

Теоретико-практичні засади імплементації методу DEA при оцінюванні економічної ефективності.

Проаналізовано теоретичні засади аналізу Data Envelopment Analysis, що ґрунтується на оцінюванні відносної ефективності об'єктів сукупності, що досліджується, порівняно з найбільш ефективним із них.

Theoretical foundations of analysis Data Envelopment Analysis, based on the assessment of the relative efficiency of a set of objects under study, compared with the most effective of them.

Ключові слова: економічна ефективність, метод DEA, моделі, ресурси, витрати.

У вітчизняній практиці оцінювання економічної ефективності суб'єктів господарювання узагальнено ґрунтується на визначенні різноманітних показників (продуктивність праці, фондівіддача, рентабельність, використання оборотних активів, собівартість тощо), проте проблематика належного інформаційного забезпечення зумовлює певну неточність у розрахунках, оскільки ізольовано оцінюють ефективність лише окремих факторів виробництва тому назріває потреба застосування концепції запропонованої Фаррелом.

Постановка завдання. Як показує практика використання біфакторних вимірників ефективності, наприклад двофакторної продуктивності, також може призвести до викривленого уявлення про ефективність об'єкта дослідження через упущення з розгляду інших, можливо не менш важливих факторів [1]. Саме тому актуалізується питання щодо застосування аналітичної концепції, що вперше запропонована М. Фарреллом [2], основна ідея якої полягає в оцінці відносної ефективності об'єктів сукупності, що досліджується, порівняно з найбільш ефективним із них. Незважаючи на те, що сам М. Фаррелл розглядав найбільш простий приклад з двома факторами та одним продуктом, його послідовники розвинули дану концепцію щодо необмеженої кількості факторів і продуктів та переформулювали її в задачу математичного програ-

мування, метод розв'язання якої отримав назву Data Envelopment Analysis (DEA).

Метод DEA був розроблений П. Фарреллом у 1957 році, а на практиці був вперше застосований у 1978 році групою вчених – А. Чарнсом, В. Купером та Е. Родсом, що й дали методу назву Data Envelopment Analysis.

Сучасні дослідження теоретично-методологічних та практичних засад методу DEA представлені у працях українських та зарубіжних вчених, зокрема: Гончарук А.Г., Чмутова І.М., Антонюк Я.М., Антонюк Г.Я., Григорєв Г.С. та інші. Більшість науковців досліджують методологічні та методичні підходи до аналізу й оцінки ефективності діяльності підприємств, проте, імплементація методу DEA дозволяє більш ширше оцінювати різні види ефективності з урахуванням постійної та змінної величини масштабу, що зумовлює необхідність ґрунтовнішого дослідження даного питання та формування відповідних рекомендацій.

Метою статті є обґрунтувати доцільність імплементації методу згортання даних (Data Envelopment Analysis, DEA) для оцінки ефективності діяльності суб'єктів господарювання. На підставі актуальності теми й за результатами аналізу різноманітних наукових джерел, котрі розкривають теоретичні засади методу DEA слід визначити наступні цілі: дослідити концептуальні засади радіальної ефективності Фаррелла-Добреу, а також модель non-radial DEA; обґрунтувати доцільність і можливості використання конкретних методів визначення межі виробничих можливостей (production frontiers) для оцінки ефективності діяльності суб'єктів господарювання, зокрема допустимість застосування методу DEA.

Результати. Аналіз наукової літератури щодо питань оцінювання ефективності ґрунтується на параметричних (економетричні моделі), непараметричних (методи лінійного програмування, до яких відноситься метод DEA), а також класичних підходах (дослідження фінансових показників) до аналізу ефективності.

У зарубіжній практиці сучасні підходи до аналізу ефективності ґрунтуються на основі методу DEA (Data envelopment analysis - «аналіз середовища функціонування») - аналіз оболонки даних. Сутність методу DEA полягає у зіставленні фактичного показника продуктивності (продукція/ресурси) з максима-

льно можливим виходом продукції за даної кількості ресурсів. Ідея розробки даного методу належить М. Фарреллу, в розумінні якого ефективність – це відношення фактичної продуктивності підприємства до його максимально можливої продуктивності, яка визначається межею виробничих можливостей, тобто максимальною кількістю продукції, що підприємство в змозі виробити за наявної кількості ресурсів та незмінності всіх інших факторів [1].

Традиційною основою DEA є метод лінійного програмування, що дозволяє знайти оптимальне серед безлічі допустимих рішень. При цьому вирішення завдання зведене до побудови так званої межі ефективності у багатовимірному просторі змінних, що характеризують аналізований об'єкт, та визначення відносної ефективності цих об'єктів [2].

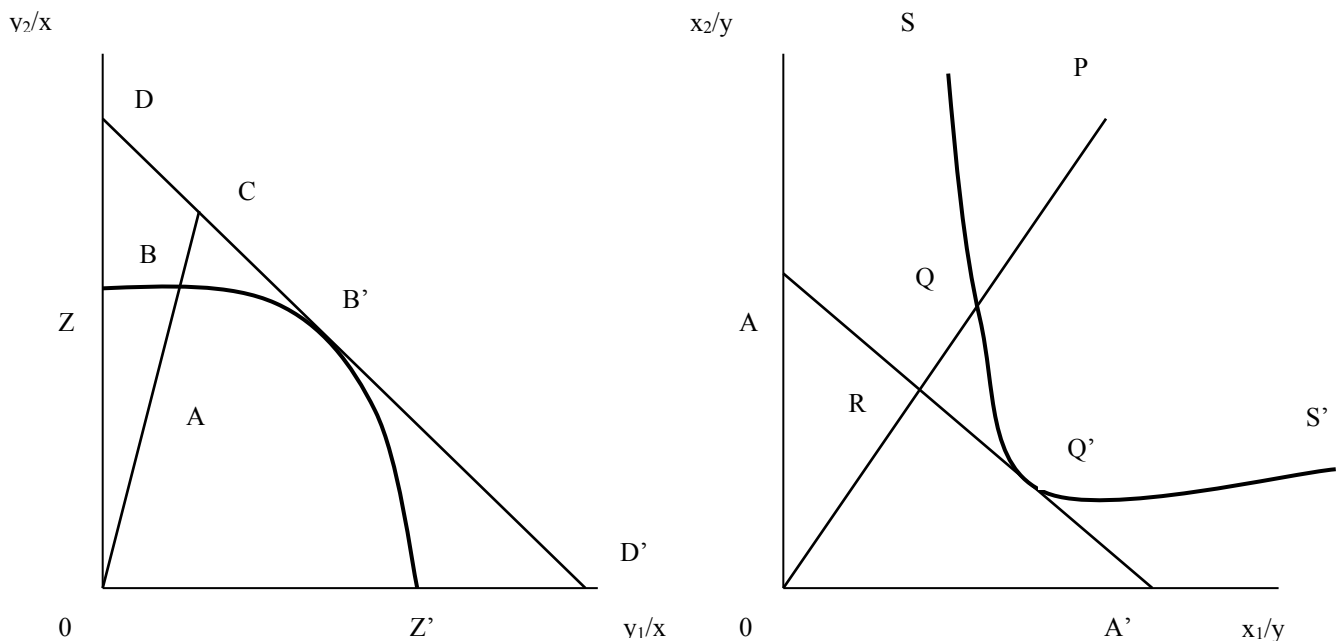
Метод DEA був розроблений для оцінки ефективності некомерційних організацій, проте науковцями було доведено ефективність його застосування, що зумовило застосування для вирішення інших задач. Міра ефективності у методі DEA показує кількість відсотків, на яку керівництво об'єкту має збільшити або зменшити вхідні або вихідні показники з метою досягнення рівня ефективності, оскільки існують інші об'єкти, реальні або гіпотетичні, що функціонують оптимально. Таким чином, DEA є не тільки методом оцінки, а також методом управління, що є особливо важливим стосовно дослідження економічної ефективності економічних систем. Також DEA можна використовувати як метод рейтингування, оскільки результатом розрахунків є підсумкове значення, що вимірюється у відсотках та дозволяє порівнювати аналізований об'єкт з іншими.

Центральним поняттям методу DEA є ефективність, тобто порівняння вхідних (ресурси, що необхідні для функціонування системи) та вихідних (продукти або надані послуги) параметрів, що мають бути пов'язані між собою.

Зарубіжні науковці виділяють дві класичні DEA-моделі, а саме: ССR та ВСС. Зокрема, ССR-модель вимірює ефективність кожного об'єкту як максимум відношення загальної суми зважених вихідних змінних до суми зважених вхідних. ССR - модель математично наближена до багатокритеріальної оптимізаційної задачі, в якій всі вхідні та вихідні змінні визначаються як декілька таких цілей, що всі вхідні змінні мінімізуються, а вихідні максимізуються від-

повідно до обмежень моделі. Таким чином, ефективність суб'єктів господарювання, функціонування яких є ефективною за методом DEA, представляють оптимальне за Парето рішення багатокритеріальної до оптимізаційної, вона також має двоїсту задачу. У зв'язку з цим, існує два варіанти обчислення DEA-моделі: оцінка ефективності, що орієнтована на вихід (output-oriented), в якій максимізуються значення вихідних змінних; оцінка ефективності, орієнтована на вхід (input-oriented), що мінімізує вхідні змінні, які характеризують наявні ресурси та витрати [2].

Слід також зазначити, що існують певні відмінності у способах проведення DEA аналізу, зокрема: можливо проводити аналіз, орієнтуючись на вхідні дані (input-oriented meashures – рис. 1) або – на вихідні дані (output-oriented meashures – рис. 2); існують DEA моделі з постійним (constant return to scale) та змінним ефектом масштабу (variable return to scale). DEA аналіз, орієнтований на вхідні дані (input-oriented meashures) відповідає на запитання: на скільки можна було б змінити використання вхідних факторів, щоб отримати такий же дохід. DEA аналіз, орієнтований на вихідні дані (output-oriented meashures) відповідає на запитання: на скільки вихідні змінні могли б бути пропорційно збільшені при незмінних використаних вхідних параметрах.



Відстань АВ (рис. 1) відображає технічну неефективність у точці А, тобто той обсяг, на який можливе збільшення випуску без додаткового залучення ресурсів, а крива ZZ' – це ефективний фронт [3]. Аналогічно, за орієнтації на скорочення ресурсів технічна неефективність виражена відстанню QP (рис. 2) і найчастіше відношенням: OA/OB – у разі розрахунку на випуск та OQ/OR – за спрямованості на ресурси [1]. За визначенням ці заходи ефективності перебувають у межах від 0 до 1. Слід зазначити, що у разі використання не радіальних вимірників, таких як найкоротша відстань від точки, у якій функціонує організація, до виробничої функції, вона не буде інваріантна до зміни одиниць вимірювання.

Ці способи визначення ефективності припускають дані виробничої функції повністю ефективною фірми, але на практиці таке трапляється вкрай рідко. Щоб її знайти, М. Фаррелль пропонує використовувати або непараметричні методи кусково-лінійної опуклої ізокванти, яка сконструйована так, що жодна зі спостережуваних точок не може лежати лівіше і нижче (підхід, орієнтований на ресурси), або спосіб пошуку параметричної виробничої функції (наприклад, Кобба–Дугласа), яка задовольняла б даними, з тими ж умовами [1]. С. Ефріет описує кілька методів математичного програмування, що дають можливість вирішити завдання пошуку кусково-лінійного ефективного фронту, але особливу увагу на ці методи звернули В. Купер і Е. Реуд [4]. Оболонковий аналіз даних (DEA) – один з ефективних способів візуалізації та аналізу даних про діяльність організації, який дає змогу на основі емпіричних даних (входів і виходів) побудувати ефективну виробничу функцію і визначити положення щодо неї окремих підприємств.

У ході оболонкового аналізу визначають: ефективний фронт (опуклу оболонку, яка складається з точок, що репрезентують найуспішніші організації); міру ефективності (відстань від фронту; для точок, розміщених на фронті, ефективність дорівнює 1, а меншою за 1 вона є для інших точок); однорідну групу (підмножину точок, найближчих до даної); ефективну мету для галузі, яка є проекцією точки на фронт [3].

Метод DEA реалізує непараметричний підхід до визначення узагальненої ефективності і ранжирування процесів й виробництв, що використовують декілька видів вхідних ресурсів для перетворення їх в певне число вихідних

характеристик. Суть цього підходу полягає в побудові областей порівняльної ефективності за емпіричними даними про функціонування різних об'єктів (процесів) [3].

Вирішення відповідних оптимізаційних завдань дають коефіцієнти ефективності, які визначають порівняльну ефективність кожного об'єкту. Межу ефективності визначають об'єкти, показник ефективності яких є максимальним. У літературі методика DEA застосовується для оцінки як одного десятка, так і для десятків тисяч об'єктів.

Метод DEA ґрунтується на використанні можливостей лінійного програмування щодо створення непараметричних поверхонь, виходячи з припущення, що всі підприємства, включені в сукупність, мають рівний доступ до однакової кількості одних і тих самих видів ресурсів. Аналіз здійснюється на підставі порівняння показника фактичної продуктивності (відношення продукції до ресурсів) по кожному господарству з максимально можливим виходом продукції за даних витрат ресурсів, при цьому за еталон береться підприємство з максимальною величиною даного показника, який визначає умовну межу виробничих можливостей. Зазначений метод може бути застосований і для визначення ефективності диверсифікації, у процесі якої спостерігається як залучення додаткових ресурсів, так і випуск додаткової, мало або зовсім не пов'язаної із основним виробництвом продукції.

М. Фаррелл висунув гіпотезу про те, що ефективність підприємства складається з двох компонентів: технічної ефективності, яка відображає можливість компанії отримувати максимальний випуск за заданого набору факторів виробництва; алокаційної, що відображає можливість фірми використовувати ресурси в оптимальних пропорціях за відповідними цінами. Ці два вимірники комбінують, щоб отримати показник сукупної економічної ефективності. Таке визначення рівня ефективності припускає, що виробнича функція досконала ефективної фірми відома. На практиці все складніше, і ефективну ізокванту слід будувати на основі даних вибірки. Фаррелл припустив використання: 1) непараметричних кусково-лінійних вигнутих ізоквант, побудованих таким чином, що жодна з оцінюваних точок не розташована зліва або нижче від неї; 2) параметричної функції, наприклад Кобба–Дугласа, яка знову ж таки припу-

скає, що жодна з оцінюваних точок не розміщена зліва або нижче від ізокванти [2].

Вибір методу DEA визначається тим, що він є непараметричним методом, що не вимагає явної специфікації функціональних зв'язків між витратами і продукцією та статистичним розподілом неефективності, на відміну від інших методів бенчмаркінга, не вимагає припущень про тип поведінки об'єктів дослідження й дозволяє визначати ефективні і неефективні виробництва, обчислювати кількісну міру ефективності, будувати ефективну гіперповерхню, знаходити еталонні (ефективні) виробничі об'єкти. Окрім цього, даний метод припускає одночасне використання як вартісних, так і натуральних величин, що дозволяє узагальнювати численні різномірні вхідні і вихідні параметри.

Одним із найбільш вдалих розширень DEA стала модель суперефективності, в якій усувається недолік більшості DEA моделей – обмеження значень ефективності інтервалом $[0,1]$, тобто виконується повне ранжування всіх об'єктів дослідження, кожен з яких отримує своє, відмінне від інших, значення ефективності. Розглядаючи input-орієнтовану лінійну модель суперефективності з постійним ефектом масштабу, слід зазначити, що необхідна і достатня умова нездійсненності полягає в появі нульових значень у предметній сфері, тобто наявності нульових ресурсів. Таким чином, уникнути нездійсненності аналізованих моделей можна, виключивши з розгляду нульові або близькі до нуля значення вхідних ресурсів і вихідних продуктів.

Визначення економічної ефективності за методом DEA відбувається шляхом аналізу використання ресурсів, які представлені масивом вихідних даних у кількісному та вартісному виразі. Даний метод надає можливість розглядати економічну ефективність господарювання підприємств з двох сторін: використання мінімальної кількості ресурсів для виробництва одиниці продукції; раціонального їх вибору за критерієм мінімізації витрат на одиницю продукції завдяки принципу взаємозамінності виробничих ресурсів та залученні у виробництво більш дешевих аналогів. Ефективність виробництва у першому випадку знаходить вираження у показнику технічної ефективності, який відображає технологічний рівень виробництва, у другому – аллокативної ефективності, яка вказує наскільки раціональним є використання власних ресурсів підприємства.

Алгоритмічною основою методу DEA є метод лінійного програмування. Метою DEA ґрунтується на побудові непараметричної охоплюючої границі над даними точками, таким чином, щоб всі спостережувані точки лежали нижче або на кривій граничної ефективності. Метод аналізу середовища функціонування DEA базується на апараті математичного програмування і широко застосовується для порівняння вхідних і результуючих показників діяльності множини однорідних об'єктів досліджень шляхом оцінки їх відносної ефективності. Однак, традиційні методи DEA, такі як ССР та ВСС, вимагають точного вимірювання як вхідних, так і вихідних показників моделі. Проте, на практиці значення вхідних і вихідних величин часто є невизначеними або неточними. І навпаки, отримана неточна оцінка ефективності суб'єктів господарювання може бути результатом неточної, неповної, нечислової або недоступної вхідної інформації. Це може бути пов'язано з помилками вимірювання, зі спотворенням економічного сенсу та значень деяких показників через недосконалість існуючої системи обліку й моніторингу, з обмеженістю і неповнотою інформаційної бази через небажання керівників достатньо повною мірою та об'єктивно надавати інформацію щодо стану об'єкту, що досліджується. Наведені неточності ставлять під сумнів обґрунтованість результатів оцінювання ефективності суб'єктів господарювання на основі даного методу.

У науковій літературі висвітлюються різноманітні нечіткі методи для боротьби з неточністю і невизначеністю даних в DEA. Серед них одним з найперспективніших для використання є DEA з нечіткими параметрами, що запропонована А. Хатамі-Марбіні, С. Сааті та М. Тавана. В даному підході невизначеність представляється у задачі лінійного програмування за допомогою нечітких коефіцієнтів і типова модель ССР з нечіткими коефіцієнтами для розрахунку показника ефективності P -го суб'єкта господарювання θ_p приймає вигляд:

$$\max \theta_p = \sum_{r=1}^s u_r \tilde{y}_{rp}, \quad \text{за умови, що}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^m v_i \tilde{x}_{ip} = 1, \\
& \sum_{r=1}^s u_r \tilde{y}_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i \tilde{x}_{ij} \leq 0, \forall j, \\
& u_r, v_i \geq 0, \forall r, i.
\end{aligned} \tag{1}$$

де u_r і v_i ($r=1, \dots, s, i=1, \dots, m$) є чіткими рішеннями змінних.

Нечітка модель DEA може бути використана для вирішення всіх видів нечітких форм числа. Якщо нечіткі коефіцієнти моделі (1) вважаються трикутними нечіткими числами і, якщо $\tilde{x}_{ij} = (x_{ij}^a, x_{ij}^m, x_{ij}^b)$ та $\tilde{y}_{ij} = (y_{ij}^a, y_{ij}^m, y_{ij}^b)$, то модель (2) прийме вигляд

$$\begin{aligned}
\max \theta_p &= \sum_{r=1}^s u_r (y_{rp}^a, y_{rp}^m, y_{rp}^b), \quad \text{за умови, що} \\
& \sum_{i=1}^m v_i (x_{ip}^a, x_{ip}^m, x_{ip}^b) = 1, \\
& \sum_{r=1}^s u_r (y_{rj}^a, y_{rj}^m, y_{rj}^b) - \sum_{i=1}^m v_i (x_{ij}^a, x_{ij}^m, x_{ij}^b) \leq 0, \forall j, \\
& u_r, v_i \geq 0, \forall r, i.
\end{aligned} \tag{2}$$

Слід зазначити, що нечітка модель DEA включає в себе кілька обмежень, що є лінійними нечіткими нерівностями (рівностями), і тому при знаходженні розв'язків вимагає порівняння двох нечітких чисел. Загалом застосування інструментарію нечітких чисел в моделі дозволяє уникнути основного недоліку методу DEA – чутливості до статистичних шумів, а також до невеликих змін в даних і в специфікації моделі, – що забезпечує, в свою чергу, отримання стійких, статистично обґрунтованих та адекватних результативних оцінок ефективності діяльності суб'єктів господарювання.

Доцільно також відзначити, що ефективність, на думку Фаррелла-Дебреу належить до класу радіальних ефективностей, що базуються на лінійній технологічній прямій, що ототожнюється з прямою, яка поєднує початок системи координат з пунктом, що піддається аналізу. На цій прямій лежать різні комбінації витрат, необхідні для отримання певних результатів. На рис. 3.

представлено ілюстрація ефективності, яка є видом ефективності, що зорієнтована на витрати [1].

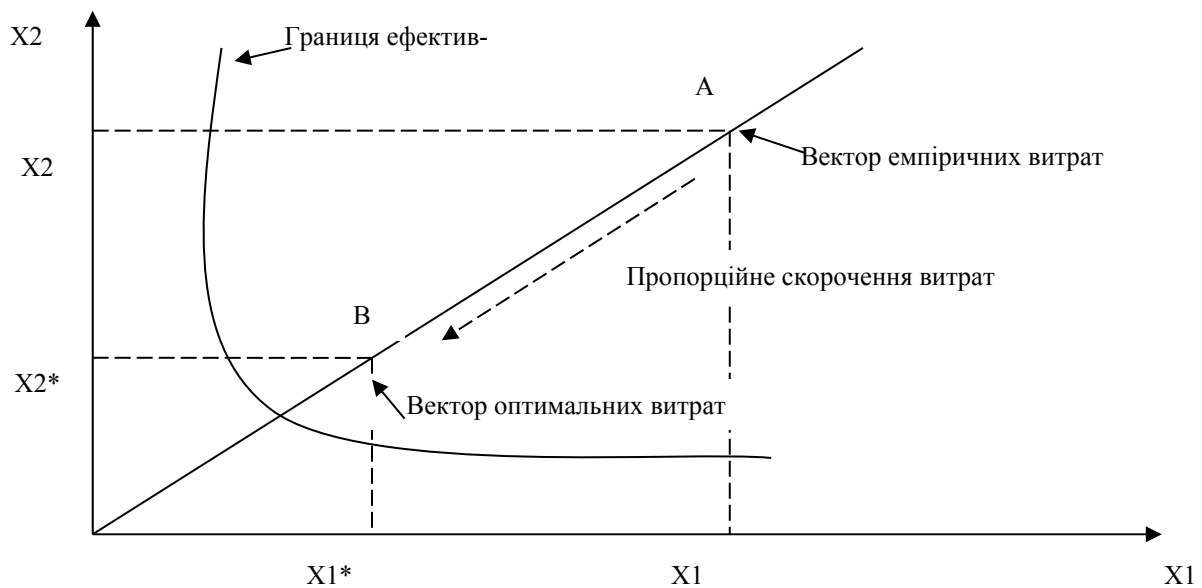


Рис. 3. Радіальна ефективність Фаррелла-Дебреу

На рис.1 представлено витрати X_1 , X_2 , що використовуються з метою отримання результату Y . Об'єкт, що знаходиться в пункті A з витрат X_1 та X_2 може отримати результат Y . Пункт B означає ефективний об'єкт. Цей об'єкт може створити результат Y при меншому використанні двох витрат, ніж об'єкт A . В об'єктах A і B використовується в таких самих пропорціях, оскільки їх технології лежать на лінійному технологічному промені.

Визначення ефективності технології в розумінні Фаррелла-Дебреу полягає у знаходженні мінімальної вартості параметру θ такої самої для всіх витрат, так званого коефіцієнта рівня витрат, що дає можливість пропорційного зменшення витрат, так, щоб результат залишився на тому самому рівні. Цей коефіцієнт визначає, яку кратність фактичних витрат аналізованого об'єкту повинна була б використати спільна технологія сукупності об'єкту для отримання фактичних результатів досліджуваного об'єкта.

В стандартних варіантах методу DEA передбачається певна взаємодоповнюваність між витратами, що одночасно виключає можливість їх заміни (Charnes, Cooper, Rhodes 1978). Це спричинене наявністю єдиного показника

технологічної ефективності для всіх витрат, згідно з ідеєю технологічної ефективності, сформульованої Фарреллом-Дебреу. Визначення технологічної ефективності в розумінні Фаррелла-Дебреу зводиться до визначення коефіцієнта ефективності, що дає можливість максимально пропорційного зменшення витрат чи підвищення результатів [3] по технологічній прямій до рівня, при якому надалі можливе отримання визначених результатів.

З економічної точки зору попереднє припущення є надто абстрагованим, оскільки в реальній економіці маємо загалом справу з визначеною заміною витрат. Щоб ліквідувати цю незручність пропонується застосування моделі non-radial DEA, запропоновану Дисоном і Танассоулісом (1992), що є модифікацією стандартних моделей DEA, зокрема моделі ССR. Вона полягає на врахуванні для окремих витрат часткового коефіцієнта.

Модель non-radial DEA можна записати наступним чином:

$$\bar{e}_0 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N e_{no} \rightarrow \min, \quad (3)$$

при обмеженнях:

$$\sum_{j=1}^J Y_j \lambda_{oj} \geq Y_0 \quad \text{для } j=1, \dots, J, \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^J K_j \lambda_{oj} \leq e_{ko} K_o \quad \text{для } n=1, \dots, N, \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^J L_{nj} \lambda_{oj} \leq e_{lo} L_{no} \quad \text{для } n=1, \dots, N, \quad (6)$$

$$\lambda_{oj}, e_{ko}, e_{lo} \geq 0 \quad \text{для } j=1, \dots, J; n=1, \dots, N, \quad (7)$$

де:

Y_j – величина РКВ в j -тому регіоні/підприємстві (млн. грн.); K_j – розмір матеріального капіталу в j -тому регіоні/підприємстві (млн. грн.); L_j – кількість працюючих в j -тому регіоні/підприємстві (тис. ос.); λ_{oj} – коефіцієнти комбінації спільної технології досліджуваної групи регіонів/підприємств; e_{ko} – оптимальний коефіцієнт витрат матеріального капіталу в економіці o -того регіону/підприємства; e_{lo} – оптимальний коефіцієнт витрат фактора праці в економіці o -того регіону/підприємства; \bar{e}_0 – середня вартість ефективності витрат матеріального капіталу і фактора праці в o -тому регіоні/підприємстві.

Коефіцієнт e_0 варто інтерпретувати як показник технологічної ефективності o -того регіону/підприємства з погляду на дані витрати. Його значення визначає відсоток, до якого повинні бути зменшені ці витрати в економіці o -того регіону/підприємства, щоб економіка отримала 100% ефективності з погляду на дані витрати.

Модель non-radial DEA дає можливість визначити не тільки показники ефективності окремих витрат, але також дає інформацію про необхідне скорочення витрат в неефективних економіках, що дало б можливість досягнення 100%-ї технологічної ефективності щодо решти економік в даній групі. Дане скорочення витрат пов'язане загалом зі зміною структури витрат. В результаті чого, при переході від вектора емпіричних витрат до вектора оптимальних витрат необхідним є скорочення між витратами. Під скороченням витрат варто розуміти зменшення одних витрат з погляду на зростання інших чи більш інтенсивне зменшення одних витрат при повільнішому спаданні других. Ідею субституції, прийнятої на потреби даного дослідження, представлено на рис. 4.

На рис. 4 представлено зменшення витрат в моделях non-radial (нелінійній) ефективності. Криві T і T^* є схематичним зображенням витрат відповідно для емпіричної технології і оптимальної (визначеної). Крива витрат для оптимальної технології була визначена економіками, що характеризуються найвищою технологічною ефективністю в досліджуваній групі економік.

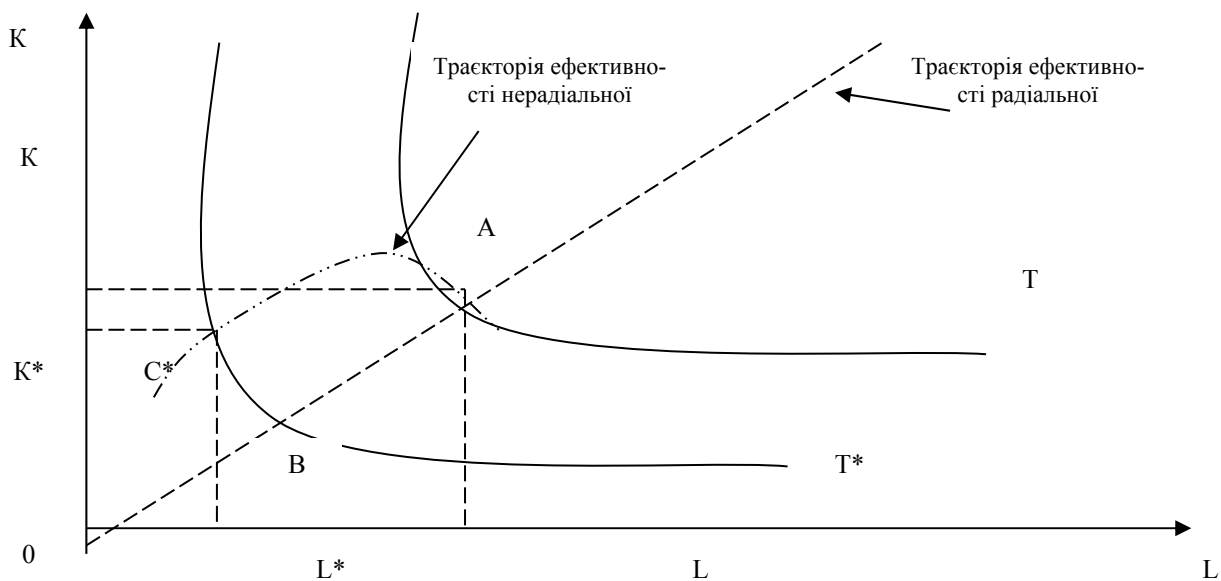


Рис. 4. Схематичне зображення ефективності у моделі non-radial DEA

Представлений на графіку пункт A відповідає вектору оптимальних емпіричних витрат, а пункт B вектору оптимальних витрат в моделях радіальної ефективності, натомість пункт C відповідає вектору оптимальних витрат в моделях нерадіальної ефективності. Символом $(*)$ визначено комбінацію витрат в оптимальній технології. В свою чергу L і K – це відповідно витрати праці і матеріального капіталу.

В моделях з нерадіальною ефективністю скасовується припущення, що стосується однорідності показників ефективності для всіх витрат, а отже пропозиції скорочення показників всіх витрат вздовж технологічного променя. Тому якщо часткові показники ефективності для окремих витрат відрізняються, то при переході від вектора емпіричних витрат до вектора оптимальних (на рис. 4 переміщення з пункту A до пункту C) необхідною є заміна структури витрат. Якщо, в свою чергу, у вирішенні завдання нерадіальної DEA часткові показники ефективності будуть ідентичні, то варто залишити попередню пропозицію витрат, оскільки вона є оптимальною.

В даній статті розглянемо випадок ситуації витрат. Нижче описано ідею заміни витрат в розумінні методу DEA. Подані символи e_k і e_l є показниками часткової технологічної ефективності відповідно фактора матеріально-

го і праці, отриманими з вирішення завдання не радіальної ефективності DEA, описаної умовами (8) – (12). Заміна витрат виступає тоді, коли часткові показники ефективності відрізняються:

$$e_k \neq e_l. \quad (8)$$

Вектор витрат оптимальної технології можна представити як продукт вектора емпіричних витрат і показників технологічної ефективності, записаної в (9).

$$T^* = \frac{K^*}{L^*} = \frac{K_{e_k}}{L_{e_l}}, \quad (9)$$

де:

$$\frac{K^*}{L^*} = S^*_{k(l)} \quad (10)$$

означає структуру оптимальних витрат,

$$S^*_{k(l)} = \frac{K}{L} \quad (11)$$

означає структуру емпіричних витрат, а

$$Z_{l(k)} = \frac{e_l}{e_k} \quad (12)$$

є позначенням показника заміни праці через матеріальний капітал через перехід від вектора витрат при емпіричній технології, до вектора витрат при оптимальній технології. Якщо показник (12) приймає значення 1, то витрати праці і матеріального капіталу є взаємодоповнюваними. Натомість коли показник $Z_{l(k)}$ є іншим, ніж 1, то витрати є замінними.

Для більшої кількості витрат можливим є застосування коефіцієнта сукупної заміни витрат. Нижче запропоновано коефіцієнт заміни, що є середньою геометричною показників записаної субституції в (13):

$$\bar{Z} = \sqrt[n]{Z_{n(m)1} Z_{n(m)2} \dots Z_{n(m)N}}, \quad n, m = 1, \dots, N; \quad m \neq n, \quad (13)$$

де:

$Z_{n(m)}$ є показником заміни n -их витрат m -ми.

Так визначений показник сукупної заміни витрат приймає вартість, що дорівнює 1, тоді як всі витрати є взаємодоповнювані і немає між ними заміни. Натомість він є тим більший від 1, чим вищим є рівень сукупної заміни в

рамках цілого вектора витрат, необхідної при переході від вектора емпіричних витрат до вектора оптимальних витрат.

Таким чином, доцільно виокремити основні переваги застосування методу DEA при дослідженні економічної ефективності економічних систем, зокрема: можливість оцінки ефективності з врахуванням використання різних видів ресурсів та випуску продукції, що дозволяє уникнути одноваріантності розрахунків; можливість визначення оптимальної кількості необхідних ресурсів і/або обсягу виробництва продукції, яких необхідно досягти для отримання максимальної ефективності за різних варіантів виробничої діяльності (за даних умов); можливість на основі досліджуваної інформації, своєчасно виявляти можливі напрями для підвищення ефективності економічних систем; проблема нормування вхідних та вихідних даних вирішується в процесі вирішення задачі лінійного програмування; об'єктами аналізу можуть бути об'єкти, що мають значну кількість різноманітних ресурсів на вході та виході; широке коло застосування.

Проте, слід також відмітити певні недоліки імплементації методу DEA, а саме: високий ступінь спотворення результатів через помилковість чи неточність статистичної інформації та специфіку набору параметрів оцінювання; значні похибки щодо достовірності оцінок у разі формування невеликої кількості об'єктів спостереження та/або великого масиву параметрів, за якими здійснюється оцінювання; неповнота та несвоєчасність інформаційного забезпечення (масштаби діяльності виробничої та невиробничої сфер; ресурсний потенціал по всіх видах ресурсів; розміри інвестиційної діяльності; основні економічні результати; основні соціальні показники; надходження коштів до місцевих бюджетів) про особливості функціонування досліджуваних економічних систем; складність вибору вхідних та вихідних ресурсів, від варіації яких може значно змінюватись результат; не можна порівнювати об'єкти, що ведуть різну діяльність; внаслідок обраної комбінації вхідних та вихідних ресурсів декілька об'єктів оцінки можуть отримати однакове значення ефективності.

Висновки. Використання DEA для дослідження ефективності суб'єктів господарювання і її часових змін є прикладом нового застосування цього методу в дослідженнях, які до цього часу найчастіше проводились,

базуючись на економетричних моделях. До найвагоміших переваг методу DEA відносимо невеликі вимоги щодо кількості статистичних спостережень. Особливо, здійснення вимірювання економічної ефективності, базуючись на методі DEA зумовлює необхідність інформаційного забезпечення про функціональні залежності, які виступають між витратами та результатом – що ототожнюється з функцією виробництва. Тому результати не будуть обтяжені потенційною помилкою, що виникає з недостатнього пристосування моделі до емпіричних даних чи неможливості забезпечити довгі часові межі.

Досліджені та проаналізовані теоретичні засади методу DEA будуть покладені в основу майбутніх наукових досліджень щодо розроблення алгоритму оцінювання вітчизняних підприємств з допомогою даного методу.

Література

1. Farrell M. J. (1957): The measurement of productive efficiency, Journal of the Royal Statistical Society, Series A, 120, pp. 253-281.
2. Charnes, A. Measuring the efficiency of decision making units / A. Charnes, W. W. Cooper, E. Rhodes // European Journal of Operational Research. – 1978. – Vol. 2. – Pp. 427–444.
3. Subhash C. Ray. Data Envelopment Analysis: Theory and Techniques for Economics and Operations Research / Subhash C. Ray // Cambridge University Press – 2004 - 358 p. (DEA - 82, efficiency - 245).
4. Charnes A. Measuring the efficiency of decision making units / A. Charnes, W. Cooper, E. Rhode // European Journal of Operating Research / Coordinating editor R. S. Lowinski. – 1978. – № 2. – P. 429–444.
5. Data envelopment analysis software : [Електронний ресурс для онлайн-розрахунків виробничої ефективності методом DEA]. – Режим доступу : <http://www.deaos.com>.