

## РОЗДІЛ 3

### Макроекономічні механізми

#### Моделювання та ідентифікація динамічного міжгалузевго балансу макроекономічної системи

О. М. НАЗАРЕНКО<sup>i</sup>, О. О. КОСТИЛЕНКО<sup>ii</sup>

У статті розглянуто процес побудови моделі міжгалузевго балансу макроекономічної системи. Запропоновано методику визначення періоду коливань макроекономічної динаміки, а також встановлення взаємозв'язку між числом значущих гармонік та кількістю секторів. Даний підхід базується на декомпозиції (специфікації та ідентифікації) траєкторій руху випусків та невиробничого споживання окремих секторів і економіки в цілому. Це дає змогу отримати якісні імітаційні та прогнозні характеристики макроекономічного розвитку. Невиробниче споживання знаходилось за допомогою оберненого зв'язку. Невідомі матриці моделі Леонтьєва оцінені з обмеженнями-нерівностями на параметри. Апробація моделі проведена на прикладі економіки Франції. Зроблено аналіз вхідної інформації та поділ макроекономічної системи на сектори. Проведена параметрична ідентифікація траєкторій випусків та невиробничого споживання.

*Ключові слова:* гармонічні хвилі, ідентифікація, прогнозування, рафінування, специфікація.

УДК 330.44

JEL коди: E16

**Вступ.** Сучасна економіка є відкритою системою, яка побудована на прямих і зворотних, горизонтальних і вертикальних зв'язках, і може успішно розвиватися лише при наявності ефективного управління цими зв'язками на макро- і мікро- рівнях. Тому виникає необхідність у комплексній перспективній оцінці впливу найважливіших факторів на динаміку і структуру виробництва. Розв'язання цієї задачі має спиратися на системний підхід, який передбачає застосування математичних методів та економіко-математичного моделювання. Значення математичного моделювання як методу досліджень визначається тим, що модель являє собою концептуальний інструмент, орієнтований на аналіз та прогнозування динамічних процесів.

Особливе місце в макроекономіці займає розроблена В.Леонтьєвим модель міжгалузевго балансу [1]. Реальна рівновага на ринку можлива лише при збігу очікувань виробників і споживачів. Однак на практиці рівновага досягається рідко, оскільки в економіці неминучі кризи. І навіть, незважаючи на це, можна стверджувати, що необхідність у балансовому методі очевидна.

<sup>i</sup> Назаренко Олександр Максимович, кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри моделювання складних систем Сумського державного університету;

<sup>ii</sup> Костиленко Олена Олексіївна, студентка факультету електроніки та інформаційних технологій Сумського державного університету.

© О. М. Назаренко, О. О. Костиленко, 2014



**Постановка проблеми.** Функціонування багатогалузевого господарства вимагає балансу між окремими галузями. Кожна галузь, з одного боку, є виробником власної продукції, а з іншого боку – споживачем продукції, що випускається іншими галузями. Як наслідок, виникає досить непроста задача встановлення взаємозв'язку між окремими галузями через випуск і споживання продукції різних видів.

Будемо виходити з динамічної моделі міжгалузевого балансу В. Леонт'єва [1]:

$$\mathbf{x}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{u}(t), \quad (1)$$

де  $\mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))'$  і  $\mathbf{u}(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t))'$  – вектор-стовпці валових випусків і невиробничого споживання  $n$  галузей;  $A$  – матриця прямих витрат,  $B$  – матриця приростних капіталовкладень.

З економічної точки зору співвідношення (1) показує поділ вектора валових випусків (а отже, і кожної з його компонент) на три частини:  $A\mathbf{x}(t)$  – поточне виробниче споживання, включаючи амортизацію;  $B\dot{\mathbf{x}}(t)$  – капітальні витрати на розширення виробництва;  $\mathbf{u}(t)$  – кінцеве (невиробниче) споживання.

Диференціальне рівняння (1) необхідно доповнити граничною умовою

$$\mathbf{x}(t_*) = \mathbf{x}_*. \quad (2)$$

Тут момент часу  $t_*$  вибирається в залежності від мети дослідження.

При практичних дослідженнях матриці  $A, B$  і вектор граничних значень  $\mathbf{x}_*$  заздалегідь невідомі. Тому виникає проблема їх параметричної ідентифікації. Для цього у відповідності з методикою, запропонованою в [2], розіб'ємо відрізок  $[t_0, t_f]$  на два проміжки  $[t_0, t_*)$  і  $[t_*, t_f]$ . Проміжок  $[t_0, t_*)$  будемо називати періодом ідентифікації (базовим), припускаючи, що в його цілочисельних точках існує статистична інформація  $\{\mathbf{x}_t\}$  і  $\{\mathbf{u}_t\}$  відносно випусків і невиробничого споживання секторів ( $t = 1, 2, \dots, N$ ). А проміжок  $[t_*, t_f]$  – періодом прогнозування, припускаючи, що  $t_f - t_* \ll N$ . При такому підході гранична умова (2) виконується в першій цілочисельній точці періоду прогнозування. Тоді за умови стаціонарності моделі вектор  $\theta$  параметрів, на які буде налаштована модель на проміжку ідентифікації, в силу інерційності динамічної системи можна перенести на період прогнозування [3].

Розв'язуючи задачу Коші (1), (2) необхідно специфікувати вектор фазових координат  $\mathbf{x}(t)$  та оцінити невідомі коефіцієнти, що виникатимуть в процесі специфікації.

У даній роботі вектор  $\mathbf{u}$  будемо розглядати в якості вектору керувань, який подається на вхід динамічної системи і за його допомогою можна вирішувати проблему специфікації випусків секторів та здійснювати керування їх рухом. Пропонується моделювати розв'язки задачі Коші (1), (2), а конструювання закону керування здійснювати за допомогою регулюючого пристрою, і таким чином переводити досліджуваний об'єкт із початкового стану  $\mathbf{x}_0$  в момент часу  $t_0$  в кінцевий стан  $\mathbf{x}_*$  у момент час  $t_*$ . Регулятор повинен реалізувати найважливішу ідею теорії керування – принцип оберненого зв'язку, який вказує на те, щоб вектор невиробничого споживання

$\mathbf{u}$  в кожний момент часу був функцією випусків та їх похідних:

$$\mathbf{u}(t) = P\mathbf{x}(t) - B\dot{\mathbf{x}}(t), P = E - A. \quad (3)$$

У даній роботі регулятор буде складатись з двох пристроїв, які у будь-який момент часу  $t$  формують сумарні значення фазових координат (випусків секторів) і керувань (невиробничого споживання секторів):

$$x(t) = \sum_{m=1}^n x_m(t), u(t) = \sum_{m=1}^n u_m(t). \quad (4)$$

Тоді, якщо модельні траєкторії  $\mathbf{x}(t)$  і  $\mathbf{u}(t)$  налаштовані на високі імітаційні та прогностні властивості, то, очевидно, і сумарні траєкторії (4) повинні мати такі ж властивості.

У рівнянні руху (3) невідомими є не лише матриці  $A$  і  $B$ , а й розмірність  $n$  фазового простору. Крім того, не специфікованими залишаються компоненти фазового вектора  $\mathbf{x}$  і керування  $\mathbf{u}$ .

**Метою** дослідження є специфікація та ідентифікація траєкторій руху випусків і невиробничого споживання секторів таким чином, щоб вони були налаштовані на високі імітаційні та прогностні властивості. Для цього в процесі специфікації необхідно виявити гармонічні хвилі, характерні для даної макроекономічної системи та встановити її оптимальний поділ на сектори й оцінити структурні матриці  $A$  і  $B$ .

**Результати дослідження.** За аналогією з відомими методами аналізу часових рядів [3] будемо припускати, що траєкторія руху динамічної системи подається адитивною комбінацією її складових. Тенденцію розвитку будемо характеризувати лінійним трендом, а коливальний процес описувати лінійною комбінацією гармонік із деякими частотами. Як показують практичні дослідження макроекономічних систем [2; 3], перевірка статистичних тестів [4] вказує на те, що трендова та періодична складові корелюють між собою. Це означає, що траєкторії фазових координат можуть бути знайдені після оцінювання регресійної моделі

$$\mathbf{x}_t - \bar{\mathbf{x}} = \mathbf{b}(t - \bar{t}) + \sum_{k=1}^{n-1} (\mathbf{a}_k \cos \omega_k t + \mathbf{b}_k \sin \omega_k t) + \mathbf{v}_t, t = \overline{1, N}, \omega_k = \frac{2\pi k}{N}, \quad (5)$$

де  $\omega_k$  – частота  $k$ -ї гармоніки;  $\mathbf{a}_k, \mathbf{b}_k (k = \overline{1, n-1})$  – вектори невідомих коефіцієнтів розкладу в обрізаний ряд Фур'є;  $\mathbf{v}_t$  – вектор випадкових збурень.

Визначення періоду  $T$  коливань даної системи і встановлення частот із спектра, наведеного в (5), на які налаштовані гармонічні хвилі, можна здійснювати за допомогою першого пристрою регулятора (4), що обчислює випуск всієї макроекономічної системи. Для валового випуску складається регресійна модель, аналогічна (5), і за допомогою критерію Стьюдента виділяються значущі гармоніки, що розповсюджуються у даній макросистемі. Між числом таких гармонічних хвиль і кількістю секторів, на які необхідно ділити економіку країни, встановлюється взаємно-однозначний зв'язок. Як відомо [5], в макроекономічних системах можуть розповсюджуватись хвилі Кондратьєва ( $k = 1$ ), Кузнеця ( $k = 3$ ) і Жугляра ( $k = 6$ ); крім того в окремих випадках можуть бути присутні також інші гармоніки (довгі або

короткі). Тому на практиці, як правило, кількість секторів  $n \geq 5$ .

Процес виділення значущих гармонічних хвиль необхідно проводити сумісно з визначенням періоду коливань  $T$ . Якщо частоти коливань належать спектру (5), то бажано покласти  $N = T$ . Оптимальне значення  $N$  підбираємо враховуючи поведінку досліджуваної системи поза періодом ідентифікації [1,  $N$ ]. Оскільки статистичні дані на періоді прогнозування нам невідомі, то використовуємо відому статистичну інформацію, що передує моменту  $t_0$ . При такому підході ми припускаємо, що існує статистична інформація відносно випусків і невиробничого споживання в декількох точках, що лежать лівіше  $t_0$ . Якщо модельна траєкторія коливань валового випуску при  $t \leq 0$  змінюється в напрямку статистичних даних, то гіпотеза  $N = T$  підтверджується.

Нехай за допомогою екстраполяції назад, ми ідентифікували період коливань і, отже, встановили оптимальний період ідентифікації [1,  $N$ ]. При цьому нами виділені  $n-1$  значущих гармонік, що розповсюджуються у даній системі і, отже, визначена оптимальна розмірність  $n$  фазового простору.

Специфікація компонент  $\mathbf{x}$  проводиться при заданому значенні  $n$ . При поділі множини  $\mathbf{x}$  на підмножини  $x_1, x_2, \dots, x_n$  необхідно враховувати фізичну сутність цих підмножин та їх значущість у загальній масі. Якщо фазові координати вибрані, то припускаємо, що властиві їм гармонічні коливання налаштовуються на частоти (5).

Оцінювання регресійної моделі (5) дає наступні МНК-оцінки невідомих векторів:

$$\hat{\mathbf{b}} = \frac{\frac{2}{N} \sum_{t=1}^N \{(\mathbf{x}_t - \bar{\mathbf{x}})(t + \sum_k (\text{ctg}(\frac{\omega_k}{2} \sin \omega_k t - \cos \omega_k t))\}}{\frac{N^2 - 1}{6} - \sum_k \frac{1}{\sin^2 \frac{\omega_k}{2}}}, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_t = \mathbf{x}_t - \bar{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{b}}(t - \bar{t}), \quad (6)$$

$$\hat{\mathbf{a}}_k = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N \mathbf{x}_t \cos \omega_k t - \hat{\mathbf{b}}, \quad \hat{\mathbf{b}}_k = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N \mathbf{x}_t \sin \omega_k t + \hat{\mathbf{b}} \text{ctg} \frac{\omega_k}{2}, \quad \hat{\mathbf{c}}_k = \sqrt{\hat{\mathbf{a}}_k^2 + \hat{\mathbf{b}}_k^2}.$$

Аналіз (6) показує, що тренди випусків секторів і гармонічні хвилі, які можуть розповсюджуватись у даній макросистемі, корелюють між собою. Якщо ідентифіковані тренди фазових координат, то перевірку значущості гармонік можна проводити в рамках регресійної моделі коливань

$$\boldsymbol{\varepsilon}_t = \sum_k (\mathbf{a}_k \cos \omega_k t + \mathbf{b}_k \sin \omega_k t) + v_t. \quad (7)$$

Рафіновану модель коливань  $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$  навколо відповідних трендів (відкинуті всі незначущі МНК-оцінки) екстраполюємо назад на проміжок  $t \leq 0$  і перевіряємо відповідність статистичним значенням  $\boldsymbol{\varepsilon}_t$  ( $t = 0, -1, \dots$ ). Якщо перевірка нас задовольняє, то можуть бути прийнятними і модельні траєкторії руху випусків секторів

$$\mathbf{x}(t) = \bar{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{b}}(t - \bar{t}) + \sum_k (\hat{\mathbf{a}}_k \cos \omega_k t + \hat{\mathbf{b}}_k \sin \omega_k t). \quad (8)$$

Апроксимаційні властивості отриманих модельних кривих будемо описувати за допомогою коефіцієнтів детермінації  $R^2$ . Коефіцієнти детермінації лінійних трендів

випусків секторів обчислюються за формулою:

$$R_{\text{тр}}^2 = \hat{\mathbf{b}}^2 \frac{(N^2 - 1)}{12} N \left/ \sum_{t=1}^N (\mathbf{x}_t - \bar{\mathbf{x}})^2 \right., \quad (9)$$

а частка дисперсії  $k$ -ї гармоніки у загальній дисперсії коливань випусків секторів становить (гармонічні хвилі не корелюють між собою [5]):

$$R_k^2 = \frac{N}{2} \hat{c}_k^2 \left/ \sum_{t=1}^N \varepsilon_t^2 \right. . \quad (10)$$

Якщо не влаштовують імітаційні властивості модельних кривих (8), то робимо іншу специфікацію фазових координат і переоцінювання відповідних регресійних моделей. Результатом рафінування моделей (5), (7) повинна бути якісна апроксимація статистичних даних  $\{x_t\}$  і  $\{\varepsilon_t\}$  сумарними траєкторіями  $\{x(t)\}$  і  $\{\varepsilon(t)\}$ , які моделює перший пристрій регулятора згідно першого балансового співвідношення (4).

Регресійну модель для вектора керувань  $\mathbf{u}(t)$ , враховуючи (3), запишемо у вигляді

$$\mathbf{u}_t - \bar{\mathbf{u}} = P(\mathbf{x}(t) - \bar{\mathbf{x}}) - B(\dot{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{b}}) + \mathbf{r}_t, \quad (11)$$

де  $\mathbf{r}_t$  – вектор випадкових збурень.

Якщо отримані МНК-оцінки  $\hat{P}$  і  $\hat{B}$ , то модельні траєкторії невиробничого споживання вибраних секторів обчислюються за формулою

$$\mathbf{u}(t) = \hat{P}\mathbf{x}(t) - \hat{B}\dot{\mathbf{x}}(t). \quad (12)$$

Адекватність кривих (12) статистичним даним перевіряємо за допомогою коефіцієнтів детермінації, а також другого пристрою регулятора, який моделює траєкторію сумарного невиробничого споживання згідно другої балансової рівності (4). Якщо властивості кривих невиробничого споживання нас не влаштовують – розглядаємо заново специфікацію компонент випуску, скорегувавши поділ макроекономічної системи на сектори. Ітераційний процес продовжується доки макроекономічна система не налаштується на характерні для неї гармонічні хвилі й, як наслідок, будуть забезпечені високі імітаційні та прогнозні властивості траєкторій випусків і невиробничого споживання секторів, а отже, і економіки в цілому.

**Апробація побудованих алгоритмів.** Моделювання міжгалузевого балансу проводилося на базі статистичних даних макроекономічного розвитку Франції [6]. Розділимо макроекономічну систему Франції на  $n$  секторів. Тоді координатами фазового вектора  $\mathbf{x}$  моделі є валові випуски продукції секторів, а координати вектора керувань  $\mathbf{u}$  – кінцеві споживчі витрати на продукцію відповідної галузі. Чисельний експеримент дозволив встановити оптимальне значення об'єму вибірки  $N = 50$ , при цьому 1960-2009 рр. – період ідентифікації, 2010-2011 рр. – період прогнозування. Аналіз залежності розмірності  $n$  фазового простору від рівня значущості  $\alpha$  показує, що при  $\alpha = 0,005$  економіку Франції необхідно ділити на 5 секторів. Тому розглядаємо п'ятисекторну макроекономічну систему. Дослідження показали, що у якості п'яти

секторів можна вибрати наступні: промисловість та сільське господарство; будівництво та транспорт; фінансовий сектор і нерухомість; комунікації та наука; сфера послуг. Аналіз отриманих результатів свідчить, що вказані сектори відтворюють основні тенденції розвитку макроекономіки Франції в цілому.

Аналіз статистичної інформації показує, що економіка Франції в 1957-2009 рр. розвивається циклічно. Довгострокова тенденція розвитку характеризується прямолінійним трендом з додатним нахилом і спостерігається коливання випусків та невиробничого споживання навколо відповідних трендів. Тому логічним є використання запропонованого у даній роботі підходу, що базується на розкладанні випусків і невиробничого споживання секторів на трендову та періодичну складові.

Визначення періоду  $T$  коливань даної системи і встановлення частот із спектра (5), на які налаштовані гармонічні хвилі, проводиться шляхом обробки статистичної інформації для валового випуску.

Розкладання часового ряду  $\{x_t\}$  на періоді ідентифікації ( $t = 1, 2, \dots, N$ ) на трендову і періодичну складові підтверджує у випадку  $\alpha = 0,005$  наявність у даній динамічній системі чотирьох значущих гармонік ( $k = 1, 2, 3, 6$ ). Це означає, що на валовий випуск Франції суттєво впливають чотири основні гармоніки: хвиля Кондратьєва ( $k = 1$ ), хвиля Кузнеця ( $k = 3$ ), хвиля Жугляра ( $k = 6$ ) і проявляє себе також довга хвиля з періодом, що дорівнює половині періоду хвилі Кондратьєва ( $k = 2$ ).

Оскільки розклад функції випуску на складові містить один тренд і чотири гармоніки, то число секторів  $n = 5$ , і наступним кроком є поділ макроекономіки Франції на п'ять секторів і розкладання часових рядів випусків цих секторів на трендову і періодичну складові згідно (5). Основним критерієм вибору п'яти секторів є присутність у траєкторіях випусків цих секторів вказаних чотирьох гармонік, причому гармонічні хвилі з іншими періодами повинні бути незначущими, оскільки вони є нехарактерними для макроекономіки Франції.

Параметрична ідентифікація регресійної моделі випусків секторів (7) дала наступні значення коефіцієнтів  $R^2$  трендів (9), навколо яких відбуваються коливання (табл.1).

Таблиця 1 – Коефіцієнти детермінації трендів [авторська розробка]

№ сектора	1	2	3	4	5	$\Sigma$
$R^2$	0,7607	0,9668	0,9390	0,8878	0,9262	0,8949

Аналіз табл. 1 показує, що для деяких секторів (особливо для сектору промисловості та сільського господарства) і для економіки в цілому коливання випусків навколо відповідного тренду є відчутними. Періодичні складові стають причиною підйому та спаду економіки, а їх взаємодія на певних проміжках часу приводить до кризових явищ в економіці. Тому є актуальним виділення характерних для даної макроекономічної системи гармонічних хвиль і дослідження їх впливу на економічний розвиток країни.

Відзначимо, що гармонічні хвилі взаємодіють з трендом, і це ускладнює їх аналіз. Але, якщо розглядати чистий коливальний процес, то гармоніки ряду Фур'є стають некорельованими, і це спрощує аналіз впливу окремих гармонік на загальний коливальний процес. Частки дисперсій гармонік у загальній дисперсії коливань кожного сектора обчислюються за допомогою коефіцієнтів детермінації (10), значення яких наведені в табл. 2.

Таблиця 2 – Вклад гармонік в коливальний процес [авторська розробка]

№ сектора	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=6$	$\Sigma$
1	0,0655	0,6617	0,0919	0,0484	0,8675
2	0,2122	0,1429	0,2946	0,1025	0,7522
3	0,0357	0,4528	0,3208	0,0705	0,8798
4	0,6828	0,1612	0,0802	0,0129	0,9371
5	0,8180	–	0,0974	–	0,9154
$\Sigma$	0,0913	0,4398	0,2066	0,0753	0,8130

Як бачимо, хвиля Кондратьєва суттєво впливає на четвертий (комунікації та наука) і п'ятий (сфера послуг) сектори. В першому (промисловість та сільське господарство) і третьому (фінанси та нерухомість) секторах превалює хвиля з періодом 25 років ( $k=2$ ). Хвиля Кузнеця особливо проявляє себе в другому (будівництво та транспорт) і третьому секторах. Вклад хвилі Жугляра є меншим у порівнянні з другими хвилями, але вона вносить значущі корективи у функції випусків першого – четвертого секторів.

Сумарний вклад гармонік в дисперсію коливань випусків секторів становить від 75,22% (2-й сектор) до 93,71% (4-й сектор). Тому регресійні моделі коливань мають якісні апроксимаційні властивості і можна очікувати значущого вкладу в дисперсії випусків. Значення коефіцієнтів детермінації модельних траєкторій випусків приводяться в табл. 3.

Таблиця 3 – Якість модельних траєкторій випусків [авторська розробка]

№ сектора	1	2	3	4	5	$\Sigma$
$R^2$	0,9944	0,9951	0,9994	0,9972	0,9988	0,9964

Порівнюючи результати, наведені в табл.1 і табл. 3, робимо висновок про суттєвий вплив гармонік на траєкторії випусків секторів (якість модельних траєкторій перевищує 99%). Так для першого сектору вклад гармонічних хвиль у дисперсію випуску складає більше 23%, а для валового випуску – більше 10%.

Отримані траєкторії випусків і відповідних коливань п'яти секторів макроекономічної системи Франції мають якісні імітаційні та прогнозні властивості і тому вони забезпечують такі ж властивості траєкторій валового випуску і відповідного коливання. На рис. 1 наведені графіки модельних кривих валового випуску та відповідного коливання макроекономіки Франції. Тут точками зображена статистична інформація, а суцільною лінією – траєкторії руху. Порівняння прогнозних значень з реальними даними (дві останні точки, що відповідають 2010 і 2011 рр.) свідчить про високоточні прогнозні властивості побудованих моделей.

Якщо отримані якісні імітаційні та прогнозні властивості траєкторій випусків, то можна тепер оцінювати регресійну модель (3). Параметрична ідентифікація матриць  $A$  і  $B$  дала наступні результати (табл. 4, табл. 5).

Обчислені значення елементів матриць  $A$  і  $B$  характеризують взаємозв'язок між різними секторами економіки Франції і можуть бути використані для ефективного розподілу ресурсів при формуванні взаємовідносин між окремими галузями.

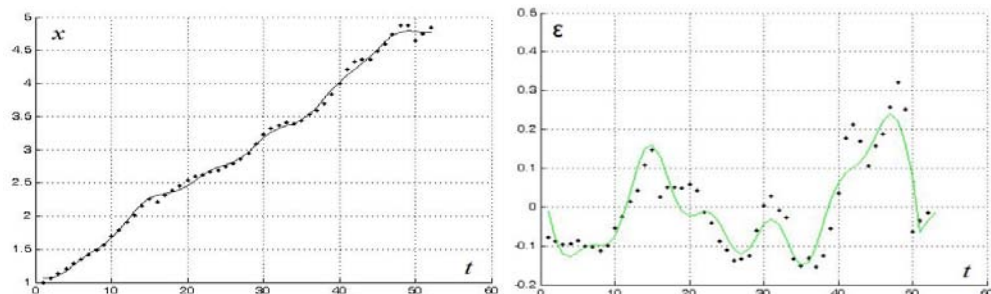


Рис. 1. Модельні криві валового випуску і відповідного коливання [авторська розробка]

Таблиця 4 – МНК-оцінки елементів матриці  $A$  [авторська розробка]

0,2449	0,2116	0,0634	0,3365	0,2666
0,0983	0,0446	0,1830	0,2939	0,2113
0,2896	0,1769	0,3976	0,1384	0,3086
0,3116	0,5110	0,4727	0,2524	0,7161
0,1692	0,0870	0,0011	0,0257	0,7290

Таблиця 5 – МНК-оцінки елементів матриці  $B$  [авторська розробка]

0,1290	0,0657	0,0684	0,0326	0,0541
0,0613	0,0462	0,0199	0,0406	0,0511
0,0392	0,0575	0,0226	0,0308	0,0330
0,0529	0,0646	0,0417	0,0183	0,1163
0,0399	0,0282	0,0082	0,0209	0,0440

Рис. 2 характеризує апроксимаційні та прогнозні властивості модельної траєкторії невиробничого споживання макроекономічної системи Франції в цілому. На періоді прогнозування порівняння з реальними даними дає задовільні результати, як і у випадку модельної траєкторії випуску (рис. 1).

Аналіз модельних кривих, зображених на рис. 1 і рис. 2, показує, що вони дають якісну апроксимацію статистичних даних, і, отже, запропонована методика моделювання часових рядів може бути використана для ефективного прогнозування реальних макроекономічних систем.

**Висновки і перспективи подальших наукових розробок.** Побудований механізм імітації та прогнозування динаміки макроекономічної системи дозволяє встановлювати взаємозв'язки між окремими галузями економіки. Запропонована методика базується на декомпозиції траєкторій випусків та невиробничого споживання окремих секторів і економіки в цілому на складові з урахуванням мети дослідження (якісні імітаційні та прогнозні властивості моделі). Для цього в роботі реалізований обернений зв'язок між



траєкторіями випусків та невиробничим споживанням секторів за допомогою спеціально введеного регулятора. Апробація побудованих алгоритмів проведена на реальній макроекономічній динаміці. Адекватність отриманих результатів перевірялась за допомогою коефіцієнтів детермінації та виділення гармонічних хвиль, характерних для даної макроекономічної системи. Показано, що економіці Франції властиві чотири гармонічні хвилі.

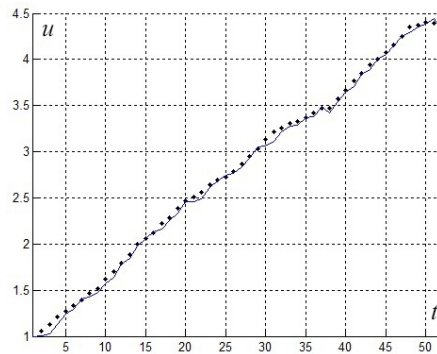


Рис. 2. Модельна крива невиробничого споживання [авторська розробка]

Алгоритм ідентифікації структурних матриць моделі міжгалузевого балансу може бути використаний для ефективного розподілу ресурсів при формуванні взаємовідносин між окремими галузями, тобто для створення раціональної й високоефективної міжгалузевої економіки, а також механізму регулювання економічним процесом. Розроблену методіку можна також застосовувати для аналізу і прогнозування розвитку реальної макроекономічної системи, що особливо важливо для практичних досліджень.

#### Література

1. *Leontief, W.* Input-Output Economics [Text] / W. Leontief. – Oxford University Press, New York, 1986. – 436 p.
2. *Назаренко, О. М.* Побудова та ідентифікація лінійно-квадратичних моделей слабо формалізованих динамічних систем [Текст] / О. М. Назаренко // Вісник ХНУ. Сер. «Матем. моделювання. Інформ. технології. Автом. системи управління». – 2008. – Т. 10, № 833. – С. 185–192.
3. *Айвазян, С. А.* Прикладная статистика и основы эконометрики [Текст] / С. А. Айвазян, В. С. Мхитарян. – М. : ЮНИТИ, 1998. – 1000 с.
4. *Greene, W. H.* Econometric Analysis [Text] / W. H. Greene. – N.Y. : Pearson Educ. Int., 2003. – 1056 p.
5. *Korotayev, A. V.* Spectral Analysis of World GDP Dynamics: Kondratieff Waves, Kuznets Swings, Juglar and Kitchin Cycles in Global Economic Development, and the 2008-2009 Economic Crisis. Structure and Dynamics [Text] / A. V. Korotayev, S. V. Tsirel. – 2010. – Vol. 4, No 1. – P. 3–57.
6. INSEE, 2005 [Електронний ресурс]. – Режим доступу ресурсу : <http://www.bdm.insee.fr/bdm2/index.action>.

Отримано 21.01.2014 р.

**Моделирование и идентификация  
динамического межотраслевого баланса макроэкономической системы**

**АЛЕКСАНДР МАКСИМОВИЧ НАЗАРЕНКО \***,  
**ЕЛЕНА АЛЕКСЕЕВНА КОСТЫЛЕНКО \*\***

*\* кандидат физико-математических наук, доцент,  
доцент кафедры моделирования сложных систем  
Сумского государственного университета,  
ул. Р.-Корсакова, 2, г. Сумы, 40007, Украина,  
тел.: 00-380-542-333155, e-mail: aleksandr-nazarenko54@mail.ru*

*\*\* студентка факультета электроники и информационных технологий  
Сумского государственного университета,  
ул. Р.-Корсакова, 2, г. Сумы, 40007, Украина,  
тел.: 00-380-542-333155, e-mail: delfilenka@gmail.com*

В статье рассмотрен процесс построения модели межотраслевого баланса макроэкономической системы. Предложена методика определения периода колебаний макроэкономической динамики, а также установления взаимосвязи, между числом значимых гармоник и количеством секторов. Данный подход базируется на декомпозиции (спецификации и идентификации) траекторий движения выпусков и непроедственного потребления отдельных секторов и экономики в целом. Это дает возможность получить качественные имитационные и прогнозные характеристики макроэкономического развития. Непроедственное потребление находилось с помощью обратной связи. Неизвестные матрицы модели Леонтьева оценены с ограничениями-неравенствами на параметры. Апробация модели проведена на примере экономики Франции. Сделан анализ входной информации и разделение макроэкономической системы на секторы. Проведена параметрическая идентификация траекторий выпусков и непроедственного потребления.

*Ключевые слова:* гармонические волны, идентификация, прогнозирование, рафинирование, спецификация.

*Mechanism of Economic Regulation, 2014, No 1, 76–86  
ISSN 1726-8699 (print)*

**Modelling and Identification of Macroeconomic System Dynamic Interindustry Balance**

**OLEXANDER M. NAZARENKO \***,  
**OLENA O. KOSTYLENKO \*\***

*\* C.Sc. (Physics and Mathematics), Professor,  
Head of Department of Modelling of Complex Systems,  
Sumy State University,  
R.-Korsakova Street, 2, Sumy, 40007, Ukraine,  
phone: 00-380-542-333155, e-mail: aleksandr-nazarenko54@mail.ru*

*\*\* Student of Faculty of Electronics and Informational Technologies,  
Sumy State University,  
R.-Korsakova Street, 2, Sumy, 40007, Ukraine,  
phone: 00-380-542-333155, e-mail: delfilenka@gmail.com*

*Manuscript received 21 January 2014.*

The article describes the constructing process of interindustry balance model of macroeconomic system. The method of determining the oscillation period of macroeconomic dynamics was proposed. It also sets interrelations between number of significant harmonics and number of sectors. This approach is based on the decomposition of trajectories of outputs movement and non-productive consumption of certain sectors and economy as a whole. This allows receiving of qualitative simulation and predictive characteristics for macroeconomic development. Non-productive consumption was calculated using feedback. The unknown matrices of Leontief's model were evaluated based on inequality constraints on the parameters. Approbation of the model was carried out on example of the French economy. Analysis of the input data and the separation of macroeconomic system on sectors were made. The parametric identification of trajectories outputs and non-productive consumption were conducted.

*Keywords:* harmonic waves, identification, prognosis, refinement, specification.

*JEL Codes:* E16

Tables: 5; Figures: 2; Formulas: 12; References: 6

*Language of the article:* Ukrainian

*References*

1. Leontief, W. (1986), *Input-Output Economics*, New York, Oxford University Press. (In English)
2. Nazarenko, O. M. (2008), "Construction and identification of linear-quadratic models poorly formalized dynamic systems," *Mathematical modelling. Information Technology. Instrumentation and Control*, 10 (833), 185–192. (In Ukrainian)
3. Ayvazyan, S. A. and Mhitaryan V. S. (1998), *Applied statistics and econometrics basis*, Moscow, UNITI. (In Russian)
4. Greene, W. H. (2003), *Econometric Analysis*, New York, Pearson Educ.
5. Korotayev, A. V. and Tsirel S. V. (2010), "Spectral Analysis of World GDP Dynamics: Kondratieff Waves, Kuznets Swings, Juglar and Kitchin Cycles in Global Economic Development, and the 2008-2009 Economic Crisis. Structure and Dynamics", 4 (1), 3–57.
6. INSEE (2005), <http://www.bdm.insee.fr/bdm2/index.action>.