}\phi_1^{(i)}(t-\tau)\,b_{i1}\,,$$

$$K_j(t-\tau)=\sum_{i=1}^{n}\phi_1^{(i)}(t-\tau)\,b_{ij}\,,\quad j=2,3,..,m. \tag{12}$$

Із системи (9) маємо:

$$x_1(t)=\sum_{i=1}^{n}\phi_1^{(i)}(t-\tau)\,x_i^0+\int_0^t K_1(t-\tau)z_1(\tau)d\tau+$$

$$+\sum_{j=2}^{n}\frac{1}{d_j}\int_0^t K_j(t-\tau)x_j(\tau)d\tau,$$

або:

$$\int_0^t K_1(t-\tau)z_1(\tau)d\tau=E(\mathrm{t}), \tag{11}$$

де $E(t)=x_1(t)-\sum\limits_{i=1}^{n}f_1^{(i)}(t-\tau)\,x_i^0\ -\sum\limits_{j=2}^{n}\frac{1}{d_j}\int_0^t K_j(t-\tau)\,y_j(\tau)d\tau$ — відома функція.

Перепишемо (11) у вигляді:

$$A\ z=u_{\delta_1}=B\ \widetilde{x}, \tag{12}$$

де A є лінійний цілком безперервний оператор $A: Z \to U$, $z \in Z$, $u_{\delta_1} \in U$, $\widetilde{x} \in X$, $B: X \to U$ — оператор, $\widetilde{x} = (\widetilde{x}_1(t), z_1(t), z_2(t), \ldots, z_r(t))^T$ — вихідні експериментальні дані; z — шукана функція, (Z, U, X — банахові функціональні простори).

Нехай шукане зовнішній вплив z і заданий відгук математичної моделі $\widetilde{x} \in X$ пов'язані залежністю (12). Надалі будемо вважати, що елемент $\widetilde{x} \in X$ відрізняється від вектор-функції x^g, заданої у вигляді експериментальної залежності, на величину δ_1:

$$\left\| x^g - \widetilde{x} \right\|_X \le \delta_1, \tag{13}$$

де x^g є заданий відгук системи, δ_1 — const, $\delta_1 > 0$.

Позначимо через Q_{δ_1} множину можливих рішень оберненої задачі ідентифікації моделі зовнішнього впливу (12) при фіксованих операторів A, B:

$$Q_{\delta_1} = \{z : \| Az - B\widetilde{x} \|_U \le \delta_1 \|B\| = \delta_0\}. \tag{14}$$

Будь-яка функція z з множини Q_{δ_1} є гарною моделлю зовнішнього впливу, так як функція Az Співпадає з $B\widetilde{x}$ з точністю вимірювання. Множина Q_{δ_1} є необмеженим при будь-якому δ_1 (некоректне завдання), так як оператор A є цілком неперервним в переважній більшості випадків [4]. завдання знаходження $z \in Q_{\delta_1}$ названа завданням синтезу моделі зовнішнього впливу методом ідентифікації [1—3]. Для відбору найкращої *моделі зовнішнього впливу* з нескінченної кількості різних «гарних» моделей в роботах [1—3] пропонується використовувати деякий безперервний функціонал $\Omega[z]$ зі спеціальними властивостями, певний на Z_1 (Z_1 є деяка підмножина Z) [4]. За рішення задачі синтезу моделі зовнішнього впливу можна приймати елемент $z_{\delta_1} \in Q_{\delta_1}$, для якої виконується рівність:

$$\Omega[z_{\delta_1}] = \inf_{z \in Q_{\delta_1} \cap Z_1} \Omega[z]. \tag{15}$$

При цьому немає підстав вважати, що функція z_{δ_1} буде близька до реального (точному) зовнішнього впливу z_T.

Рішення екстремальної задачі (12) (елемент z_{δ_1}) на множині Q_{δ_1} існує [4]. Цей елемент стійкий до малих змін вихідних даних. Рішення завдання (12) може бути неєдиним. Для цілей математичного моделювання підходить будь-який таке рішення.

функцію $z_{\delta_1} \in Q_{\delta_1}$ можна інтерпретувати також як найбільш стабільну частину моделі зовнішнього впливу. Відомо з теорії інформації, що високочастотна частина сигналу більш чутлива до зміни зовнішніх чинників і параметрів. В роботі В.Я. Виленкина [5] було показано, що функція z_{δ_1} являє собою результат фільтрації високочастотних складових. Отже, функцію z_{δ_1} можна трактувати як саму стійку до зміни неврахованих факторів і параметрів складову зовнішнього впливу, яка викликає відгук підсистеми, що співпадає з точністю δ_0 з експериментально виміряним $Bx = u_{\delta_1}$. За рішення задачі синтезу моделі зовнішнього впливу прийматимемо найбільш стійкий до зміни неврахованих факторів елемент $z_{\delta_1} \in Q_{\delta_1}$, (рішення екстремальної задачі (12)). Зазначене властивість є важливим з точки зору подальшого використання отриманого рішення при математичному моделюванні фізичних процесів.

При дослідженні конкретних динамічних систем структура математичного описання, як правило, є фіксованою. Виходячи з конструктивних особливостей конкретних систем або пристроїв, можливо досить точно визначити параметри математичного опису (параметри матриць A, B). Однак ці параметри слід вважати заданими наближено. Похибка визначення параметрів залежить від способу приведення динамічних систем до більш простим системам [6], від різного роду припущень і припущень [7], від обліку тих чи інших факторів [6]. Ця похибка може бути оцінена зверху і, як правило, вона не перевищує 10%.

При отриманні конкретної математичної моделі реального об'єкта доводитися використовувати різноманітні методи спрощення, обліку тих чи інших сил, ступеня їх впливу на рух системи і т.д. Це призводить до того, що у різних дослідників виходять різні математичні описи (з різними параметрами) реальної системи, навіть якщо структури математичних описів (моделей) збігаються. позначимо через $p \in R^n$ вектор параметрів математичного опису фізичного процесу. Будемо вважати, що вектор параметрів математичної моделі p не визначений точно і може приймати значення в деякій замкнутій області $D \subset R^n$, тобто $p \in D$. Кожному вектору параметрів $p \in D$ відповідають певні оператори A_p, B_p в рівнянні (11) і ці оператори утворюють два класи операторів $K_A = \{A_p\}$, $K_B = \{B_p\}$ при зміні p всередині D. Будемо вважати для простоти, що всі оператори A_p цілком безперервні, а оператори B_p — лінійні і незворотні. Позначимо через h_1 и d_1 величини максимального відхилення операторів A_p из K_A і операторів B_p из K_B:

$$\sup_{p_\alpha, p_\beta \in D} \left\| A_{p_\alpha} - A_{p_\beta} \right\|_{Z \to U} \leq h_1, \quad \sup_{p_\gamma, p_\lambda \in D} \left\| B_{p_\gamma} - B_{p_\lambda} \right\|_{X \to U} \leq d_1. \tag{16}$$

Розглянемо зворотне завдання синтезу «добре» моделі зовнішнього впливу для класів операторів (моделей) K_A, K_B [1, 2]. Тоді безліч можливих рішень з урахуванням похибки операторів A_p, B_p розшириться до множини:

$$Q_{h_1, d_1, \delta_1} = \{z : \left\| A_p z - B_p x_\delta \right\|_U \leq \delta_1 b_0 + d_1 \left\| x_\delta \right\| + h_1 \left\| z \right\|_Z\}, \tag{17}$$

де $b_0 = \sup\limits_{p \in D} \left\| B_p \right\|_{X \to U}$.

Будь-яка функція з Q_{h_1, d_1, δ_1} викликає відгук математичної моделі, який збігається з відгуком реального об'єкта з похибкою, яка враховує похибку експериментальних вимірювань і похибка можливого відхилення параметрів вектору $p \in D$. завдання знаходження $z \in Q_{h_1, d_1, \delta_1}$ названа за аналогією з попередньою задачею завданням синтезу для класу операторів (моделей) [1—3].

Відзначимо, що в безлічі рішень оберненої задачі синтезу при фіксованому операторі A_p з K_A містяться елементи з необмеженою нормою (некоректне завдання), тому величина $h_1 \left\| z \right\|_Z$ може бути нескінченно великою. Формально така ситуація є неприйнятною, так як вона означає, що похибка математичного моделювання дорівнює нескінченності, якщо в якості моделей використовувати довільну функцію з Q_{h_1, d_1, δ_1}, не все функції з Q_{h_1, d_1, δ_1} будуть «хорошими» моделями зовнішнього впливу.

Введемо в розгляд безлічі $Q_{\varepsilon, p}$:

$$Q_{\varepsilon, p} = \{z : \left\| A_p z - B_p \tilde{x} \right\|_U \leq \varepsilon \left\| B_p \right\|\}. \tag{18}$$

Надалі будемо вважати, що величина $\left\| u_{\delta_1} \right\|_U$ перевищує величину ε, таким чином $\varepsilon < \left\| u_{\delta_1} \right\|_U$. В іншому випадку в множину $Q_{\varepsilon, p}$ при будь-якому операторі $A_p \in K_A$, для котрого $A_p(0) = 0$, буде входити нульовий елемент простору Z (функція тотожно рівна нулю). Цей випадок не становить практичного інтересу, так як відгук u_{δ_1} можна отримати з тривіальної моделлю зовнішнього впливу.

Нехай тепер $\delta_1 < \left\| u_{\delta_1} \right\|_U < \varepsilon$. Тоді в $Q_{\varepsilon, p}$ обов'язково буде входити нульовий елемент за умови, що $A_p(0) = 0$. Однак у множину Q_{h_1, d_1, δ_1} нульовий елемент не входить. Інакше з нерівності $\left\| A_p(0) - u_{\delta_1} \right\|_U = \left\| u_{\delta_1} \right\|_U \leq \delta_1$ отримуємо протиріччя з нерівністю $\delta_1 < \left\| u_{\delta_1} \right\|_U$.

При $\varepsilon < \left\| u_{\delta_1} \right\|_U$ нульовий елемент не входить ні в $Q_{h_1,d_1,\ \delta_1}$, ні в $Q_{\varepsilon,p}$ для лінійних операторів $A_p \in K_A$. Надалі будемо вважати, що остання нерівність завжди виконується.

Таким чином, якщо враховувати похибку оператора A_p в нерівності (5), то необхідно величину ε в загальному випадку вважати рівною нескінченності. Іншими словами, нерівність (5) для випадку $\delta_1 < \varepsilon$ не можна обґрунтувати помилкою оператора A_p.

Оскільки всі моделі $A_p \in K_A$ и $B_p \in K_B$ можна вважати еквівалентними, тоді становить інтерес розглянути задачу синтезу єдиної моделі зовнішнього впливу для всіх описів (моделей) з K_A и K_B [1, 3]. Постановка задач синтезу адекватного математичного опису в разі неточних операторів $A_p \in K_A$, $B_p \in K_B$ може знайти застосування при математичному моделюванні в випадках, коли адекватне математичний опис задовольняє деяким додатковим умовам, наприклад, умовою мінімізації витрат управління. Одним з можливих варіантів постановки такого завдання може бути задача побудови *найбільш стійкого рішення* на множині $Q_{h_1,d_1,\ \delta_1}$:

$$\Omega[z^0] = \inf_{z \in Q_{h_1,d_1,\delta_1} \cap Z_1} \Omega[z]. \tag{19}$$

Розрахунки ряду практичних задач показали, що множина $Q_{h_1,d_1,\ \delta_1}$ є занадто широким безліччю, в яке потрапляє, як правило, тривіальна функція. Для усунення цього недоліку в роботах [7, 8] запропонований метод спеціального оператора, який дозволяє підвищити точність наближеного рішення.

Висновки та перспективи подальших досліджень

В роботі сформульована постановка задачі синтезу адекватного математичного опису процесів перетворення сигналу в електронної системі, які добре описуються звичайними диференціальними рівняннями. Розглянуто особливості завдання і запропонований метод знаходження стійкого рішення. Вперше сформульовано задачу синтезу для класу операторів.

Список використаної літератури

1. Ю. Л. Меньшиков. Вестник ХГТУ. – Херсон, № 2 (15), – 2002, С. 326–329.
2. Ю. Л. Меньшиков. Вісник КНУ, Математика, – Київ. – 2004, вип. 2, С. 310–315.
3. Ю. Л. Меньшиков, Н. В. Поляков. Идентификация моделей внешних воздействий. – Вид-во «Наука та Освіта», Дніпропетровськ, – 2009, 188 с.
4. А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин, Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, – 1979, 287 с.
5. С. Я. Виленкин, Автоматика и телемеханика, – 1968, № 2, С. 52–55.
6. Ю. Л. Меньшиков. Сб. Динамика и прочность тяжелых машин. Днепропетровск ун-т, № 9, Днепропетровск, – 1985, С. 89–91.
7. Ю. Л. Меньшиков, Обратная задача синтеза модели внешнего воздействия. “Вестник нац. технич. ун-та ХПИ”, Сб. науч. трудов, –Харьков, 9’2002, т. 8, С. 132–136.
8. Ю. Л. Меньшиков, А. Г. Наконечный. Proc. of Problems of Decision making under Uncertainties (PDMU–2003)”. Int. Conf, September 8–12, – 2003, Kiev–Alushta. Ukraine. 2003. – С. 80–82.