

## Кінетичні моделі розподілу грошових доходів населення

*Дана стаття присвячена використанню агент-орієнтованого підходу до побудови моделей розподілу доходів, при якому економічні системи моделюються як сукупність автономних взаємодіючих агентів. Розглянуті моделі відкривають новий шлях для аналізу розподілу доходів, який проявляється у взаємодії між великою кількістю економічних агентів, що дозволяє встановлювати бажані стаціонарні розподіли між ними.*

*The given article is devoted to agent-based approach use to construction of income distribution models, at which the economic systems are designed as an aggregate of autonomous interactive agents. The considered models open a new way for the income distribution analysis, which manifests itself in the interaction between a large number of economic agents, which allows to set between the desired stationary distributions.*

**Ключові слова:** розподіл грошових доходів, агент-орієнтований підхід, розподіл Лапласа, асиметричний розподіл Субботіна, кінетична модель.

**Постановка проблеми.** Диференціація в розподілі доходів є частиною економічної реальності будь-якої країни, а тому постійно знаходиться в полі зору дослідників і періодично стає предметом гострих соціально-політичних дискусій. Для того, щоб ефективно реагувати на зростання розшарування суспільства за доходами, економічна і соціальна політика повинні спиратися на повне і адекватне уявлення про те, як формується ця нерівність, які групи населення за доходами мають найбільший внесок в зміну нерівності в розподілі доходів.

Вплив різних груп населення за доходами на формування нерівності тим більше важливий, що від нього залежить вибір варіантів соціально-економічної політики. Збільшення диференціації внаслідок зростання доходів висококваліфікованих і високооплачуваних груп населення за рахунок збільшення віддачі від вкладень в людський капітал може бути розцінене як позитивна тенденція. Одночасне зростання внеску і малозабезпечених, і високозабезпечених членів суспільства в нерівність свідчить про поглиблення

---

Дмитришин Л.І., доцент, к.е.н., доцент кафедри економічної кібернетики, Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника

соціального розшарування і веде до зростання соціальної напруги, перешкоджаючи економічному зростанню.

Зміну нерівності за доходами визначають за збільшенням або зменшенням її показників. Відомо, що показники нерівності є функціями характеристик розподілу доходів населення. Таким чином, зміна показників нерівності – це наслідок зміни характеристик розподілу, що, у свою чергу, обумовлює (мотивує) актуальність побудови та аналізу моделей розподілу доходів в соціально-економічних системах.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** В останні десятиліття в світі спостерігається підвищення інтересу до проблем розподілу доходів в економіці, обумовлене, насамперед, бурхливим розвитком новітніх інформаційних технологій, які значно полегшили емпіричні дослідження у даному напрямку та ініціювали новий підхід до формування розподілу доходів в агент-орієнтованій моделі економіки.

В ранніх дослідженнях, таких, як моделі Жибра, Чамперноуна та ін. [1-2], динаміку доходів описано як стохастичний процес і визначено їх ймовірнісні розподіли. Цей ранній тип моделювання ще називають «одноагентним» підходом, оскільки відхилення доходів розглядаються незалежно для кожного економічного агента. На противагу раннім дослідженням, моделювання в економіці останнім часом здійснюється в рамках агент-орієнтованого підходу, при якому системи моделюються як сукупність автономних взаємодіючих агентів [3-6]. Це відкриває інший шлях для формування розподілу доходів, який проявляється у взаємодії між великою кількістю агентів. При цьому, навіть якщо важко або ж неможливо записати «мікроекономічні рівняння поведінки» для кожного економічного агента, складні економічні системи можна досліджувати на різних рівнях ієрархії. Після розробки моделі парних грошових обмінів між економічними агентами, набули розвитку випадкові моделі обміну.

**Метою статті** є побудова та аналіз статистичних моделей розподілу доходів в соціально-економічних системах на основі використання агент-орієнтованого підходу.

**Виклад основного матеріалу.** В класі статистичних моделей розподілу доходів виділяють однорідні та гетерогенні кінетичні моделі розподілу доходів [4]. Соціально-економічна система розглядається як система закритого типу. В природничих науках до закритих систем відносять ті, які не взаємодіють із зовнішнім середовищем, тобто не обмінюються з ним ні матерією, ні енергією.

В даному випадку система вважається замкнутою в тому сенсі, що не обмінюється із зовнішнім середовищем величинами, аналогічними матерії та енергії. Під матерією економічної системи розумітимемо кількість економічних агентів без їх функціонального та іншого поділу, під енергією – величину доходу в економічній системі. В результаті розглядається економічна система з постійною кількістю економічних агентів, які в сукупності отримують постійну величину доходу за визначений період часу. Статистичні моделі розподілу доходів в соціально-економічній системі дозволяють показати, як ця величина доходу розподіляється серед її економічних агентів.

Отже, розглянемо однорідну кінетичну модель розподілу доходів, в якій кінцевий розподіл доходів виникає залежно від умов, за яких відбуваються ділові трансакції, що полягають в обміні частинами доходів між економічними агентами в замкнутій соціально-економічній системі. Припускається, що процес обміну не залежить від попередніх трансакцій, а кінетична модель подана у такому вигляді:

$$\begin{pmatrix} m_i(t+1) \\ m_j(t+1) \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} m_i(t) \\ m_j(t) \end{pmatrix}, \quad (1)$$

де  $m_i(t)$  – це дохід економічного агента  $i$  в момент часу  $t$ ;

$M$  – матриця, що описує механізм обміну доходами.

У моделі глобальної взаємодії економічна система складається з  $N$  економічних агентів, які обмінюються доходом через віртуальний банк. Даний банк відіграє роль механізму ефективного перерозподілу доходів, який дозволяє економічним агентам здійснювати як депозитні, так і кредитні операції (іншими словами, отримувати доходи у вигляді боргових зобов'язань).

Припускається, що кожен агент спочатку має певну величину доходу  $m_0$  тільки в депозитній формі. В кожен момент часу він взаємодіє з одним економічним агентом випадковим чином, і відповідно визначається  $N$  пар. Крім того, всі економічні агенти діють одночасно і у кожній з цих пар один економічний агент виступає в ролі платника, а інший – покупця, поки одна одиниця доходу передається в кожен момент часу. Ділові трансакції закінчуються в той момент, коли банк відмовляється надавати кредити платникам у зв'язку з певним обмеженням кредитного портфелю на сукупну величину кредитів  $D$ . Для

спрощення ситуації припускається, що банк не стягує відсотки з кредитних ресурсів.

Оскільки економічний агент може здійснювати як депозитні, так і кредитні операції, то для нього створюються віртуальні депозитні та кредитні рахунки. Таким чином, величина доходу агента  $i$  визначається як різниця між його заощадженнями і зобов'язаннями:

$$m_i = s_i - l_i, \quad (2)$$

де  $m_i$  – величина доходу агента  $i$ ;

$s_i$  – величина заощаджень агента  $i$ ;

$l_i$  – величина зобов'язань агента  $i$ .

Згідно з умовою (2) всіх агентів можна поділити на три групи:

$\{N_+\}$  – агенти, які накопичили заощадження;

$\{N_0\}$  – агенти, чиї залишки на банківських рахунках дорівнюють нулю;

$\{N_-\}$  – агенти, які мають боргові зобов'язання.

Між економічними агентами відбуваються ділові трансакції, при яких дохід кожного з них змінюється на одиницю за кожну трансакцію. При цьому припускається, що система досягає певного рівноважного стану, обумовленого тільки взаємодією економічних агентів (наприклад, різними видами конкуренції), за умови припинення кредитування агентів. Іншими словами, навіть якщо зміни в доході для кожного агента відбуваються й надалі, розподіл доходу досягає рівноважного стану у зв'язку з обмеженням банківського кредитування. Очевидно, що існують два механізми, що лежать в основі формування розподілу доходів до і після границі обмеження. Тому розглянемо еволюцію розподілу доходів в динамічному процесі, і формування кінцевого розподілу в стаціонарному стані.

Функція щільності доходу в початковий момент часу має такий вигляд:

$$p(m,0) = \delta(m - m_0) = \begin{cases} 1 & \text{для } m = m_0, \\ 0 & \text{для } m \neq m_0. \end{cases} \quad (3)$$

Обмін доходами між економічними агентами має випадковий характер і полягає у здійсненні ділової трансакції між ними. В результаті функція щільності доходу  $p(m,t)$  може бути описана лінійним рівнянням дифузії:

$$\frac{\partial p}{\partial t} - \frac{\partial^2 p}{\partial m^2} = 0 \quad (4)$$

Розв'язок рівняння (4) з урахуванням умови (3), має вигляд:

$$p(m, t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi t}} e^{-\frac{(m-m_0)^2}{4t}} \quad (5)$$

Отже, розподіл доходів визначається за формулою Пуассона. Як видно з розв'язку (5), як тільки задано початкову величину доходу, розподіл визначається для будь-якого моменту часу  $t$ . Однак, коли досягається граничне значення кредитного ресурсу, розподіл більше не визначається рівністю (5). Проміжок часу від початкового моменту до  $t_D$  називаємо вільним часом дифузії, тобто обмін до моменту  $t_D$  є вільним дифузійним процесом і еволюція щільності розподілу доходів задається формулою Пуассона.

Ймовірність розподілу доходів протягом вільного часу дифузії, отримана в результаті використання емпіричних (умовних) даних і теоретична функція, визначена за формулою Пуассона, відображені на рис. 1.

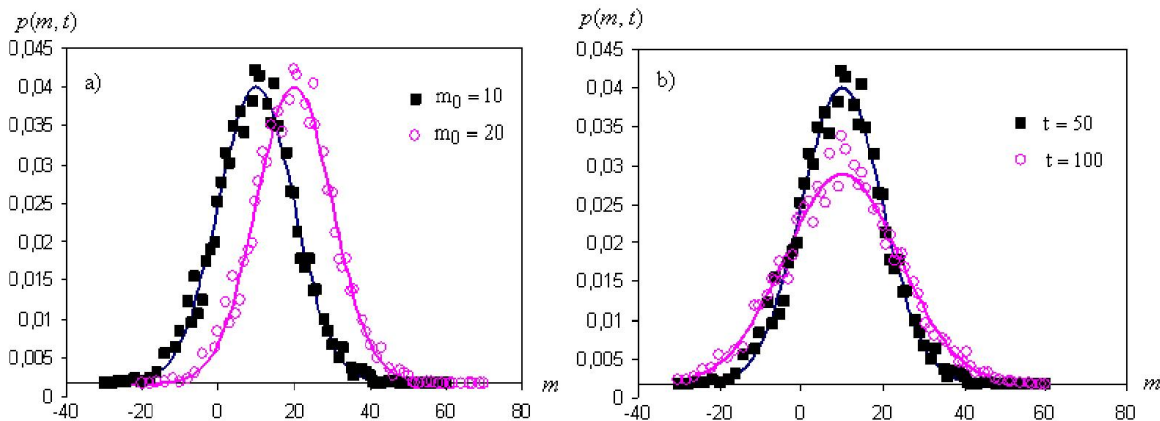


Рис. 1. Емпірична (точки) та теоретична (суцільна лінія) криві розподілу доходів протягом вільного часу дифузії: а) різні початкові значення  $m_0 = 10, 20$  в момент часу  $t = 50$ ; б) різні моменти часу  $t = 50, 100$  з  $m_0 = 10$  (власна розробка)

Розглянуто два випадки:

а) припускається, що початкова величина доходу кожного агента  $m_0$ , задана в депозитній формі, становить 10 та 20 ум. од. відповідно в момент часу  $t = 50$  (днів). Дохід економічного агента  $m$  (позначений точками на рис. 1) протягом визначеного часу трансакцій приймає додатні або від'ємні значення, тобто набуває депозитної або кредитної форми. Варто зауважити, що зміна початкової величини доходу економічного агента не впливає на форму емпіричної та теоретичної функції розподілу, а тільки зміщує її на 10 ум. од. вправо при  $m_0 = 20$  у порівнянні з  $m_0 = 10$ . Тобто зміна  $m_0$  впливає на зміну доходів, однак не змінює величину нерівності в їх розподілі;

б) припускається, що величина початкового доходу є незмінною і рівна  $m_0 = 10$ , але розглядаються різні відрізки часу, виділені для здійснення ділових трансакцій між економічними агентами  $t = 50$  і  $t = 100$  (днів) відповідно. Як видно з рисунку, зміна параметра часу впливає на форму функції розподілу: збільшення тривалості ділових трансакцій «притягує» емпіричну та теоретичну криві розподілу до осі абсцис, тобто зменшується нерівність в розподілі за доходами між економічними агентами. Таким чином зміна параметра  $t$  дозволяє визначити час для формування бажаного розподілу за доходами (наприклад, мало бідних, мало дуже багатих, основна частина населення – це середній клас).

Відповідно до встановлених правил ділових трансакцій, навіть, коли б процеси обмінів зупинилися після перевищення величини  $t_D$ , розподіл все ще змінюється, поки не досягне стаціонарного стану. Це пояснюється так званім періодом релаксації, який охоплює інтервал від  $t_D$  до того часу, поки відбувається перехід до статистичної рівноваги.

Іншим є випадок, коли  $N$  агентів перерозподіляють надлишок доходів, який відобразатиметься деяким розподілом  $\{N_i\}$ , що складається з  $n_0$  агентів без доходів,  $n_{m+}$  агентів з нагромадженим доходом  $m_+(m_+ > 0)$  і  $n_{m-}$  агентів з запозиченнями (борговими зобов'язаннями)  $m_-(m_- < 0)$ . Розподіл  $N_i$  агентів на  $m_i$  дохідних груп визначається в класі комбінаторної статистики. Число

мікроекономічних станів  $W$  даного розподілу  $\{N_i\}$  може бути визначене наступним чином:

$$W = \frac{N!}{n_0! \prod_{m_+} n_{m_+}! \prod_{m_-} n_{m_-}!} \quad (6)$$

і представлене як

$$\delta N = \delta \left( n_0 + \sum_{m_+} n_{m_+} + \sum_{m_-} n_{m_-} \right) = \delta n_0 + \delta \sum_{m_+} n_{m_+} + \delta \sum_{m_-} n_{m_-} = 0 \quad (7)$$

$$\delta D = \delta \left( \sum_{m_-} m_- n_{m_-} \right) = \sum_{m_-} m_- \delta n_{m_-} = 0 \quad (8)$$

$$\delta M = \delta \left( \sum_{m_+} m_+ n_{m_+} \right) = \sum_{m_+} m_+ \delta n_{m_+} = 0 \quad (9)$$

$$\delta M_0 = \delta(m_0 N) = 0 \quad (10)$$

де умови (7)-(10) виражають стаціонарний стан. Умова (7) показує, що число агентів рівне  $N$ . У зв'язку з обмеженням межі боргу, сума обсягів банківського кредиту в кінцевому підсумку досягає свого максимуму, тобто загальної суми заборгованості агентів  $m_-$  (умова (8)). Враховуючи початкові значення (умова (10)), сума нагромаджених доходів агентів досягне свого верхнього значення (умова (9)), оскільки сукупний дохід залишається на верхній межі, коли система знаходиться в стійкому стані.

Очевидно, що необхідно визначити найбільш ймовірний розподіл, який відповідає найбільшому числу мікроекономічних станів. Таким чином, стаціонарний розподіл може бути отримано максимізацією  $\ln W$  з урахуванням обмежень (7)-(10). Використовуючи метод множників Лагранжа, отримаємо найбільш ймовірний розподіл:

$$\delta \ln W - \alpha \delta N - \beta \delta D - \gamma \delta M_+ - \lambda \delta M_0 = 0 \quad (11)$$

Підставляючи умови (6)-(10) в рівняння (11) і зробивши прості перетворення, отримано вирази для  $n_0$ ,  $n_{m_+}$  та  $n_{m_-}$ :

$$\begin{aligned}
n_0 &= e^{-\alpha - \lambda m_0}, \\
n_{m_+} &= e^{-\alpha - \lambda m_0 - \gamma m_+} = n_0 e^{-\gamma m_+}, \\
n_{m_-} &= e^{-\alpha - \lambda m_0 - \beta m_-} = n_0 e^{-\beta m_-}.
\end{aligned}
\tag{12}$$

Враховуючи початкові значення доходів кожного економічного агента, визначають кількість агентів без доходів, які також мають відношення до максимального банківського кредиту обсягом  $D$ , і кількість агентів  $N$ , що брали участь в трансакціях. Крім того,  $n_{m_+}$  та  $n_{m_-}$  залежать від  $n_0$ , і розкладаються у вигляді експоненційної функції. Таким чином, стаціонарний розподіл щільності може бути виражений як

$$p_0 = \frac{n_0}{N}, \quad p_+ = \frac{n_0}{N} e^{-\gamma m_+}, \quad p_- = \frac{n_0}{N} e^{-\beta m_-}.
\tag{13}$$

З врахуванням обмеження на максимальний обсяг банківського кредиту, стаціонарний розподіл доходів представлено як асиметричний розподіл Лапласа, відображений рівностями (13). Іншими словами, розподіл в стійкому стані визначається початковим значенням доходів, границею боргу та загальною кількістю агентів, що беруть участь в обміні. Після того, як система досягає даних початкових умов, визначається певна стаціонарна функція розподілу.

На рис. 2 представлено графіки щільності ймовірності розподілу доходів економічних агентів в стійкому стані для різних випадків:

а) змінюється величина початкового доходу ( $m_0 = 0,5, 20$  ум. од. відповідно). При цьому залишається сталою кількість агентів, що брали участь в обмінах ( $N = 5000$  осіб) та величина максимального банківського кредиту ( $D = 10000$  ум. од.). В результаті при зростанні  $m_0$  від 0 до 20 ум. од. маємо правостороннє зміщення форми розподілу (що є логічним, оскільки початкова сума доходів збільшується), а також зменшення нерівності в розподілі за доходами між економічними агентами. Дану обставину можна пояснити тим, що більша частина доходів формується у вигляді депозитних ресурсів, тобто зміна величини депозитів перевищує зміну величини кредитів економічних агентів. Якщо кредитні ресурси інтерпретувати, як величину соціальних дотацій економічним агентам, а депозитні ресурси як доходи у вигляді заробітної плати, то зростання останньої опосередковано свідчить про



зростання макроекономічних показників розвитку (наприклад, ВРП). А, отже, зменшення нерівності в розподілі за доходами відбувається не за рахунок соціальної політики держави, а за рахунок її економічного зростання;

b) змінюється кількість економічних агентів, що беруть участь в ділових трансакціях ( $N = 2500, 5000, 10000$  осіб відповідно). Сталими залишаються величина початкового доходу ( $m_0 = 5$  ум. од.) та величина максимального банківського кредиту ( $D = 10000$  ум. од.). Як видно з рисунку, зростання кількості учасників обмінів призводить до лівостороннього зміщення функції розподілу (що є логічним, оскільки та сама сума загальних доходів розподіляється між більшою кількістю економічних агентів), причому зумовлює зростання нерівності в розподілі за доходами агентів. Останнє спричинене більшою кількістю ділових трансакцій, що здійснюються між економічними агентами, тобто зростання кількості обмінів між агентами призводить до наступного: основна маса економічних агентів стає бідною, доходи зосереджуються в руках невеликої групи економічних агентів. З цього випливає, що за умов рівних можливостей і випадковостей ринку відбувається різка зміна початкового розподілу доходів (коли всі є однаково багатими) до кінцевого розподілу (переважна більшість бідних, немає середнього класу, невеликий максимум числа багатіїв, довгий «хвіст» олігархів);

c) змінюється величина максимального банківського кредиту ( $D = 5000, 10000, 20000$  ум. од. відповідно). Сталими залишаються величина початкового доходу ( $m_0 = 10$  ум. од.) та кількість економічних агентів ( $N = 5000$  осіб). Зростання загального обсягу кредитування, як і у випадку b), призводить до лівостороннього зміщення функції розподілу та зростання нерівності в розподілі за доходами економічних агентів. Даний випадок добре ілюструє, наприклад, невиправданість збільшення грошової маси в економіці з метою підтримки соціально незахищених верств населення при незмінному макроекономічному результаті (наприклад, ВРП), що в результаті призводить до «проїдання» додатково отриманих доходів, а не бажаного зменшення нерівності за доходами економічних агентів.

Таким чином, розглянуті однорідні кінетичні моделі розподілу доходів, в яких відбувається взаємодія великої кількості економічних агентів за

визначених початкових умов та встановленого періоду здійснення ділових трансакцій.

В класі статистичних моделей розподілу доходів виділяють гетерогенні кінетичні моделі розподілу доходів [4, 6]. Процеси, що відбуваються в економіці, визначаються взаємодією багатьох гетерогенних агентів, що діють паралельно. Дія будь-якого агента залежить від очікуваної дії обмеженого числа інших агентів та від агрегованого стану цих агентів. Під «локальною» взаємодією розуміють, що кожен агент взаємодіє тільки з одним з інших агентів в його «околі» – економічній області.

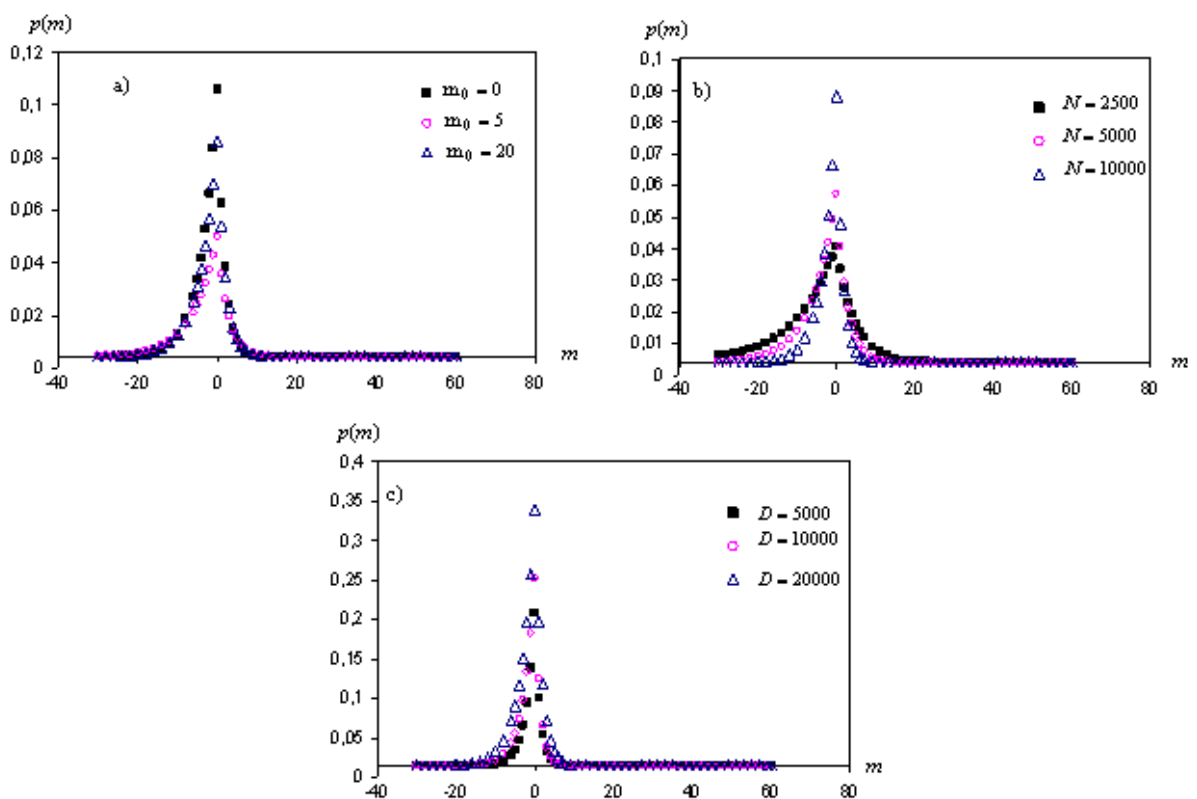


Рис. 2. Щільність ймовірності розподілу доходів в стійкому стані: а)  $m_0 = 0, 5, 20$ ;  $N = 5000$ ;  $D = 10000$ ; б)  $N = 2500, 5000, 10000$ ;  $m_0 = 5$ ;  $D = 10000$ ; в)  $D = 5000, 10000, 20000$ ;  $m_0 = 10$ ;  $N = 5000$  (власна розробка)

У ділових трансакціях величиною розподілу доходів є різниця між ціною і вартістю активу, причому всі ціни погоджені з обох сторін агентської пари. Оскільки вартість активу є екзогенною величиною, то чиста величина розподілу доходів домінує над ендегенною величиною, встановленою як результат домовленості. Таким чином, ендегенна величина доходу

визначається з балансу доходів обох сторін, а отже, від фіксованої суми розподілу  $\Delta m = 1$  переходять до суми розподілу, яка є випадковою частиною різниці доходів для кожної пари економічних агентів:

$$\Delta m_{ij,t} = \varepsilon |m_{i,t} - m_{j,t}|, \quad (14)$$

де випадкова величина  $\varepsilon$  змінюється у відповідності до рівномірного розподілу, виходячи зі стохастичного характеру трансакцій.

Часова еволюція розподілу доходів та власне його форма відображається асиметричним розподілом Субботіна в стійкому стані, що включає в себе, як окремі випадки, розподіли Гауса та Лапласа і має такий вигляд:

$$P(x) = \begin{cases} \frac{1}{A_l} e^{-\frac{1}{b_l} \left| \frac{x-m}{a_l} \right|^{b_l}} & \text{для } x \leq m, \\ \frac{1}{A_r} e^{-\frac{1}{b_r} \left| \frac{x-m}{a_r} \right|^{b_r}} & \text{для } x > m, \end{cases} \quad (15)$$

де  $A_l = 2a_l b_l^{\frac{1}{b_l}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{b_l}\right)$ ,  $A_r = 2a_r b_r^{\frac{1}{b_r}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{b_r}\right)$ .

Функція (15) залежить від п'яти параметрів:  $m$ ,  $a_l$ ,  $b_l$  і  $a_r$ ,  $b_r$  відповідно для опису нижнього і верхнього хвоста. На рис. 3. представлено графіки розподілу доходів, відображені асиметричним розподілом Субботіна в стійкому стані.

При побудові асиметричного розподілу Субботіна використано емпіричні дані про зміну грошових доходів у відповідності до даних вибіркового обстеження умов життя домогосподарств України [7]. Грошові доходи домогосподарства складаються з суми грошових та натуральних (в грошовій оцінці) надходжень, одержаних членами домогосподарства у вигляді: оплати праці (за виключенням прибуткового податку та обов'язкових відрахувань), доходів від підприємницької діяльності та самозайнятості, доходів від власності у вигляді відсотків, дивідендів, продажу акцій та інших цінних паперів, надходжень від продажу нерухомості, особистого та домашнього майна, продукції особистого підсобного господарства та продуктів, отриманих в порядку самозаготівель, пенсій, стипендій, соціальних допомог (пільг та субсидій готівкою на оплату житлово-комунальних послуг, електроенергії та

палива, компенсаційних виплат за невикористане право на санаторно-курортне лікування, за пільговий проїзд окремих категорій громадян тощо), грошових допомог від родичів та інших осіб та інших грошових доходів. У відповідності до [7] всі домогосподарства поділяються за рівнем середньомісячних грошових доходів ( $x$ ) на групи.

З метою порівняння середньомісячних грошових доходів домогосподарств з грошовими доходами, достатніми для забезпечення нормального функціонування організму людини, збереження її здоров'я набору продуктів харчування, а також мінімального набору непродовольчих товарів та мінімального набору послуг, необхідних для задоволення основних соціальних і культурних потреб особистості параметр  $m$  зафіксовано на рівні прожиткового мінімуму, діючого в державі на момент аналізу. Згідно з [8] у 2011 році  $m = 911$  грн. на одну особу на місяць.

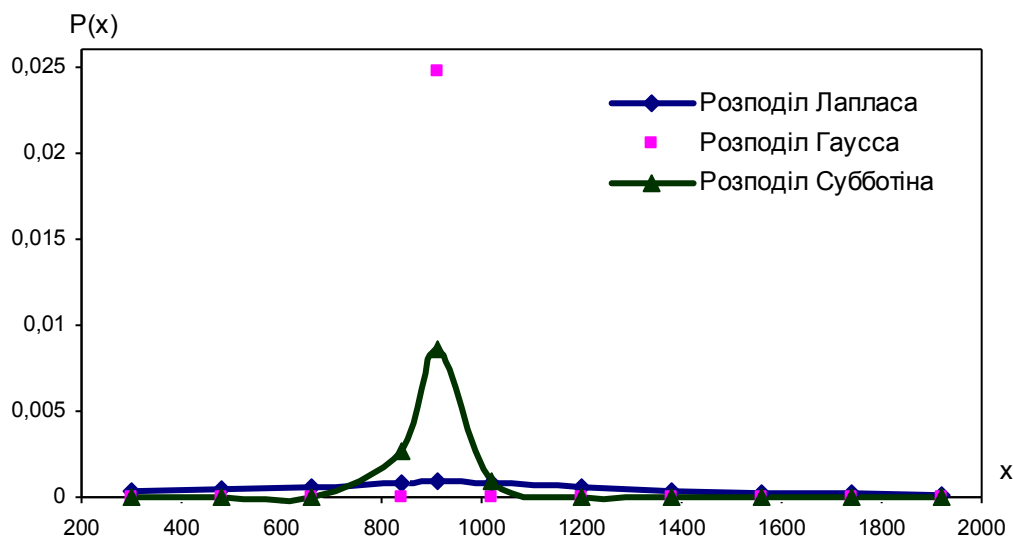


Рис. 3. Розподіл ймовірностей  $P(x)$  доходів при  $m = 911$ ,  $b_l = b_r = 1; 1,5; 2$ ,  $a_l = a_r$  (власна розробка)

Розглянуто випадок симетричного розподілу Субботіна, коли параметри  $b_l$  та  $b_r$  рівні, а відповідно і  $a_l = a_r$ . Як окремі випадки, розглянуто розподіли Гаусса при  $b_l = b_r = 2$  та Лапласа при  $b_l = b_r = 1$ .

Як видно з рис. 3, розподіл Лапласа найбільше зменшує нерівність в розподілі за доходами домогосподарств в порівнянні з двома іншими розподілами, і може бути розглянутий при формуванні економічного устрою, близького до соціалістичного. Нормальний розподіл (Гаусса) є найбільш

бажаним, у відповідності до якого може бути сформований середній клас, за умови що крива розподілу буде більше «притягнута» до осі абсцис. Розподіл Субботіна якраз відображає дану умову «притягнутості», а тому з розглянутих трьох розподілів є найбільш правдоподібним.

Для різних параметрів  $b_l = 1,06$  та  $b_r = 1,03$  асиметричний розподіл Субботіна набуває вигляду, близького (у порівнянні з попередніми симетричними розподілами) до розподілу емпіричних даних (рис. 4).

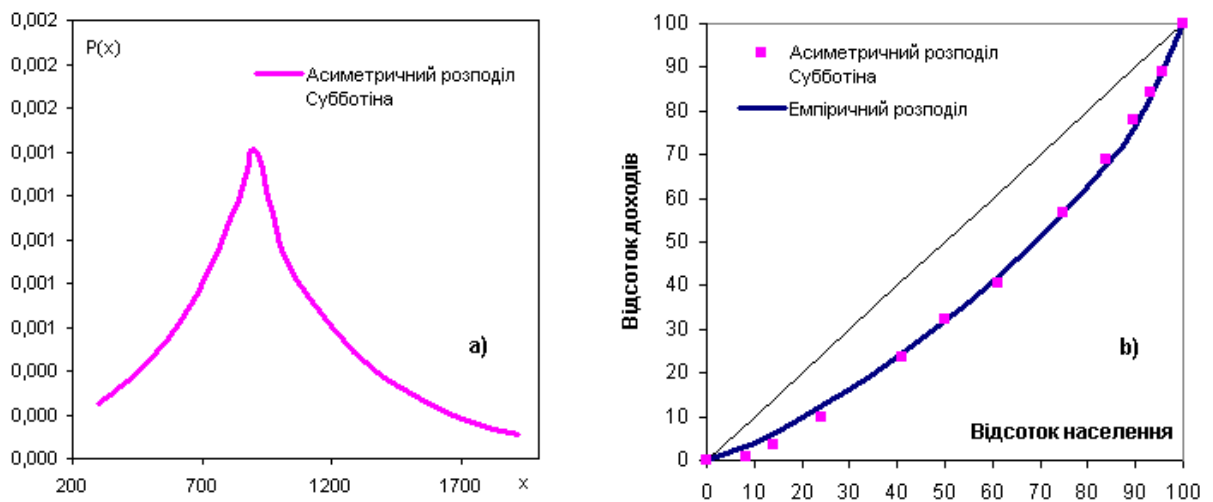


Рис. 4. Асиметричний розподіл Субботіна при  $m = 911$ ,  $b_l = 1,06$  та  $b_r = 1,03$ : а) розподіл ймовірностей  $P(x)$  доходів; б) крива Лоренца (власна розробка)

Як видно з рис. 4b), кумулятивний розподіл чисельності населення та відповідних цій чисельності доходів за емпіричними даними (суцільна лінія) та значеннями, отриманими на основі асиметричного розподілу Субботіна (точки), практично співпадають. Тому проведене тестування моделей на відношення правдоподібності за розподілами Лапласа, Гаусса, а також симетричним і асиметричним розподілами Субботіна дозволило зробити висновок про те, що асиметричний розподіл Суботіна забезпечує найкращий опис доходів для всього діапазону даних.

**Висновки.** Таким чином, побудовано і проаналізовано кінетичні моделі, які є модифікаціями випадкової моделі обміну. Встановлено, що моделі розподілу доходів Лапласа або Суботіна можуть бути використані для визначення форми розподілу доходів в практично всьому обсязі діапазону даних. Але для верхньої частини розподілу доходів було підтверджено значні

відхилення і вихід з рівноваги за умови врахування особливостей формування розподілу верхньої частини заможного класу населення. Останнє пояснюється тим, що в даних моделях ділові трансакції розглядались як єдиний процес зміни доходу для всіх економічних агентів, в той час як відповідно до емпіричних даних більшість багатих людей стають ще багатшими за рахунок інвестицій. Таким чином, інвестиції є ще одним економічним інструментом зміни доходу для заможного класу суспільства. Відповідно визначення інвестиційної поведінки як коефіцієнта зміни нагромадження доходів через процес формування доходу може бути предметом подальших досліджень.

### Література

1. D.G. Champernowne, «A model of income distribution», *The Economic Journal*, № 63, (1953) P. 318-351.
2. Gibrat R. *Les Inégalit's Économique*, Sirey, Paris, 1931.
3. A. Chatterjee, S. Yarlagadda and B.K. Chakrabarti, *Econophysics of Wealth Distributions* Eds. (2005) (Springer, Milan).
4. A.A. Dragulescu and V.M. Yakovenko, «Statistical mechanics of money», *The European Physical Journal B*, № 17, (2000) P.723-729.
5. J.-P. Bouchaud and M. Mezard, «Wealth condensation in a simple model of economy», *Physica A*, № 282, (2000) P. 536-545.
6. N. Scafetta, S. Picozzi and B.J. West, «A trade-investment model for distribution of wealth» *Physica D*, № 193, (2004) P. 338-352.
7. Витрати і ресурси домогосподарств України у III кварталі 2011 року (за даними вибіркового обстеження умов життя домогосподарств України) [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://www.ukr.stat.gov.ua>.
8. Закон України “Про Державний бюджет України на 2011 рік” від 23 грудня 2010р. № 2857-VI [Електронний ресурс]. Офіційний сайт Верховної Ради України – Режим доступу: <http://zakon.rada.gov.ua>.