

## Генезис моделей дослідження фондового ринку

*В статті проаналізовано та узагальнено математичні методи та моделі, практична реалізація яких дозволяє формувати ефективні рішення на фондовому ринку.*

*Mathematical methods and models practical realization of which allows to form effective decisions at the fund market are analysed in the article and generalized.*

**Ключові слова:** фондовий ринок, ринок капіталів, актив, метод нейронних мереж, синапс, перцептрон.

**Вступ.** Ефективна діяльність на фондовому ринку вимагає достатньо точного прогнозування можливої прибутковості різних операцій і пов'язаним з ними ризиком. Значний внесок в розробку зазначених проблем математичних методів внесли значна кількість фахівців. Їх результати описані не лише в зарубіжній літературі (Г.Дж.Александр, Д.В.Бейлі, С.Дж.Браун, Э.Бредлі, Л.Дж.Гітман, М.Д.Джонк, Л.Г.Дуглас, РБ.Колбі, М.П.Крицмен, Ч.Лебо, Д.В.Лукас, А.Мартенс, Т.А.Мейерс, Р.Тьюзл, Т.Тьюзл, У.Шарп, А.Елдер, Л.Енджел та інші), але і у вітчизняній, що все примножується (А.І.Басов, Н.І.Берзон, А.Н.Буренін, В.А.Галанов, Ю.Ф.Касимов, М.В.Кузнецов, М.І.Ломакін, А.В.Мельников, І.С.Меньшиков, Я.М.Миркін, А.С.Овчинніков, А.А.Первозванский, В.Н.Русинов, А.М.Саркисян, Е.В.Семенкова, А.А.Фельдман).

**Постановка завдання.** Метою даної статті є аналіз та узагальнення математичних методів та моделей, які застосовуються при ухваленні ефективних рішень на фондовому ринку.

**Результати.** Математичні методи широко застосовуються на практиці, причому, охоплюють різні сегменти фінансового ринку, зокрема - ринок капіталів. В наш час на вказаному ринку змагаються теорії ринку, що ефективно функціонує і хаосу. Згідно першої і поки переважаючої, справедливий курс активу завжди рівний його інвестиційній вартості, яка може

бути визначена, оскільки будь-яка необхідна для цього інформація, яка відображаючись в ринкових цінах фондових інструментів, є загальнодоступною, є прийнятні по витратах і складності способи її отримання, умови операцій на фондовому ринку рівні для всіх, а пов'язані з ними витрати достатньо розумні.

Зазначені теорії наслідують статистичні методи прогнозування поведінки фондового ринку, до яких відносяться екстраполяція, ланцюговий метод, сценарний метод або гіпотетичне прогнозування і імітаційне моделювання. Найбільш поширеними є наступні варіанти екстраполяції:

- розрахунок на основі ретроспективної інформації тимчасових трендів цін у найбільш спрощеному вигляді - параметрів рівняння:

$$y = f(t) \quad (1)$$

де  $y$  - ціна активу в момент часу  $t$  ;

- виявлення на основі такої інформації і використання для прогнозу факторних статистичних залежностей (найчастіше для цього використовуються степеневі функції:

$$y = a_0 \cdot x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \cdot \dots \cdot x_n^{a_n} \quad (2)$$

де  $x_1, x_2, \dots, x_n$  - чинники, які впливають на ціну, наприклад, ринковий відсоток, біржові індекси, темп інфляції;  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$  - параметри, які визначаються методом найменших квадратів);

- фазовий аналіз ринку (у простому випадку у початковому часовому ряді знаходиться величина  $m$  таке, що якщо  $y(t) > m$ , то має місце зростання, якщо ж  $y(t) < m$  - спад цінової хвилі, і умова  $y(t-1) < m$  при  $y(t) > m$  означає перехід з негативної фази в позитивну, а  $y(t-1) > m$  при  $y(t) < m$  - навпаки; строгіший хвильовий рух ціни визначається спектральним аналізом ряду).

Ланцюговий метод припускає виявлення залежності ціни  $y(t)$  у даний момент часу, від її значень в попередні моменти  $y(t-1), y(t-2), \dots, y(t-n)$ , на основі автокореляційної функції:

$$y(t) = f[y(t-1), y(t-2), \dots, y(t-n)], \quad (3)$$

яка будується шляхом статистичної обробки часового ряду.

Гіпотетичне прогнозування базується на розробці можливих сценаріїв розвитку подій навколо фондового ринку і оцінки вірогідності таких подій, кожна з яких здатна викликати те або інше з ряду можливих змін активу, а також - розподіли ймовірностей цих змін. Найбільш ймовірна зміна прогнозується за формулою:

$$\Delta y = \sum_i \sum_j d_{ij} \cdot p_{ij} \cdot P_j \quad (4)$$

де  $d_{ij}$  - і-та зміна ціни активу при j-ій події,  $p_{ij}$  - ймовірність і-ї зміни ціни активу при j-ій події,  $P_j$  - ймовірність j-ї події в зовнішньому середовищі фондового ринку.

Імітаційне моделювання дозволяє спрогнозувати найбільш ймовірні значення цін фондових активів в різні моменти в майбутньому за результатами реалізацій, що фіксуються, що відбувається на ринку як випадкового процесу, які здійснюються його багатограним комп'ютерним відтворенням. Стосовно ринку капіталів потрібно заздалегідь на основі інформації минулого з'ясувати закони розподілу потоків заявок на покупку, так само як - потоків заявок на продаж різних активів, пролонгувати ці закони і зайнятися певною організацією торгів. Вона є досить консервативною, але ці закони змінюються під впливом різного роду подій поза межами ринку, що погіршує якість прогнозів і підказує: необхідно поєднувати таке моделювання з іншими методами.

Теорія хаосу виходить з припущення, що поведінка фондового ринку - результат множини нелінійних детермінованих взаємодій, що реалізують внутрішній механізм зворотного зв'язку, унаслідок чого навіть невелика зміна початкових умов може призвести до абсолютно іншого руху цін надалі. Такій поведінці понад усе підходить опис за допомогою обмежених в часі, але значних по амплітуді збурень, тоді як при аналізі ретроспектив ринку лінійними методами отримані на ньому доходи представляються, як правило, результатами "білого шуму".

Детермінованим хаосом займається синергетика, що розглядає складний процес як ієрархію відносно автономних явищ, що само-організуються,

причому сигнали в ньому, виходячи "зверху", впливають на таке саморегулювання "вниз" і зумовлюють переходи від одного стійкого стану до іншого. Це описується системою диференціальних рівнянь в часткових похідних, де залежна змінна того або іншого рівняння може бути вхідною для інших. В цілому система містить однакове число рівнянь і ендогенних для неї змінних. Для її вирішення використовується двохступеневий або непрямий метод найменших квадратів.

Проте, зазвичай відсутні апріорні знання такої моделі (які змінні повинні входити в неї і як вони пов'язані). Для виявлення цих параметрів все частіше використовується метод нейронних мереж. Це - технологія створення штучного інтелекту, яка породжена дослідженнями роботи людського мозку і направлена на побудову логічно функціонуючої системи з значного числа простих елементів, взаємопов'язаних розгалуженими зв'язками.

Така система конструюється аналогічно до біологічної, в якій кожен нейрон, який складається з тіла клітини і множини вхідних відростків (дендритів), що сполучають її з іншими нейронами, сприймає від них сигнали в точках збудження (синапсах), утворюючи нейронні мережі.

Біологічному нейрону співвідноситься математична модель. На його вхід поступає множина сигналів  $\alpha_i$  кожний з яких множиться на ваговий коефіцієнт (синаптична вага)  $W_{ij}$ , відповідний зв'язку  $i$ -го нейрона з  $j$ -м. Сигнал  $\beta_j$  на виході останнього формалізується як

$$\beta_j = f(\sum_i \alpha_i \cdot W_{ji} - Q_j) \quad (5)$$

де  $Q_j$  - поріг збудження  $j$ -го нейрона, а  $f$  - функція його адекватності, причому в простому випадку якщо  $f > 0$ , то на виході отримуємо 1, а якщо  $f \leq 0$ , то 0 або -1. У.Маккалок і У.Піттс показали, що сукупність таких суматорів, пов'язаних в єдину мережу, моделює нервову систему. Потім Ф.Розенблатт довів для штучної однорівневої нейронної мережі (персептрона), де відсутні зворотні зв'язки виходів нейронів з їх входами, теорему навчання. Відповідно до неї, використавши набір вхідних  $\alpha_i$  і вихідних  $\beta_i$  можна підібрати такі  $W_{ij}$ , щоб набору  $\{\alpha_i\}$  відповідав вихід  $\{\beta_i\}$ . Ними ж була запропонована процедура навчання, що підлаштовує синаптичні ваги по помилках, які вимірюються на виході нейронної мережі.

Проте, аналіз можливостей розділення вхідних образів на представлені перцептроном підклади виявив жорстку обмеженість того, що він здатний виконувати і чого в результаті, може навчитись. Але цих недоліків позбавлені багатошарові нейронні мережі, що містять між  $\alpha_i$  і  $\beta_i$  ще один або декілька шарів з нейронами  $X_i, y_i$ . П.Вербу, Д.Паркер, Д.Руммельхарт та інші запропонували метод зворотного поширення помилки для навчання такої мережі на прикладах з налаштуванням  $W_{ij}$  так, щоб для кожної пари з вхідного вектора і вихідного мінімізувати суму квадратів відхилень компонент останнього від їх заданих величин.

Нарешті, з теореми А.Н.Колмогорова про можливість відображення деякої множини  $X$  на множину  $Y$  за допомогою порогових перетворень вникла ідея, що якщо між множиною входів і виходів дійсно є деякий однозначний зв'язок, то можна виявити, навчаючи нейронну мережу на вибіркових прикладах. Можливості цього методу істотно зросли з появою генетичних алгоритмів, заснованих на ідеях теорії спадковості і селекції. Їх застосування дозволяє тренувати мережу з будь-якою кількістю нейронів проміжного шару і, виходячи з множини припущень, приймають все більш правильні рішення.

В останні роки є поширеною теорія рефлексії. У ній визначається, що передумови теорії ефективного ринку відрізняються від дійсності і неспівпадіння фактичних результатів діяльності на ньому з тим, що інвестори очікували, викликає постійну корекцію ними своєї поведінки, а вона спричинює зміни в самій реальності. Таким чином здійснюються постійні переходи від спостережуваних умов цієї діяльності до таких, якими вони виступають в розумінні інвесторів, що додає ситуації невизначеності, яка посилюється у міру того, як очікування щодо майбутнього ходу подій здійснюють все більший вплив на поточні дії учасників ринку.

Мабуть, саме цій теорії найбільшою мірою відповідає застосування в прогнозуванні розвитку фондового ринку експертних методів - методу Делфі, тощо, - використовуваних в рамках експертних систем, мета яких - вирішення важко формалізованих задач. Характерна межа таких систем - здатність маніпулювати розмитою і суперечливою інформацією для отримання мотивованих (з'ясованих) оцінок.

Типова експертна система включає базу знань (глибинних і поверхневих, якісних і кількісних, наближених і точних, конкретних і загальних у формах логічних моделей, фреймового уявлення, семантичної мережі, тощо), блоки

логічних висновків (з використанням нечіткої і байсовських логік, заходів довіри), пояснень (відстежує кроки міркування, що привели до даного результату), розрахунків (арифметично-логічних операцій), логічних висновків і діагнозу (на основі формалізації знань експертів і логічного оператора "якщо - те"), придбання знань (навчання).

Висновки. Отже, деякі з названих методів (зокрема, нейронних мереж, експертні, генетичні алгоритми, тощо) застосовуються не тільки для прогнозування руху фондового ринку, але також, як і технологія знаходження екстремуму методами математичного аналізу різних функцій, при виробленні оптимальних рішень щодо операцій на ньому. У даній площині особливо слід зазначити різні алгоритми математичного програмування як інструменти формування якнайкращого портфеля цінних паперів з урахуванням всіх можливих особливостей цього процесу.

Розглянуті методи значущі як наукові досягнення і кожен в своїй області практично корисний, проте, має істотний недолік. Це - пристосованість до передбачення наслідків конкретної операції з тим або іншим окремо взятим фондовим інструментом. Але найбільш продуктивне використання можливостей, що надаються будь-яким з них, вимагає оцінити зміни прибутковості і ризику вкладень при такому комбінуванні певних операцій з різними активами, яке охоплює різні сегменти ринку капіталів. Але для цього необхідне системне моделювання операцій на ньому, здатне забезпечити врахування ефектів їх взаємодії.

### **Література**

1. Вітлінський В.В. Моделювання економіки / В.В. Вітлінський – К.: КНЕУ, 2003. – 408 с.
2. Басовский Л.Е. Прогнозирование и планирование в условиях рынка / Л.Е. Басовский. - М.: ИНФРА-М, 1999. – 194 с.
3. Геєць В. М. Моделі і методи соціально-економічного прогнозування / В.М. Геєць, Т.С. Клебанова, О.І. Черняк, В.В. Іванов, Н.А. Дубровіна, А.В. Ставицький. – Х.: ВД "ІНЖЕК", 2005. – 396 с.