

6. Грузд В. Я., Бакаев В. В., Грузд Я. В., Розен Г. Математичне моделювання процесу руху інтелектуального поршня на газопроводі // Нафтова і газова промисловість. – 2000. – № 4. – С. 46–47.
7. Иванченко И. И. Метод расчета на подвижную нагрузку стержневых систем, моделирующих мосты // Изв. АН РФ. Механика твердого тела. – 2001. – №4. – С. 151–165.
8. Иванченко И. И. О действии подвижной нагрузки на мосты // Известия АН РФ. Механика твердого тела. – 1997. – №6. – С. 180–185.
9. Клаф Р., Пензиен Дж. Динамика сооружений. – М.: Стройиздат, 1979. – 320 с.
10. Коган А. Я. Динамика пути и его взаимодействие с подвижным составом. – М.: Транспорт, 1997. – 326 с.
11. Кохманюк С. С., Янютин Е. Г., Романенко Л. Г. Колебания деформируемых систем при импульсных и подвижных нагрузках. – Киев: Наукова думка, 1980. – 231 с.
12. Тимошенко С. П., Янг Д. Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с.
13. Филиппов А. П. Колебания деформируемых систем. – М.: Машиностроение, 1970. – 736 с.

*Поступила 9.9.2013р.*

УДК 004.932

В. И. Загребнюк, к. т. н., ОНАС им. А.С. Попова, Одесса  
Ф. В. Насиров, аспирант, ОНАС им. А.С. Попова, Одесса

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЛИЧЕСТВА СЕГМЕНТОВ НА ТЕЛЕВИЗИОННОМ ИЗОБРАЖЕНИИ**

*Анотація.* У роботі розглянуто математичну модель визначення кількості сегментів телевізійного зображення. Показано, що при розкладанні зображення на сингулярні компоненти, кількість змін знака значень третього власного вектора співпадає з кількістю сегментів.

*Ключові слова:* сегментація телевізійних зображень, прикладні телевізійні системи, сингулярне розкладання, кількість сегментів.

*Abstract.* The mathematical model of definition of segment count on TV image is proposed. It is shown, that using singular vector decomposition TV image the number of sign changes of the third eigenvector values corresponds to the number of segments.

*Keywords:* TV image segmentation, applied television, singular decomposition, segment count.

### **Введение**

Прикладные телевизионные системы все более широко используются не только в промышленности, но и в других предметных областях. Например, охранные системы, системы видеонаблюдения, телевизионные

измерительные системы и другие. Эффективность функционирования прикладных телевизионных систем обусловлена использованием программного обеспечения, разработанного на основе методов цифровой обработки и анализа телевизионных изображений. Одной из основных совокупностей методов, на основании которых строится вся система анализа телевизионных изображений, являются методы сегментации изображений. В системах видеонаблюдения сегментация преимущественно заключается в выделении движущихся объектов [1-4]. В других прикладных телевизионных системах для смыслового анализа или распознавания изображение необходимо сегментировать и представить его в виде совокупности отдельных объектов [5-7]. Несмотря на большое количество исследовательских работ посвященных проблеме сегментации как статических, так и телевизионных изображений остается нерешенной актуальная задача автоматического определения количества сегментов на изображении, о чем свидетельствует разработка методов контролируемой или интерактивной сегментации изображений [8,9]. Поэтому целью данной работы является актуальная задача разработки математической модели для определения количества крупномасштабных сегментов на телевизионных изображениях.

### Определение количества сегментов на телевизионном изображении

Для того чтобы контролировать правильность сегментации телевизионных изображений рассмотрим следующую модельную задачу. Проанализируем простейшую модельную задачу, когда изображение  $C_1$  размером  $15 \times 15$  содержит всего два сегмента: фон с яркостью  $I_f = 1$  и объект размером  $3 \times 6$  пикселей с яркостью  $I_o = 4$ . На рис. 1 приведена модель этого изображения с увеличенной яркостью объекта. Вычислим матрицу  $S_1 = C_1 C_1^T$ . Характеристическое уравнение этой матрицы имеет вид

$$\lambda^3 - 540\lambda^2 + 22914\lambda - 213840 = 0. \quad (1)$$

Собственные значения матрицы  $S_1$  – корни характеристического уравнения (1):  $\lambda_1 = 494,54$ ;  $\lambda_2 = 31,91$ ;  $\lambda_3 = 13,55$ . Из решения системы линейных уравнений вида

$$(S_1 - \lambda_i E)U_i = 0. \quad (2)$$



Рис. 1. Модель изображения с двумя сегментами

вычислим собственные векторы  $U_i$ , соответствующие собственным значениям  $\lambda_i$ . В формуле (2),  $E$  – единичная матрица.

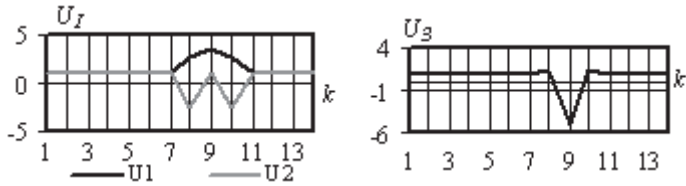


Рис.2. Собственные векторы матрицы  $S_1$

На рис. 2 приведены графики ненормированных собственных векторов матрицы  $S_1$ . В методе сингулярного спектрального анализа [9] временных рядов периодические или колебательные компоненты выделяют на основании анализа колеблемости собственных векторов. Исходя из этого, можно сделать вывод, что колеблемость вектора  $U_3$  обусловлена переходом, в пространстве изображения, от фона к объекту и от объекта к фону. Эти переходы соответствуют переменам знака компонент вектора  $U_3$ . Следовательно, в этом случае изображение содержит два крупномасштабных сегмента. Вычислим факторные векторы [10]

$$V_i = C_1^T U_i / \sqrt{\lambda_i} \tag{3}$$

и сингулярные компоненты изображения  $C_1$

$$C_{1,i} = \sqrt{\lambda_i} U_i V_i^T . \tag{4}$$

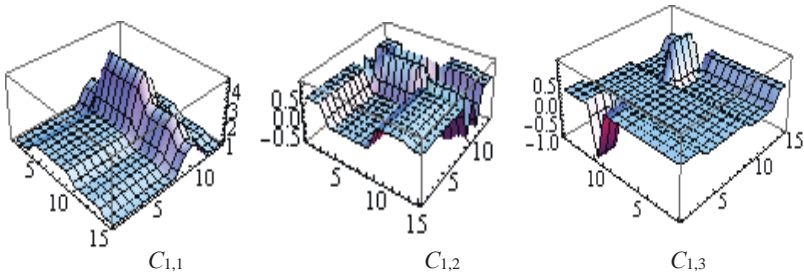


Рис.3. Сингулярные компоненты изображения  $C_1$

Как видно из приведенных на рис. 3. трехмерных изображений сингулярных компонент  $C_{1,1}$ ,  $C_{1,2}$ ,  $C_{1,3}$ . Первая сингулярная компонента  $C_{1,1}$  отображает размытый в двух направлениях объект,  $C_{1,2}$  – пространственные колебания интенсивности соответствующие переходам фон - объект - фон в разных направлениях,  $C_{1,3}$ , в соответствии с колеблемостью вектора  $U_3$ , отображает пространственное колебание

интенсивности с двумя локальными экстремумами: минимум соответствует фону, а максимум - объекту.

Рассмотрим случай, когда изображение, обозначим его  $C_2$  размером  $10 \times 10$ , содержит три сегмента: фон с яркостью  $I_f = 1$  и два объекта с яркостью  $I_{O,1} = 3$  размером  $3 \times 3$  и  $I_{O,4} = 4$  размером  $3 \times 5$  (см. рис. 4).



Рис. 4. Модель изображения с тремя сегментами

Вычислим симметрическую матрицу  $S_2 = C_2 C_2^T$ . Характеристическое уравнение этой матрицы, как и в предыдущем случае, будет иметь вид

$$\lambda^3 - 397\lambda^2 + 130776\lambda - 64800 = 0. \quad (5)$$

Корни этого уравнения  $\lambda_1 = 361,3$ ,  $\lambda_2 = 29,65$ ,  $\lambda_3 = 6,05$  различны, следовательно, собственные векторы соответствующие этим собственным значениям будут линейно независимыми. Вычислим не нормированные собственные векторы, соответствующие  $\lambda_i$  из решения системы линейных уравнений вида (2), в результате получим

$$U_2^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1,8 & 1,8 & 1,8 & 1 & 3,1 & 3,1 & 3,1 & 1 \\ 1 & 1 & 4,5 & 4,5 & 4,5 & 1 & -3 & -3 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -0,42 & -0,42 & -0,42 & 1 & -0,18 & -0,18 & -0,18 & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

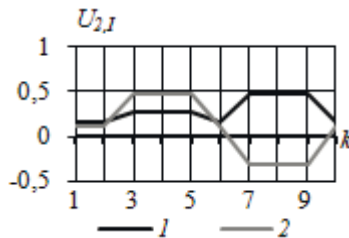


Рис. 5. – Собственные векторы  $U_{2,1}$  и  $U_{2,2}$  матрицы  $S_2$

Для изображения  $C_2$ , нормированные собственные векторы  $U_{2,1}$  и  $U_{2,2}$ , приведенные на рис. 5, имеют по два локальных экстремума, что совпадает с количеством объектов на изображении.

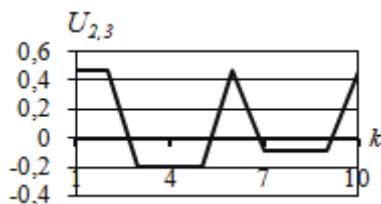


Рис. 6. Третий собственный вектор матрицы  $S_2$

Что касается собственного вектора  $U_{2,3}$ , график нормированных компонент которого приведен на рис. 6, то он имеет 5 локальных экстремумов и четыре перемены знака соответствующие переходам фон - объект - фон - объект - фон. В этом случае количество перемен знака на единицу больше количества сегментов на изображении.

Как и в предыдущем случае для того чтобы сопоставить структуру собственных векторов со структурой изображения необходимо исследовать сингулярные компоненты изображения. Для этого, подставив в формулу (3)  $C_2^T$ ,  $U_{2,i}$  и соответствующие собственные значения вычислим факторные векторы  $V_{2,i}$ , в результате получим

$$V_2^T = \begin{pmatrix} 0,15 & 0,15 & 0,24 & 0,46 & 0,46 & 0,38 & 0,38 & 0,38 & 0,15 & 0,15 \\ 0,16 & 0,16 & 0,68 & 0,16 & 0,16 & -0,36 & -0,36 & -0,36 & 0,16 & 0,16 \\ 0,41 & 0,41 & -0,06 & -0,38 & -0,38 & 0,099 & 0,099 & 0,099 & 0,41 & 0,41 \end{pmatrix}. (6)$$

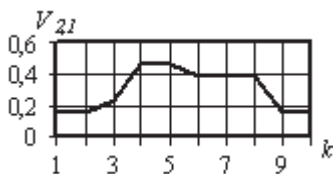


Рис. 7. Факторный вектор  $V_{2,1}$

Значения компоненты первого факторного вектора  $V_{2,1}$ , как и значения компонент  $U_{2,1}$ , все положительные с одним глобальным экстремумом (см. рис. 7).

В соответствии с этим, первая сингулярная компонента

$$C_{2,1} = \sqrt{\lambda_1} U_{2,1} V_{2,1}^T, \quad (7)$$

трехмерная диаграмма значений интенсивностей которой приведена на рис. 8, отображает объекты изображения, сглаженные в двух направлениях.

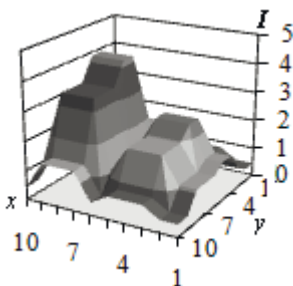


Рис. 8. Первая сингулярная компонента изображения  $C_2$

Факторный вектор  $V_{2,2}$ , как и собственный вектор  $U_{2,2}$ , имеет два локальных экстремума, а сингулярная компонента

$$C_{2,2} = \sqrt{\lambda_2} U_{2,2} V_{2,2}^T, \quad (8)$$

приведенная на рис. 9. отображает пространственные колебания интенсивности соответствующие переходу фон – объекты.

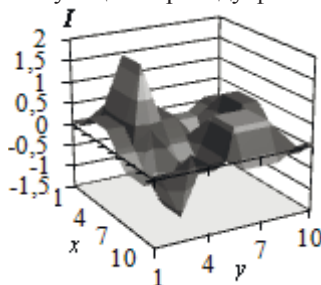


Рис. 9. Вторая сингулярная компонента изображения  $C_2$

Факторный вектор, график значений компонент которого приведен на рис. 10, в отличие от собственного вектора  $U_{2,3}$ , содержит три локальных экстремума, а сингулярная компонента

$$C_{2,3} = \sqrt{\lambda_3} U_{2,3} V_{2,3}^T, \quad (9)$$

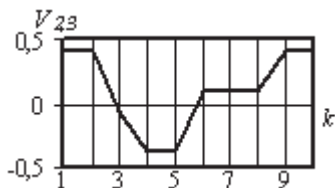


Рис. 10. Факторный вектор  $V_{2,3}$

приведенная на рис. 10, отображает пространственные колебания интенсивности, соответствующие переходам фон - объект - фон - объект - фон в направлениях вдоль осей  $0x$  и  $0y$ . Были проанализированы случаи, когда на изображении содержится большее три и четыре объекта. Если размеры изображения не изменять, то объекты очень близко располагаются друг к другу, а те из них, которые имеют небольшие различия в яркости, относятся к одному сегменту. Если увеличивать размер изображения, при увеличении количества объектов, так чтобы они находились друг от друга на достаточном расстоянии, то, как и в рассмотренных случаях, количество перемен знака  $p$  компонент третьего собственного вектора, на единицу больше количества сегментов  $k_S$  на изображении. Таким образом, чтобы определить количество сегментов на изображении необходимо вычислить  $p$  и тогда

$$k_S = p - 1. \quad (10)$$

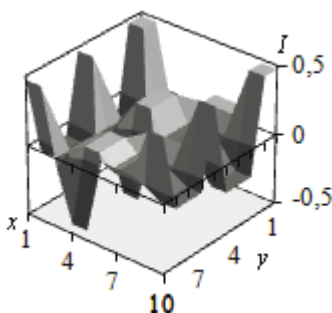


Рис. 11. Третья сингулярная компонента изображения  $C_2$

**Выводы.** В работе проанализирована математическая модель определения количества сегментов на изображениях. В основу модели положено, переформулированный для анализа изображений, метод сингулярного спектрального анализа. На основании исследования характеристик собственных векторов показано, что количество сегментов на телевизионном изображении можно определить исходя из количества перемен знака компонент третьего собственного вектора.

Дальнейшие исследования будут направлены на разработку программного обеспечения по определению количества сегментов на реальных телевизионных изображениях.

1. *Friedman N.* Image Segmentation in Video Sequences: A Probabilistic Approach / N. Friedman, S. Russell // UAI'97 Proceedings of the Thirteenth conference on Uncertainty in artificial intelligence.– San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers Inc., 1997.– P. 175-181
2. *Criminisi A.* Bilayer Segmentation of Live Video / A. Criminisi, G. Cross, A. Blake, V. Kolmogorov // CVPR '06 Proceedings of the 2006 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition.– Washington: IEEE Computer Society, 2006.–

Vol. 1.– P. 53-60

3. *Yi Wang* Foreground-Background Segmentation of Video Sequences [Електронний ресурс].– Режим доступу: <http://vision.caltech.edu/projects/yiw/FgBgSegmentation/Report.pdf>.–Назва з екрану
4. *Tsaig Y.* Automatic Segmentation of Moving Objects in Video Sequences: A Region Labeling Approach / Y. Tsaig, A. Averbuch // IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology.– NJ: IEEE Press Piscataway, 2002.– Vol. 12.– Issue 7.– P. 597-612
5. *Brox T.* Object Segmentation by Alignment of Poselet Activations to Image Contours / T. Brox, L. Bourdev, S. Maji, J. Malik // CVPR '11 Proceedings of the 2011 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition.– Washington: IEEE Computer Society, 2011.– P. 2225-2232
6. *Unnikrishnan R.* Toward Objective Evaluation of Image Segmentation Algorithms / R. Unnikrishnan, C. Pantofaru, M. Hebert // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence.– 2007.–Vol. 29.– № 6.– P. 929-944
7. *Felzenszwalb P.F.* Efficient Graph-Based Image Segmentation / P.F. Felzenszwalb, D.P. Huttenlocher // International Journal of Computer Vision.– Hingham: Kluwer Academic Publishers, 2004.– Vol. 59.– Issue 2.– P. 167-181
8. *Vezhnevets A.* Weakly Supervised Semantic Segmentation with a Multi-Image Model / A. Vezhnevets, V. Ferrari, and J. Buhmann // International Conference on Computer Vision (ICCV), 2011.– P.643-650
9. *Gulshan V.* Geodesic star convexity for interactive image segmentation / V. Gulshan, C. Rother, A. Criminisi, A. Blake, A. Zisserman // Proceedings of 2010 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR 2010) .– Washington: IEEE Computer Society, 2010.– P. 3129-3136
10. *Golyandina, N.* Analysis of Time Series Structure: SSA and Related Techniques. London: Chapman & Hall / N. Golyandina, V. Nekrutkin, A. Zhigljavsky // CRC, 2001.— 305 p.

*Поступила 18.9.2013р.*

УДК 655.3+881.3

В.М.Сеньківський, д.т.н., професор, І.В.Піх, к.т.н., доцент, УАД

### **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ РАНЖУВАННЯ ФАКТОРІВ**

Обґрунтовано та розроблено математичну модель ранжування факторів, що визначають якість реалізації довільного технологічного процесу. Відзначено її переваги у порівнянні з існуючими методами ранжування.

Обосновано и разработано математическую модель ранжирования факторов, которые определяют качество реализации любого технологического процесса. Отмечено ее преимущества по сравнению из существующими методами.