

DOI: 10.31319/2519-8106.2(39)2018.154232

УДК 681.5.015.23:681.5.015.24

А.М. Мацуй, к.т.н., доцент, matsuyan@ukr.net

В.О. Кондратець, д.т.н., професор, matsuyan@ukr.net

Центральноукраїнський національний технічний університет, м. Кропивницький

БАЗОВА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОПЕРАТИВНОГО ОЦІНЮВАННЯ В'ЯЗКОСТІ ПУЛЬПИ ПРИ ПОДРІБНЕННІ РУДИ КУЛЬОВИМИ МЛИНАМИ

В'язкість пульпи при подрібненні руди в кульовому млині має важливе значення, однак нині не контролюється. Оцінюванням в'язкості в основному займалися стосовно суспензій. Найбільш обґрунтованою є формула Г.С. Ходакова, однак її не можливо застосувати при керуванні подрібненням руди. Аналіз показав, що найбільш раціонально подрібнювати окремі технологічні різновиди руд і оцінювати їх в'язкість. Запропоновано базову математичну модель оперативного оцінювання в'язкості пульпи, яка враховує густину твердого, густину пульпи і середньозважену крупність твердого. Експериментально доведено, що запропоновану математичну модель доцільно використовувати за умов досягнення необхідної в'язкості при заданій крупності матеріалу або оцінювання в'язкості пульпи за умов заданої густини при досягненні певної крупності в процесі подрібнення матеріалу. Дана математична модель розроблена вперше і розкриває перспективу зменшення перевитрати електричної енергії, куль і футеровки.

Ключові слова: кульовий млин, руда, в'язкість пульпи, оперативне оцінювання, математична модель.

The viscosity of pulp when grinding ore in a ball mill is important, but is not currently controlled. Evaluation of the viscosity is mainly concerned with suspensions. The most reasonable is the formula of G.S. Khodakov, but it can not be applied in controlling the grinding of ore. The analysis showed that it is most rational to grind individual technological ore types and to evaluate their viscosity. A basic mathematical model of the operational estimation of pulp viscosity is proposed, which takes into account the solid density, pulp density and weighted average particle size. It has been experimentally proved that it is expedient to use the proposed mathematical model in conditions of achieving the required viscosity for a given size of the material or estimating the viscosity of the pulp under conditions of a given density when reaching a certain size during the grinding of the material. This mathematical model was developed for the first time and reveals the prospect of reducing the over-spending of electricity, balls and lining.

Keywords: ball mill, ore, pulp viscosity, operational evaluation, mathematical model.

Постановка проблеми

Сировинною основою чорної металургії України є залізорудний концентрат, який отримують шляхом збагачення бідних залізних руд. Значні перевитрати електроенергії та матеріалів у вигляді сталених куль і футеровки при подрібненні руди кульовими млинами, особливо в першій стадії, підвищують собівартість концентрату і знижують конкурентоспроможність як самої сировини, так і виробів вітчизняної чорної металургії на міжнародному ринку. Одним з напрямів покращення ситуації є удосконалення автоматизації подрібнення вихідної руди в кульових млинах першої стадії [1, 2], яка стримується в наслідок відсутності або значної вартості та складності ряду інформаційних засобів [3]. Одним з таких пристроїв є засіб визначення в'язкості пульпи у кульовому млині першої стадії подрібнення.

Дана проблема знаходить відображення в державних документах та є складовою наукової тематики ряду організацій, зокрема, Центральноукраїнського національного технічного університету, який розробляє теми: «Комп'ютеризована система ідентифікації завантаження кульового млина при управлінні подрібненням руди» (0109U007939), «Оптимізація продуктивності кульових млинів по руді і готовому продукту при мінімальних енергетичних і матеріальних перевитратах» (0115U003942). Оскільки дана публікація спрямована на розв'язання однієї із згаданих задач, її тема є актуальною.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Підтримання необхідного розрідження пульпи у кульових млинах є однією з найбільш важливих задач при подрібненні руди [4], однак вона розв'язана повністю лише в найбільш простому випадку, коли технологічний агрегат працює у розімкненому циклі. Тобто, на вході млина подають певну кількість руди і води, щоб забезпечувалось встановлене співвідношення руда/вода. При цьому даються самі наближені рекомендації, наприклад: «Найбільша продуктивність млинів при подрібненні руд крупністю більше 13 мм забезпечується при вмісті води в пульпі 25...30 %, а при більш дрібному матеріалі 30...50 % [5]. Задачі підтримання заданого співвідношення руда/вода в замкнених циклах подрібнення розглянуті в роботі [6]. Підтримання певного розрідження пульпи в кульовому млині стабілізацією її густини чи співвідношення руда/вода до кінця задачу не вирішує, оскільки на роботу куль і транспортуючі можливості пульпи в основному впливають не ці параметри, а в'язкість, яка змінюється вздовж барабана при подрібненні твердого. Дослідження в'язкості пульпи при подрібненні руди кульовими млинами ніхто не здійснював, мабуть зважаючи на вплив багаточисельних факторів на цей технологічний параметр і складну його поведінку під їх дією. Більш-менш детально розроблені задачі визначення і керування в'язкістю при збагаченні в тяжких середовищах. Ці результати, особливо поведінку і залежності визначення в'язкості суспензій, можливо використати при розв'язанні даної задачі. Математичні моделі суспензій розробляються достатньо давно, одна з перших моделей запропонована Ейнштейном для сумішей з невеликою концентрацією дрібних часток твердого в воді. Відомі результати теоретичних і експериментальних досліджень реології консистентних середовищ, багаточисельні варіанти математичних моделей їх реологічних властивостей, наприклад [7—17]. Аналіз показує, що з усієї різноманітності відомих реологічних моделей найбільш обґрунтованою є модель Г.С. Ходакова [18], яка має вигляд

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \frac{k}{1 - \left[1,5(1 - \varphi_0)^{1,5} + 1 + \Delta \right] \varphi_0}, \quad (1)$$

де k — параметр, що відповідає за хвилястість прошарків дисперсійного середовища; Δ — відносний об'єм «вільного» дисперсійного середовища (води); φ_0 — фактична об'ємна концентрація часток твердої фази; μ_0 — в'язкість дисперсійного середовища (води).

Для малих концентрацій ($\varphi_0 \leq 0,1$) параметр k в (1) дорівнює 1 [19]. При збільшенні концентрації суспензій хвилястість прошарків збільшується. Для пористого тіла, створеного щільним упакуванням часток твердого ($\varphi_0 \geq 0,5$), значення k в (1) $k = 5$. В інтервалі концентрацій твердого φ_0 від 0,1 до 0,5 закономірність зміни коефіцієнта хвилястості суспензій не вивчена [19]. Значення відносного об'єму «вільного» дисперсійного середовища Δ залежать від багатьох факторів — це гранулометричний склад дисперсної фази, щільність упакування часток твердого, особливості взаємодії середовищ, хімічна взаємодія і розчинення часток твердого, створення і руйнування конгломератних структур, фізико-хімічні характеристики їх поверхні, дія поверхнево активних речовин. Конкретне значення Δ в конкретних умовах визначається емпірично [19]. З розглянутого видно, що саму досконалу модель (1) в'язкості суспензій не можливо застосувати для оперативного визначення в'язкості пульпи і керування її розрідженням в процесі подрібнення руди.

Формулювання мети дослідження

Метою даної публікації є розробка підходу віртуального оперативного оцінювання в'язкості пульпи у кульовому млині, що працює у замкненому циклі з односпіральною класифікатором, при подрібненні певного технологічного різнотипу вихідної руди магнітозбагачувальної фабрики шляхом створення математичної моделі в'язкості консистентного середовища.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити наступні задачі:

- шляхом аналізу встановити основні особливості пульпи в кульовому млині як об'єкти визначення в'язкості;
- аналітично отримати базову математичну модель в'язкості пульпи;
- дослідити зв'язки між параметрами в базовій математичній моделі в'язкості пульпи;
- здійснити експериментальну перевірку запропонованої математичної моделі;
- розглянути отримані результати та здійснити їх обговорення.

Виклад основного матеріалу

Аналіз факторів, що впливають на в'язкість пульпи

В'язкість пульпи є достатньо складним технологічним параметром, інколи з непередбаченою поведінкою. Тому необхідно проаналізувати впливи на нього факторів і якомога більше спростити умови, в яких буде перебувати пульпа у кульовому млині при подрібненні вихідної руди. По-перше, слід відмітити, що при подрібненні вихідної руди в перших стадіях не застосовують поверхнево активні речовини. По-друге, при подрібненні залізної руди в кульових млинах не створюються глиноподібні розчинні у воді речовини, а мають місце лише дрібні кристалічні частки твердого. Тому відсутність в пульпі глиняних шламів позбавляє її від сильних змін в'язкості, оскільки незначна їх кількість може помітно впливати на стан консистентного середовища. По-третє, дрібні частки кристалічної будови, створені з мінералів при подрібненні, не здійснюють такого сильного впливу на в'язкість пульпи [20]. Дрібні частки твердого в пульпі схильні створювати агрегати. Міцність і структура агрегатів залежать від фізико-хімічних властивостей часток твердого, які їх створюють, особливостей міжчасткових взаємодій в дисперсійному середовищі і зовнішніх силових полів. Структура агрегатів у свою чергу визначає обсяг розміщеного в ній дисперсійного середовища. Наближено 40 % вільного дисперсійного середовища розміщується в агрегатах, причому ця частка майже не збільшується при зростанні вмісту в суспензії дисперсійної фази (твердого). В прошарках між частками твердого і агрегатами зосереджено біля 60 % дисперсійного середовища суспензії. Вібраційні та інші механічні впливи можуть сприяти руйнуванню або ущільненню агрегатів і цим змінювати в'язкість пульпи. Ущільнення агрегатів приводить до зменшення в'язкості в наслідок збільшення частки рідкої фази у вільному стані. Барабан кульового млина неперервно знаходиться під дією сильних вібрацій. Кулі в неперервному русі як руйнують тверде, так і його перемішують, тому умови для створення агрегатів при подрібненні вихідної руди відсутні. По-четверте, конкретне середовище бідних залізних руд представлене кількома технологічними різновидами руд, які між собою значно відрізняються за властивостями. Виходячи з цього, дану задачу доцільно розглядати в межах одного конкретного технологічного різновиду руди, коли властивості твердого змінюватись не будуть. По-п'яте, пульпа в кульовому млині представлена рядом класів крупності, однак тверде часто характеризують середньозваженим розміром, що дозволяє в першому наближенні розглядати її як середовище з однаковим розміром твердого, що дорівнює середньозваженій крупності, яка може в тих чи інших ситуаціях приймати різні значення. По-шосте, для спрощення викладок в дослідженні приймемо, що форма усіх часток твердої фази сферична. Дане наближення не викривляє суті явища, що розглядаються, однак спрощує математичні викладки і краще відображає процеси, які відбуваються в пульпі. До такого прийому звертається, наприклад, і автор роботи [18]. По-сьоме, враховуючи майже ідеальне перемішування пульпи в барабані кульового млина, можливо рахувати, що сферичні частки твердого в двофазному середовищі розташовані практично рівномірно. По-восьме, пульпу, як і суспензію, слід рахувати представленою у вигляді двох фаз, з яких дисперсійне середовище визначає їх реологічні властивості, а дисперсійна фаза — стан дисперсійного середовища, що відповідає гіпотезі: сумарна товщина і в'язкість прошарків «вільного», не приєднаного будь-яким чином до часток твердого, дисперсійного середовища (води) і визначає в'язкість двофазних середовищ [18]. Тобто, вимірювана в'язкість суспензій залежить тільки від в'язкості дисперсійного середовища (води), але віднесеної до ефективної сумарної товщини її вільного прошарку Δ . Тут фактори, що визначають в'язкість суспензій, такі як взаємодія часток, степінь наповнення суспензій і дисперсність твердої фази, безпосередньо впливають насамперед на товщину прошарків «вільної» рідини, а вони вже — на в'язкість суспензії. По-дев'яте, відносний об'єм «вільної» рідини Δ залежить від концентрації φ_0 і розміру часток твердої фази в суспензії [19], а в певних умовах для ряду суспензій залежність між параметрами φ_0 і Δ однозначна [18], що дозволяє здійснити перехід до іншого, більш зручного параметра оцінки в'язкості пульпи. По-десяте, приєднана або зв'язана з твердим частка води створюється гігроскопічною і адгезійною вологами. Гігроскопічна волога утримується на поверхні твердого у вигляді плівок адсорбційними силами і є найбільш міцно з ним зв'язаною. Адгезійна волога утримується на поверхні часток молекулярними силами. Приєднана до твердого волога зменшує кількість «вільної» води в суспензії,

впливаючи на її в'язкість. Тому її кількість бажано знати. Чим більша питома поверхня продукту, тим більше вологи може утримуватись на ній. Показником вологоутримуючих властивостей продуктів збагачення при їх зневодненні механічними методами може слугувати максимальна молекулярна вологоємність (ММВ) — це максимальний вміст вологи, який не вилучається при механічному зневодненні. ММВ визначається силами взаємодії поверхні часток твердого з водою, від яких залежить товщина водних плівок, які утримуються на поверхні часток [21]. При збільшенні питомої поверхні твердого спостерігається зростання ММВ, в реальних умовах ця величина є значно більшою, тобто, даний показник є нестабільним. В роботі [22] приведені дані різних дослідників, які достатньо різноманітні і змінюються в широких межах. Прямих вимірів товщини плівок води на поверхні гірських порід ніхто не здійснював. Крім того, відмічається, що товщина плівки зв'язаної води залежить від багатьох змінних факторів, в тому числі тиску і температури. Тиск і температура зменшують товщину плівки зв'язаної води. Враховуючи, що товщина плівки зв'язаної з частками води відрізняється нестабільністю її не варто як параметр використовувати в моделі визначення в'язкості пульпи. Вона може враховуватись не прямо як частка «вільної» води, яка не «працює», в проміжках між частками твердого, оскільки умови перебування його в пульпі кульового млина при подрібненні конкретного технологічного різного типу руди в широких межах змінюватися не будуть.

Отримання базової математичної моделі в'язкості пульпи

Розглянемо ідеалізований варіант пульпи, яка представлена сферичними частками твердого однакового розміру d_u , які при малій концентрації знаходяться в центрі однакових кубиків зі стороною a_k (рис.1, а), яка може змінюватись в залежності від концентрації. В певному об'ємі пульпи V_{Π} об'єм води V_B буде дорівнювати

$$V_B = \frac{(\delta_T - \gamma)}{(\delta_T - \delta_B)} \cdot V_{\Pi}, \quad (2)$$

де δ_T, δ_B — відповідно густина твердого і води; γ — густина пульпи.

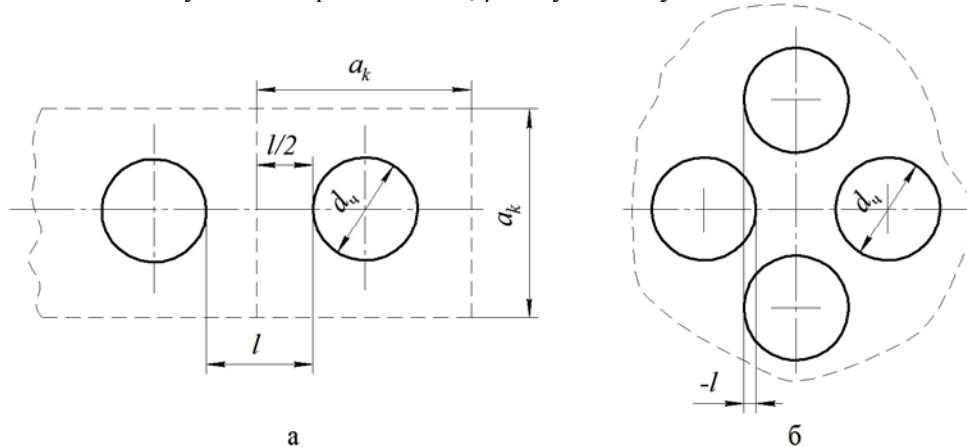


Рис. 1. Фізичні моделі пульпи у кульовому млині, представлені сферичними частками твердого однакового розміру при малій (а) і збільшеній (б) їх концентрації

Об'єм твердого в пульпі буде дорівнювати

$$V_T = V_{\Pi} - V_B. \quad (3)$$

Кількість часток твердого в об'ємі пульпи V_{Π} буде дорівнювати $n_u = V_T / V_u$, де об'єм сферичної частки твердого складає $V_u = \pi d_u^3 / 6$.

Об'єм куба зі змінною стороною a_k (рис.1,а) складається з об'єму частки сферичного твердого і частки води, яка припадає на одну частку твердого. Тоді об'єм води в кубі зі стороною a_k , яка може змінюватись у функції концентрації, і вписаної в нього сферичною часткою твердого діаметром d_u буде

$$\Delta V_K = a_k^3 - \frac{\pi d_u^3}{6}. \quad (4)$$

З іншого боку, об'єм води в кубі зі стороною a_k і часткою твердого діаметром d_u буде дорівнювати об'єму води, що припадає на одну частку твердого, тобто

$$\Delta V_K = \frac{V_B}{n_u} = \frac{V_B V_{\text{ч}}}{V_T}, \quad (5)$$

що дозволяє на підставі (4) і (5) записати

$$a_k^3 - \frac{\pi d_u^3}{6} = \frac{V_B V_{\text{ч}}}{V_T} = \frac{V_B}{V_T} \frac{\pi d_u^3}{6}, \quad (6)$$

звідки

$$a_k^3 = \frac{\pi d_u^3}{6} \left(\frac{V_B}{V_T} + 1 \right). \quad (7)$$

Підставивши в (7) значення V_B (2) і V_T (3), знайдемо

$$\left(\frac{V_B}{V_T} + 1 \right) = \frac{(\delta_T - \gamma) V_{\text{II}}}{(\delta_T - \delta_B)(V_{\text{II}} - V_B)} + 1. \quad (8)$$

Значення $(V_{\text{II}} - V_B)$ в (8) після ряду перетворень отримаємо у вигляді

$$(V_{\text{II}} - V_B) = V_{\text{II}} \frac{(\gamma - \delta_B)}{(\delta_T - \delta_B)}. \quad (9)$$

Враховуючи (8) і (9), запишемо

$$\left(\frac{V_B}{V_T} + 1 \right) = \frac{\delta_T - \delta_B}{\gamma - \delta_B}. \quad (10)$$

Підставимо в (7) значення (10) і отримаємо

$$a_k^3 = \frac{\pi d_u^3}{6} \cdot \frac{\delta_T - \delta_B}{\gamma - \delta_B}, \quad (11)$$

звідки

$$a_k = d_u \sqrt[3]{\frac{\pi}{6} \cdot \frac{(\delta_T - \delta_B)}{(\gamma - \delta_B)}}. \quad (12)$$

З рис. 1,а видно, що відстань між двома сусідніми частками твердого дорівнює $l = a_k - d_u$. Тоді з використанням (12) запишемо

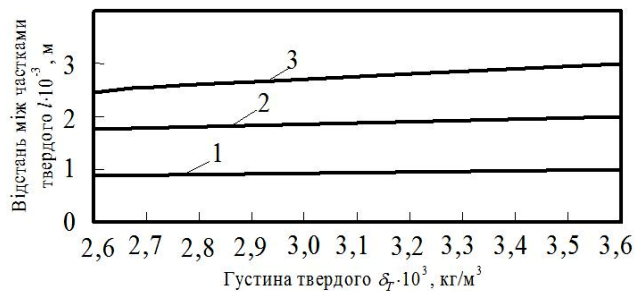
$$l = d_u \left[\sqrt[3]{\frac{\pi}{6} \cdot \frac{(\delta_T - \delta_B)}{(\gamma - \delta_B)}} - 1 \right]. \quad (13)$$

Відстань l між частками сферичного твердого при малих концентраціях буде додатною. При певній концентрації і крупності твердого l буде дорівнювати нулю. Якщо концентрацію ще збільшити почне з'являтися хвилястість прошарків дисперсійного середовища, яка в залежності (13) проявляється у вигляді від'ємної відстані — l , як це показано на рис. 1,б. Тобто, в даній залежності хвилястість прошарків дисперсійного середовища характеризується не параметром k як в моделі Г.С. Ходакова, а знаком «мінус» і величиною від'ємного відхилення відстані між частками твердого.

Вираз (13) можливо вважати базовою математичною моделлю в'язкості пульпи у кульовому млині при подрібненні вихідної руди у замкненому циклі з механічним односпіральним класифікатором, оскільки l непрямо характеризує відносний об'єм «вільного» дисперсійного середовища і залежить від концентрації твердого — густини пульпи та розміру часток d_u . Тут виконуються умови гіпотези Г.С. Ходакова, згідно з якою сумарна товщина і в'язкість прошарків «вільного» дисперсійного середовища визначає в'язкість двофазних середовищ. Згідно гіпотезі відносний об'єм «вільної» рідини залежить від концентрації і розміру часток твердої фази пульпи. З залежності (13) видно, що з ростом густини пульпи в'язкість збільшується, а при збільшенні розміру часток твердого в'язкість середовища зменшується, що відповідає фізичному змісту задачі.

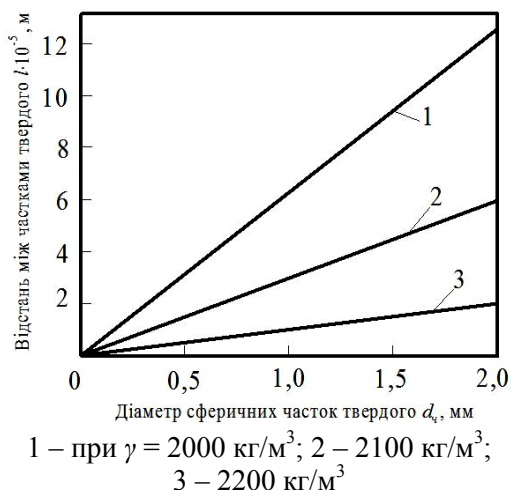
Аналіз зв'язків між параметрами базової математичної моделі

Розглянемо зв'язки між параметрами в (13) більш докладніше. Залежність відстані l між частками твердого від його густини приведена на рис.2, з якого видно, що при різних значеннях розміру часток твердого з ростом його густини відстань l також практично лінійно зростає. Зовсім незначна нелінійність з'являється при значних крупностях твердого близько $0,3 \cdot 10^{-3}$ м. Ці зміни незначні. При переробці одного технологічного різнотипу руди, такий вплив буде відсутнім.



$$1 - d_q = 0,1 \cdot 10^{-3}, \text{ м}; \quad 2 - d_q = 0,2 \cdot 10^{-3}, \text{ м}; \\ 3 - d_q = 0,3 \cdot 10^{-3}, \text{ м}$$

Рис. 2. Залежність відстані між частками сферичного твердого в пульпі від його густини при різних значеннях діаметра



$$1 - \text{при } \gamma = 2000 \text{ кг/м}^3; \quad 2 - 2100 \text{ кг/м}^3; \\ 3 - 2200 \text{ кг/м}^3$$

Рис. 3. Залежність відстані між сферичними частками твердого від їх діаметра при різних густинах пульпи

часток твердого приводять до збільшення хвилястості прошарків дисперсійного середовища, зокрема, до зростання частоти відхилень поверхні.

Залежності відстані між частками твердого в пульпі від її густини при різних крупностях приведені на рис.5. З них видно, що в кульовому млині при різних крупностях дисперсійної фази можливо створити необхідні умови подрібнення руди зміною в'язкості пульпи, тобто, відстані l між частками твердого. За даними рис.5 можливо обґрунтувати необхідну густину пульпи на вході кульового млина для досягнення оптимальної в'язкості пульпи і заданого розміру подрібнення руди.

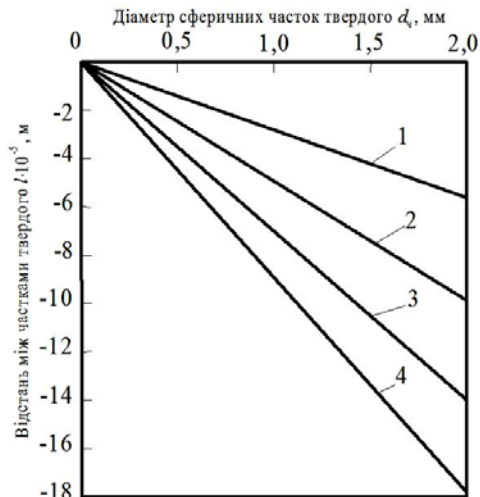
Експерименти

Експериментальне дослідження проводилося математичним моделюванням з використанням залежності (13). При математичному моделюванні також застосовувалася справедлива для довільного об'єму пульпи V_{II} залежність

Для кульового млина, що подрібнює вихідну руду на збагачувальних фабриках, характерним є зменшення розміру часток твердого в процесі подрібнення (вздовж барабана), яке відбувається при заданій густині пульпи. Залежність відстані l між частками твердого від його крупності при малих густинах показана на рис.3. З залежностей рис.3 видно, що при будь-якій густині пульпи зі зменшенням крупності відстань l між частками твердого зменшується, що приводить до зростання в'язкості. Зміни відбуваються за лінійними залежностями. Сама висока чутливість до зміни крупності твердого при малих густинах пульпи (концентраціях). Така ж залежність, але при великих густинах пульпи приведена на рис.4. Отримані залежності за характером однотипні, але чутливість тут до зміни крупності найвища при найбільших густинах. При великих крупностях твердого відстань між частками найбільша, але в'язкість при великих крупностях зменшується. При малих крупностях і великих густинах пульпи відстань l між частками твердого зменшується, а в'язкість пульпи збільшується. При тих же значеннях відстані з від'ємним знаком в'язкість пульпи буде більшою. Хвилястість прошарків дисперсійного середовища при зменшенні розміру часток твердого і густини пульпи змінюється. Зростання густини пульпи і зменшення крупності

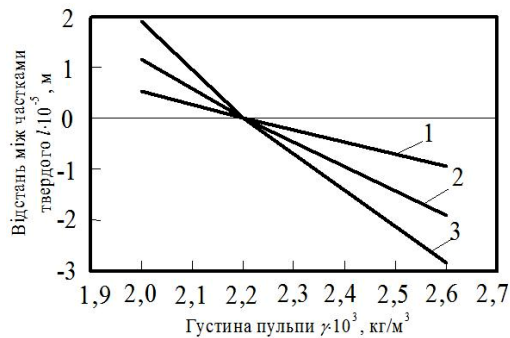
$$P_T = \frac{\left(\frac{\gamma}{\delta_B} - 1\right)}{\left(\frac{1}{\delta_B} - \frac{1}{\delta_T}\right)} V_{II}, \quad (14)$$

де P_T — маса твердого в об'ємі пульпи V_{II} .



1 – при $\gamma = 2300 \text{ кг/м}^3$; 2 – 2400 кг/м^3 ;
3 – 2500 кг/м^3 ; 4 – 2600 кг/м^3

Рис. 4. Залежність відстані між сферичними частками твердого від їх діаметра при значних густинах пульпи



1 – $d_i = 0,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; 2 – $d_i = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$;
3 – $d_i = 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$

Рис. 5. Залежність відстані між частками сферичного твердого в пульпі від її густини при різних значеннях діаметра

В якості критерію оцінювання приймався об'єм «вільної» води на одну частку твердого та товщина плівки води на частці твердого. Об'ємом зв'язаної з твердим води в експериментах нехтували, враховуючи її незмінність для конкретного технологічного різномірного руди та порівняно незначну кількість.

Залежність відстані l між частками твердого при різних густинах пульпи досліджувалася на руді з густиною 3300 кг/м^3 крупністю $d_i = 2,5 \text{ мм}$. Результати моделювання приведені в табл.1. Як видно з даних табл.1, отримана залежність (13) однозначно характеризує зв'язок між досліджуваними параметрами як в областях додатних, так і від'ємних значень l . З ростом концентрації твердого відстань між частками руди зменшується. При цьому також зменшується об'єм «вільного» дисперсійного середовища (води) на одну частку твердого, який однозначно зв'язаний з в'язкістю пульпи.

Залежність відстані l між частками твердого при різних його крупностях досліджувалася на тій же руді при густині пульпи 2300 кг/м^3 . Результати моделювання подані в табл.2, з даних якої витікає, що залежність (13) однозначно зв'язує два досліджувані параметри l і d_i при незмінній густині пульпи. При густині пульпи 2300 кг/м^3 відстань між частками твердого змінюється в від'ємній області значень. Зі зменшенням діаметра часток твердого пропорційно зменшується і відстань між ними, а також і товщина водяної плівки на ньому, яка характеризує в'язкість пульпи. Таким чином, відстань між частками твердого у пульпі однозначно характеризує її в'язкість при зміні густини за умов конкретної крупності та при зміні крупності в умовах заданої розрідженості дисперсійного середовища.

Результати

Основним результатом роботи є отримане в процесі моделювання рівняння (13), яке являє собою базову математичну модель для оперативного оцінювання в'язкості пульпи при подрібненні руди кульовими млинами в замкнених циклах. Дана математична модель дозволяє оцінювати в'язкість пульпи за відстанню між сферичними частками твердого однакового розміру. Вона враховує густину твердого δ_T , дисперсійного середовища (води) δ_B , густину пульпи γ і крупність часток руди d_i . Може давати надійні результати при зміні цих технологічних пара-

метрів в широких межах. Її результати відповідають істині як при малих, так і достатньо великих концентраціях дисперсної фази. Особливістю запропонованої математичної моделі є те, що в області невеликих концентрацій відстань між сферичними частками твердого є додатною, а потім ця залежність переходить через нуль і діє в області від'ємних значень l , коли враховується умовна відстань між частками твердого та при відносному зміщенні шарів матеріалу проявляється хвилястість. Дану математичну модель ефективно використовувати при заданій крупності твердого d_c , відомій δ_T , коли підбором густини γ середовища необхідно забезпечити певну його в'язкість. Крім того, коли при заданій густині пульпи γ і відомій δ_T , знаючи закономірність зменшення крупності часток твердого в процесі подрібнення руди, необхідно оцінювати в'язкість рідкого середовища.

Таблиця 1. Результати моделювання зв'язку відстані між частками твердого і об'єму «вільного» дисперсійного середовища, що припадає на один елемент дисперсійної фази, при зміні густини пульпи

Густина пульпи, кг/м ³	Маса твердого, кг	Об'єм твердого, см ³	Кількість часток твердого, шт.	Об'єм доданої води, см ³	Об'єм «вільного» дисперсійного середовища на одну частку твердого, мм ³	Відстань між частками твердого, мкм
2000	1,435	438,54	53631	564	10,52	158,0
2100	1,578	478,24	58485	520	8,89	72,5
2200	1,722	521,72	63802	480	7,52	2,5
2300	1,865	565,19	69119	433	6,26	-63,75
2400	2,009	608,67	74436	395	5,31	-125,0
2500	2,152	652,15	79753	348	4,36	-175,0

Таблиця 2. Результати моделювання зв'язку відстані між частками твердого і об'єму вільного дисперсійного середовища, що припадає на один елемент дисперсійної фази при зміні його розміру

Діаметр частки твердого d_c , мм	Об'єм частки твердого, мм ³	Кількість часток твердого	Об'єм води на одну частку твердого, мм ³	Об'єм частки твердого з водою, що їй належить, мм ³	Діаметр частки твердого з доданою водою, мм	Товщина плівки води на частці твердого, мм	Відстань між частками твердого, мкм
4,0	33,5	16875	25,770	59,26	4,840	0,418	-100,0
2,5	8,18	69124	6,290	14,47	3,022	0,261	-62,5
1,4	1,44	393588	1,105	2,54	1,694	0,147	-35,0
0,65	0,144	3932596	0,111	0,254	0,785	0,0675	-16,25
0,4	0,0335	16874799	0,0258	0,0593	0,485	0,0425	-10,0
0,23	0,0064	88763498	0,0049	0,0113	0,28	0,025	-5,75
0,115	0,0008	710153599	0,00061	0,00141	0,14	0,0125	-2,875

Обговорення

В результаті теоретичних досліджень отримана математична модель у формі алгебраїчного рівняння. Показано, що між членами рівняння існують зв'язки. Оскільки ці зв'язки функціональні, запропонована математична модель забезпечує високу точність. За відстанню між частками твердого в пульпі можливо робити судження про її в'язкість.

Для спрощення теоретичного обґрунтування математичної моделі прийнято, що форма всіх часток твердої фази сферична, а вони мають однаковий розмір. Дане наближення не викривляє суті інтерпретації рівняння (13), однак полегшує математичні викладки і краще відтворює суть явища. Пульпа реально складається з суміші різних класів крупності, однак в практиці збагачення руд її прийнято характеризувати середньозваженим розміром твердого, що також підтверджує подання її одним розміром крупності твердого, хоч в певних випадках необхідно враховувати вміст особливо дрібних класів крупності, якщо він суттєвий і особливо поданий глинистими матеріалами, що в практиці залізних руд не зустрічається.

Особливості математичної моделі (13) визначаються ефектом ущільнення твердого в пульпі. Якщо сферичні частки твердого мають строго однаковий розмір, ущільнення буде найбільшим, оскільки коефіцієнт розпушення матеріалу, який складений з кульок однакової величини, не залежить від розміру сферичних тіл і є величиною постійною, що дорівнює $6/\pi\sqrt{2}$, тобто 1,3514 [23]. Якщо частки твердого рахувати наближеними до сферичних, то їх треба подати сферичними різноміірними. При цьому об'єм пустот самого щільного упакування складає 38 % від об'єму твердого [24], а густина пульпи

$$\gamma = (\delta_T + 0,38\delta_B)/1,38. \quad (15)$$

Підставимо в (13) значення густини пульпи (15) і після перетворень отримаємо граничне значення відстані між різноміірними сферичними частками твердого

$$l_{зрн} = -0,103d_{ч}. \quad (16)$$

Більша, ніж $l_{зрн}$, приведена відстань між різноміірними сферичними частками твердого не може бути. Тому $l_{зрн}$ (16) є нижнім обмеженням при визначенні в'язкості пульпи. Верхнє обмеження тут не накладається.

Найбільш обґрунтована нині модель Г.С. Ходакова (1) містить параметр k , що відповідає за хвилястість прошарків дисперсійного середовища, яку виміряти практично не можливо, і Δ — відносний об'єм «вільного» дисперсійного середовища, що залежить від багатьох факторів (гранулометричного складу твердого, густини ущільнення твердого, особливостей взаємодії середовищ) і визначається емпірично, тобто, виміряти його також не можливо. Зважаючи на це модель (1) для оперативного оцінювання в'язкості пульпи застосувати не можливо. Запропонована базова модель (13) містить відому величину густини твердого δ_T , густину пульпи, яка відома або її можливо виміряти, і середньозважений розмір твердого $d_{ч}$. Тому її можливо застосувати для оперативного визначення в'язкості пульпи і навіть для її прогнозування.

Базова модель (13) передбачає оцінювання в'язкості пульпи відповідно параметру l за певних конкретних умов. Відомо, що в'язкість консистентних середовищ — параметр неоднозначний. Тому її прийнято називати «умовною» або «ефективною», конкретно лише для певного метода і умов вимірювання, які обов'язково повинні бути формалізовані та вказані. Відповідно неоднозначності умов вимірювання значення «умовної» або «ефективної» в'язкості однієї і тієї ж суспензії можуть бути різними [18]. Тому залежність (13) при використанні необхідно «адаптувати» до конкретних технологічних умов і матеріалу, який подрібнюється.

Висновки та перспективи подальших досліджень

В роботі розв'язана задача знаходження базової математичної моделі для оперативного оцінювання в'язкості пульпи при подрібненні руди в кульових млинах з пісками механічного односпірального класифікатора. В'язкість пульпи можливо оцінювати за відомою густиною руди, густиною пульпи і середньозваженою крупністю твердого.

Наукова новизна отриманих результатів полягає в тому, що вперше отримана базова математична модель оцінювання в'язкості пульпи при подрібненні руди в кульових млинах замкненого циклу у формі алгебраїчного рівняння, яка включає середньозважену крупність твердого і густину пульпи, та дозволяє підвищити продуктивність кульового млина та якість подрібнення руди шляхом прогнозування в'язкості пульпи вздовж барабана з врахуванням кінетики подрібнення.

Практична значущість отриманих результатів полягає в тому, що запропонована математична модель дозволяє оперативно оцінювати в'язкість пульпи і цим самим покращити експлуатаційні характеристики технологічного обладнання, суттєво зменшити перевитрати електричної енергії, куль і футеровки при подрібненні руди на рудозбагачувальних фабриках.

Перспективою подальших розробок у даному напрямі є «адаптація» запропонованої базової моделі оперативного оцінювання в'язкості пульпи у кульовому млині до технологічних умов подрібнення руди та особливостей матеріалу.

Список використаної літератури

1. Измельчение. Энергетика и технология / [Пивняк Г. Г., Вайсберг Л. А., Кириченко В. И. и др.]. – М.: Изд. дом “Руда и Металлы”, 2007. – 296 с.
2. Азарян А. А. Автоматизация первой стадии измельчения, классификации и магнитной сепарации – реальный путь повышения эффективности обогащения железных руд / А. А. Азарян, Ю. Ю. Кривенко, В. Г. Кучер // Вісник Криворізького національного університету. – 2014. – Вип. 36. – С. 276–280.
3. Купін А. І. Інтелектуальна ідентифікація та керування в умовах процесів збагачувальної технології / Купін А. І. – Кривий Ріг : Вид-во КТУ, 2008. – 204 с.
4. Бонч-Бруевич А. М. Бесконтактные элементы самонастраивающихся систем / А. М. Бонч-Бруевич, В. Л. Быков, П. И. Чинаев. – М.: Машиностроение, 1967. – 292 с.
5. Скоров В. А. Обогащение руд / Скоров В. А.. – М.: Недра, 1969. – 276 с.
6. Кондратець В. О. Автоматизація процесів керування розрідженням пульпи при подрібненні руди барабанными млинами / Кондратець В. О., Сербул О. М., Мацуї А. М.; за ред. В. О. Кондратця. – Кіровоград: КОД, 2013. – 368 с.
7. Гатчек Э. Вязкость жидкостей. 2^е изд. / Э. Гатчек: Пер. с англ. М. П. Воляровича и Д. Н. Толстого. – М.–Л.: Гостехиздат, 1934. – 312 с.
8. Реология: теория и приложения: пер. с англ. / Под общ. ред. Ю. Н. Работнова и П. А. Ребиндера; под ред. Ф. Эйриха. – М.: Издательство иностранной литературы, 1962. – 824 с.
9. Рейнер М. Реология / М. Рейнер; пер. с англ. Н. И. Малинина; под ред. Э. И. Григолюка. – М.: Наука, 1965. – 223 с.
10. Frankel N. A., Acrivos A. On the Viscosity of a Concentrated Suspension of Solid Spheres. Chemical Engineering Science, Vol. 22, No. 6, 1967, pp. 847–853.
11. Фортъе А. Механика суспензий / А. Фортъе. – М.: Мир, 1971. – 264 с.
12. Mewis J. Rheology of Suspensions. Proceedings 8 Congress on Rheology, 1980, Vol.1, pp. 149–168.
13. Graham A. L. On the viscosity of suspensions of solid spheres. Applied Scientific Research, 1981, Vol.37, pp. 275–286.
14. Russel W. B. Theoretical approaches to the rheology of concentrated dispersions. Powder Technology, 1987, Vol.51, № 1, pp.15–25.
15. Урьев Н. Б. Физико-химические основы технологии дисперсных систем и материалов / Урьев Н. Б.. – М.: Химия, 1988. – 255 с.
16. Patel P. D., Russel W. B. Mean field theory for the rheology of phase separated of flocculated dispersions. Colloids and Surf, 1988, Vol.31, pp.355–383.
17. Laskowski J. S. Coal flotation and fine coal utilization. Elsevier Science, 2001, 384 p.
18. Ходаков Г. С. Реология суспензий. Теория фазового течения и ее экспериментальное обоснование / Ходаков Г.С. // Российский химический журнал. – 2003. – Т. XLVII, № 2. – С. 33–44.
19. Кравцова О. С. Развитие реологической модели для системы «вода-каолинит содержащая глина» / О. С. Кравцова, О. Н. Каныгина // Вестник Оренбургского государственного университета. – 2015. – № 1 (176). – С.116–119.
20. Андреев С. Е. Дробление, измельчение и грохочение полезных ископаемых / Андреев С. Е., Перов В. А., Зверевич В. В. – М.: Недра, 1980. – 415 с.
21. Чуянов Г. Г. Обезвоживание, пылеулавливание и охрана окружающей среды / Чуянов Г. Г. – М.: Недра, 1987. – 260 с.
22. Ханин А. А. Породы – коллекторы нефти и газа и их изучение / Ханин А. А. – М.: Недра, 1969. – 354 с.
23. Кондратець В. О. Сферична частинка твердого певного розміру як основа процесу моделювання розпушення гірських порід / В. О. Кондратець, А. М. Мацуї // Математичне моделювання. Науковий журнал. – 2015. – № 2 (33). – С. 55–59.

BASIC MATHEMATICAL MODEL OF OPERATIVE PULP VISCOSITY EVALUATION OF ORE GRINDING BALL MILL**Matsui A.N., Kondratets V.A.****Abstract**

Significant overspending of electricity, steel balls and lining when grinding ore with ball mills increases the cost of the concentrate and reduces its competitiveness and domestic iron and steel products on the international market. The lack of means for determining the viscosity of pulp in a ball mill of the first grinding stage does not allow improving these results. As this publication is aimed at solving this problem, it is an actual topic.

The purpose of this publication is to develop an approach for virtual operational estimation of pulp viscosity in a ball mill operating in a closed cycle with a single-spiral classifier.

The most perfect model for determining the viscosity of disperse media is G.S. Khodakov's model, which can not be used to determine the viscosity of a pulp. It is shown that, taking into account the features of the pulp in a ball mill, it is possible to make a transition to the determination of another, more convenient parameter for estimating the viscosity of the pulp. It can be effectively implemented by grinding a specific technological ore variety in the deposit. The basic mathematical model for estimating the viscosity of a pulp is reduced to determining the distance between particles of a solid with respect to its density, size, and density of the mixture. The growth of pulp density and the reduction in the particle size of solid particles leads to an increase in the undulation of the interlayers of the dispersion medium, which affects the viscosity of the mixture. The mathematical model unambiguously characterizes the relationship between the investigated parameters both in the regions of positive and conditionally negative values of the distance between solid particles. The distance between solid particles in the pulp unambiguously characterizes its viscosity when the grain size is changed under conditions of a given sparse dispersion medium. The proposed base model contains the known solid density, pulp density, which is known or can be measured, and the weighted average solid size, which makes it possible to apply it for the rapid assessment of pulp viscosity and even for parameter prediction. Since the basic model reduces to determining the distance between solid particles, it must be "adapted" to specific technological conditions and the material that is ground.

The problem of finding the basic mathematical model for the operative estimation of pulp viscosity during ore grinding in ball mills with sands of a mechanical single-spiral classifier was solved for the first time.

Prospects for this study consist in "adapting" the proposed basic model for rapid assessment of pulp viscosity in a ball mill with technological conditions for grinding ore and material features.

References

- [1] Pivnjak G. G., Vajsberg L. A., Kirichenko V. I., Pilov P. I., Kirichenko V. V. *Izmel'chenie. Jenergetika i tehnologija* [Grinding. Energy and technology]. Moscow, 2007. 296 p. (in Russian).
- [2] Azaryan A. A., Krivenko Yu. Yu., Kucher V. G. Avtomatizatsiya pervoi stadii izmel'cheniya, klassifikatsii i magnitnoi separatsii – real'nyi put' povysheniya effektivnosti obogashcheniya zheleznykh rud [Automation of the first stage of grinding, classification and magnetic separation is a real way to increase the efficiency of iron ore enrichment]. *Visnyk Kryvoriz'kogo nacional'nogo universytetu*, 2014. no. 36, pp.276–280. (in Russian).
- [3] Kupin A. I. *Intelektual'na identyfikacija ta keruvannja v umovah procesiv zbagachuval'noi' tehnologii'* [Intellectual identification and management in the context of enrichment technology]. Kryviy Rih, 2008. 204 p. (in Ukrainian).
- [4] Bonch-Bruevich A. M., Bykov V. L., Chinaev P. I. *Beskontaktnye elementy samonastravayushchikhsya sistem* [Noncontact elements of self-tuning systems]. Moscow, 1967. 292 p. (in Russian).
- [5] Skorov V. A. *Obogashchenie rud* [Enrichment of ores]. Moscow, 1969. 276 p. (in Russian).
- [6] Kondratec' V. O., Serbul O. M., Macuj A. M. *Avtomatyzacija procesiv keruvannja rozridzhennjam pul'py pry podribnenni rudy barabannymy mlynamy* [Automation of the processes of controlling

- the rarefaction of pulp when grinding ore with drum mills]. Kirovohrad, 2013. 368 p. (in Ukrainian).
- [7] Gatchek E. *Vyazkost' zhidkosti* [Viscosity of liquids]. Moscow-Leningrad, 1934. 312 p. (in Russian).
- [8] Rabotnov Yu. N., Rebinder P. A. *Reologiya: teoriya i prilozheniya* [Rheology: Theory and Applications]. Moscow, 1962. 824 p. (in Russian).
- [9] Reiner M. *Reologiya* [Rheology]. Moscow, 1965. 223 p. (in Russian).
- [10] Frankel N. A., and Acrivos A. "On the Viscosity of a Concentrated Suspension of Solid Spheres". *Chem. Eng. Sc.*, vol. 22, No. 6, pp. 847–853, 1967.
- [11] Fort'e A. *Mekhanika suspenzii* [Mechanics of suspensions]. Moscow, 1971. 264 p. (in Russian).
- [12] Mewis J. "Rheology of Suspensions". *Proc. 8 Con. on Rheol.*, vol.1, pp.149–168, 1980.
- [13] Graham A. L. "On the viscosity of suspensions of solid spheres". *App. Sc. Res.*, vol.37, pp.275–286, 1981.
- [14] Russel W. B. "Theoretical approaches to the rheology of concentrated dispersions". *Pow. Tech.*, vol.51, no. 1, pp.15–25, 1987.
- [15] Ur'ev N. B. *Fiziko-khimicheskie osnovy tekhnologii dispersnykh sistem i materialov* [Physico-chemical basis of dispersed systems and materials technology]. Moscow, 1988. – 255 p. (in Russian).
- [16] Patel P. D., and Russel W. B. "Mean field theory for the rheology of phase separated of flocculated dispersions". *Coll. and Surf*, vol.31, pp.355–383, 1988.
- [17] Laskowski J. S. "Coal flotation and fine coal utilization". *Els. Sc.*, 384 p., 2001.
- [18] Khodakov G. S. *Reologiya suspenzii. Teoriya fazovogo techeniya i ee eksperimental'noe obosnovanie* [Rheology of suspensions. The theory of phase flow and its experimental justification]. *Rossiiskii khimicheskii zhurnal*, 2003. T. XLVII, no.2, pp. 33–44. (in Russian).
- [19] Kravtsova O. S., Kanygina O. N. *Razvitie reologicheskoi modeli dlya sistemy «voda-kaolinit sodержashchaya glina»* [Development of the rheological model for the system "water-kaolinite containing clay"]. *Vestnik Orenburgskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2015. no.1 (176). pp.116–119. (in Russian).
- [20] Andreev S. E., Perov V. A., Zverevich V. V. *Droblenie, izmel'chenie i grokhochenie poleznykh iskopaemykh* [Crushing, grinding and screening of minerals]. Moscow, 1980. 415 p. (in Russian).
- [21] Chuyanov G. G. *Obezvozhivanie, pyleulavlivanie i okhrana okruzhayushchei sredy* [Dewatering, dust collection and environmental protection]. Moscow, 1987. 260 p. (in Russian).
- [22] Khanin A. A. *Porody – kollektory nefti i gaza i ikh izuchenie* [Breeds - collectors of oil and gas and their study]. Moscow, 1969. 354 p. (in Russian).
- [23] Kondratec' V. O., Macuj A. M. *Sferychna chastynka tverdogo pevnogo rozmiru jak osnova procesu modeljuvannja rozpushennja girs'kyh porid* [The spherical solid particle of a certain size as a basis for modeling the process disintegration rocks]. *Matematychni modeljuvannja*, 2015. no2 (33), pp. 55–59. (in Ukrainian).