

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА З УРАХУВАННЯМ НАСИЧЕННЯ СТАЛІ ТА ВИТІСНЕННЯ СТРУМУ В РОТОРІ

**Abstract.** The mathematical model of induction motor as matrix differential equation in Cauchy form was improved by taking into account dynamic magnetizing inductance and rotor skin-effect. For right-hand member of the equation Jacobi matrix was analytically defined. The model was utilized in MinePowerNet program meant for analyse transients in mine electrotechnical complex.

### Актуальність

На сьогоднішній день у вугільній промисловості спостерігаються тенденції до збільшення потужності електроприводів вугледобувних машин (зокрема, сумарна потужність двигунів комбайна КДК-700 становить 860 кВт, КДК-500 – 598 кВт), підвищення напруги живлення дільничного обладнання з 1140 В до 3(3,3) кВ, застосування перетворювачів частоти. Це вимагає удосконалення методики вибору електрообладнання, підвищення точності розрахунку уставок захисних апаратів, що потребує підвищення точності обчислення показників перехідних процесів в електромережі [1]. Оскільки більшість підземних установок обладнані асинхронними двигунами з короткозамкненими роторами (АД), актуальним є удосконалення математичної моделі такого двигуна.

При аналізі функціонування двигунів у складі електромережі виникає необхідність об'єднання рівнянь стану АД та елементів мережі в систему, яка в більшості випадків є жорсткою. Чисельне розв'язання такої системи можливо при використанні жорстко-стійких методів (наприклад, метода Гіра). При цьому найбільш складною задачею є обчислення матриці Якобі від правої частини матричного диференційного рівняння у формі Коши.

### Відомі дослідження

Більшість відомих математичних моделей АД враховують лише статичну індуктивність насичення, не враховуючи динамічну [2, 3], що вносить суттєві похибки у розрахунки показників перехідних процесів, зокрема, при живленні двигуна від перетворювача частоти. Залежність індуктивності намагнічування  $L_m$  АД від струму намагнічування може бути врахована поліном четвертого порядку [3], відношення квадратичних поліномів, ступеневою залежність, або зворотньо-експоненціальною залежністю наступного виду [2, 4, 5]:

$$L_m(\bar{i}_m) = A \cdot e^{-|\bar{i}_m|/C} + B \cdot e^{-|\bar{i}_m|/D} + E, \quad (1)$$

де  $|\vec{i}_m|$  - модуль вектора струму намагнічування;  $A - E$  - сталі коефіцієнти.

Врахування витіснення струму в роторі може здійснюватися шляхом використання багатоконтурних схем заміщення [3], або врахування залежності активного опору та індуктивності розсіювання ротора від ковзання  $s$  двигуна. В останньому випадку вводяться коефіцієнти активного та індуктивного опорів стержнів ротора двигуна, які нелінійно залежать від еквівалентної глибини проникнення струму [6], що може бути апроксимовано поліномами другого порядку [7]:

$$R_r(s) = R_{r0} + a_1s + a_2s^2; \quad L_{rl}(s) = L_{rl0} + c_1s + c_2s^2, \quad (2)$$

де  $R_{r0}$ ,  $L_{rl0}$  - відповідно активний опір та індуктивність розсіювання обмотки ротора при нульовому ковзанні;  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $c_1$ ,  $c_2$  - сталі коефіцієнти.

### Постановка задачі

Удосконалення математичної моделі АД з урахуванням насичення сталі та витіснення струму в роторі за рахунок врахування динамічної індуктивності намагнічування та аналітичного відшукування матриці Якобі від правої частини матричного диференційного рівняння стану двигуна, що дозволить підвищити точність та швидкість чисельного аналізу перехідних процесів в електротехнічному комплексі вугільної шахти.

### Вирішення задачі

Система диференційних рівнянь, що описує електромеханічні процеси у симетричному АД, має вигляд [8]:

$$\begin{cases} d\vec{\psi}_s / dt = \vec{u}_s - \vec{i}_s R_s; \\ d\vec{\psi}_r / dt = j\omega\vec{\psi}_r - \vec{i}_r R_r(\omega); \\ d\omega / dt = [M - M_c(\omega)] / J, \end{cases} \quad (3)$$

де  $\vec{u}_s$ ,  $\vec{i}_s$ ,  $\vec{i}_r$ ,  $\vec{\psi}_s$ ,  $\vec{\psi}_r$  - просторові вектори напруги статора, струму статора та ротора, потокозчеплення статора та ротора відповідно;  $\omega$ ,  $J$ ,  $M_c(\omega)$  - частота обертання, момент інерції ротора та механізму, момент навантаження відповідно;  $R_s$  - активний опір статора;  $R_r(\omega)$  - залежність активного опору ротора від  $\omega$ , яка відповідає залежності  $R_r(s)$  при відомій синхронній частоті;  $M = 1,5L_m(|\vec{i}_m|) \cdot \text{Im}\{\hat{i}_r \cdot \vec{i}_s\}$  - електромагнітний момент двигуна.

Просторові вектори потокозчеплення статора та ротора зв'язані з векторами струмів наступними співвідношеннями:

$$\begin{cases} \vec{\psi}_s = \vec{\psi}_\delta + L_{sl}\vec{i}_s; \\ \vec{\psi}_r = \vec{\psi}_\delta + L_{rl}(\omega) \cdot \vec{i}_r, \end{cases} \quad (4)$$

де  $\vec{\psi}_\delta = L_m(|\vec{i}_m|) \cdot \vec{i}_m$  - вектор головного потокозчеплення;  $L_{sl}$  - індуктивність розсіювання обмотки статора.

Розкладаючи просторові вектори за нерухомими відносно статора осями  $\alpha$  та  $\beta$ , подамо систему (3) в матричній формі:

$$d\bar{\Psi}_{\alpha\beta}/dt = \bar{R}_{im} \cdot \bar{I}_{\alpha\beta} + \bar{S}_{\alpha\beta} + \bar{U}_{\alpha\beta}, \quad (5)$$

де  $\bar{\Psi}_{\alpha\beta} = [\psi_{s\alpha} \ \psi_{s\beta} \ \psi_{r\alpha} \ \psi_{r\beta} \ \omega]^T$  - вектор ортогональних складових потокозчеплень статора і ротора та частоти обертання;  $\bar{I}_{\alpha\beta} = [i_{s\alpha} \ i_{s\beta} \ i_{r\alpha} \ i_{r\beta} \ \omega]^T$  - те ж для струмів;  $\bar{R}_{im} = \text{diag}[-R_s \ -R_s \ -R_r(\omega) \ -R_r(\omega) \ 0]$  - вектор активних опорів статора та ротора;  $\bar{U}_{\alpha\beta} = [u_{s\alpha} \ u_{s\beta} \ 0 \ 0 \ 0]^T$  - вектор складових напруги;  $\bar{S}_{\alpha\beta} = [s_{\alpha\beta 1} \ \dots \ s_{\alpha\beta 5}]^T$ , причому  $s_{\alpha\beta 1} = 0$ ,  $s_{\alpha\beta 2} = 0$ ,  $s_{\alpha\beta 3} = -\omega \times \{L_m(\bar{i}_m) \cdot i_{s\beta} + [L_m(\bar{i}_m) + L_{rl}(\omega)] \cdot i_{r\beta}\}$ ,  $s_{\alpha\beta 4} = \omega \{L_m(\bar{i}_m) \cdot i_{s\alpha} + [L_m(\bar{i}_m) + L_{rl}(\omega)] \cdot i_{r\alpha}\}$ ,  $s_{\alpha\beta 5} = 1,5L_m(i_{r\alpha}i_{s\beta} - i_{r\beta}i_{s\alpha})/J - M_c(\omega)/J$ .

З метою врахування (4) у рівнянні (5) стану двигуна встановимо зв'язок між  $d\bar{\Psi}_{\alpha\beta}/dt$  та  $d\bar{I}_{\alpha\beta}/dt$ , для чого продиференціюємо систему (4) за часом:

$$\begin{cases} d\bar{\psi}_s/dt = d\bar{\psi}_\delta/dt + L_{sl} \cdot d\bar{i}_s/dt; \\ d\bar{\psi}_r/dt = d\bar{\psi}_\delta/dt + L_{rl}(\omega) \cdot d\bar{i}_r/dt + \bar{i}_r \cdot dL_{rl}(\omega)/dt. \end{cases} \quad (6)$$

Похідна за часом від вектора головного потокозчеплення дорівнює:

$$d\bar{\psi}_\delta/dt = dL_m(\bar{i}_m)/dt \cdot \bar{i}_m + L_m(\bar{i}_m) \cdot d\bar{i}_m/dt. \quad (7)$$

Розкладаючи вектор  $\bar{\psi}_\delta$  за осями  $\alpha$  та  $\beta$ , з (7) маємо:

$$d\psi_{\delta x}/dt = L_{dx} \cdot di_{mx}/dt = L_{dx} \cdot di_{sx}/dt + L_{dx} \cdot di_{rx}/dt, \quad (8)$$

де  $x = \alpha, \beta$  - позначення осі;  $L_{dx} = \partial L_m(\bar{i}_m)/\partial i_{mx} \cdot i_{mx} + L_m(\bar{i}_m)$  - динамічна індуктивність за віссю  $x$ .

Розкладаючи рівняння системи (6) на складові за осями  $\alpha$  та  $\beta$ , враховуючи (8) та доповнюючи отриману систему рівнянням похідної  $d\omega/dt$ , в матричному вигляді маємо:

$$d\bar{\Psi}_{\alpha\beta}/dt = \bar{M}_L \cdot d\bar{I}_{\alpha\beta}/dt, \quad (9)$$

де

$$\bar{M}_L = \begin{bmatrix} L_{d\alpha} + L_{sl} & 0 & L_{d\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & L_{d\beta} + L_{sl} & 0 & L_{d\beta} & 0 \\ L_{d\alpha} & 0 & L_{d\alpha} + L_{rl}(\omega) & 0 & f_\alpha \\ 0 & L_{d\beta} & 0 & L_{d\beta} + L_{rl}(\omega) & f_\beta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

причому  $f_x = i_{rx} \cdot \partial L_{rl}(\omega) / \partial \omega$ .

З виразу (9) визначаємо похідну від вектора складових струмів:

$$d\bar{I}_{\alpha\beta} / dt = \bar{M}_L^{-1} \cdot d\bar{\Psi}_{\alpha\beta} / dt, \quad (11)$$

де зворотня матриця  $\bar{M}_L^{-1}$  має вигляд:

$$\bar{M}_L^{-1} = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & b_2 & 0 & -f_\alpha b_9 \\ 0 & b_3 & 0 & b_4 & -f_\beta b_{11} \\ b_5 & 0 & b_6 & 0 & -f_\alpha b_{13} \\ 0 & b_7 & 0 & b_8 & -f_\beta b_{15} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

причому  $b_1 = [L_{d\alpha} + L_{rl}(\omega)] / P_\alpha$ ;  $b_2 = b_5 = -L_{d\alpha} / P_\alpha$ ;  $b_3 = [L_{d\beta} + L_{rl}(\omega)] / P_\beta$ ;  
 $b_4 = b_7 = -L_{d\beta} / P_\beta$ ;  $b_6 = (L_{d\alpha} + L_{sl}) / P_\alpha$ ;  $b_8 = (L_{d\beta} + L_{sl}) / P_\beta$ ;  
 $P_x = L_{dx}[L_{sl} + L_{rl}(\omega)] + L_{sl} \cdot L_{rl}(\omega)$ .

Враховуючи у (11) рівняння (5), маємо:

$$d\bar{I}_{\alpha\beta} / dt = \bar{M}_L^{-1} (\bar{R}_{im} \cdot \bar{I}_{\alpha\beta} + \bar{S}_{\alpha\beta} + \bar{U}_{\alpha\beta}). \quad (13)$$

Для взаємного переходу між ортогональною  $\alpha\beta$  та фазною  $a,b,c$  системами координат скористаємося співвідношеннями:

$$\bar{I}_{AD} = \bar{M}_4 \cdot \bar{I}_{\alpha\beta}, \quad \bar{I}_{\alpha\beta} = \bar{M}_5 \cdot \bar{I}_{AD}, \quad (14)$$

де  $\bar{I}_{AD} = [i_{sa} \ i_{sb} \ i_{sc} \ i_{ra} \ i_{rb} \ i_{rc} \ \omega]^T$  - вектор струмів у системі координат  $a,b,c$  та частоти обертання двигуна;  $\bar{M}_4$ ,  $\bar{M}_5$  - матричні константи [9].

Для перерахунку напруги на статорі від координат  $\alpha\beta$  до  $a,b,c$  використаємо співвідношення:

$$\bar{U}_{\alpha\beta} = \bar{M}_6 \cdot \bar{U}_{AD}, \quad (15)$$

де  $\bar{U}_{AD} = [u_{ab} \ u_{bc} \ u_{ca}]^T$  - вектор лінійних напруг на статорі;  $\bar{M}_6$  - матрична константа, яка при з'єднанні обмотки за схемою «зірка» з ізольованою нульовою точкою дорівнює:

$$\bar{M}_6 = \begin{bmatrix} 2/3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/3 & 1/\sqrt{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T. \quad (16)$$

Перерахунок вектора нелінійних співвідношень між змінними стану від ортогональної до фазної системи координат здійснюється наступним чином:

$$\bar{S}_{\alpha\beta} = \bar{M}_7 \cdot \bar{S}_{AD}, \quad (17)$$

$$\text{де } \bar{M}_7 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T; \quad \bar{S}_{AD} = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix}, \quad s_1 = -\frac{\omega}{\sqrt{3}} \left\{ L_m(\bar{i}_m) (i_{sb} - i_{sc}) + \right. \\ \left. + [L_m(\bar{i}_m) + L_{rl}(\omega)] (i_{rb} - i_{rc}) \right\}, \quad s_2 = \omega \left\{ L_m(\bar{i}_m) i_{sa} + [L_m(\bar{i}_m) + L_{rl}(\omega)] i_{ra} \right\}, \\ s_3 = \sqrt{3} L_m(\bar{i}_m) [i_{ra} (i_{sb} - i_{sc}) - i_{sa} (i_{rb} - i_{rc})] / (2J) - M_c(\omega) / J.$$

Враховуючи у (13) залежності (14), (15), (17), отримаємо диференційне рівняння стану АД в матричній формі:

$$d\bar{I}_{AD} / dt = \bar{F}_{AD} \cdot \bar{I}_{AD} + \bar{G}_{AD} \cdot \bar{S}_{AD} + \bar{H}_{AD} \cdot \bar{U}_{AD}, \quad (18)$$

де  $\bar{F}_{AD} = \bar{M}_4 \cdot \bar{M}_L^{-1} \cdot \bar{R}_{im} \cdot \bar{M}_5$ ,  $\bar{G}_{AD} = \bar{M}_4 \cdot \bar{M}_L^{-1} \cdot \bar{M}_7$ ,  $\bar{H}_{AD} = \bar{M}_4 \cdot \bar{M}_L^{-1} \cdot \bar{M}_6$  - матричні коефіцієнти, які дорівнюють:

$$\bar{F}_{AD} = \begin{bmatrix} \frac{-b_1 R_s}{b_1 R_s} & 0 & 0 & \frac{-b_2 R_r}{b_2 R_r} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{b_1 R_s} & \frac{-b_3 \cdot R_s}{b_3 \cdot R_s} & \frac{b_3 \cdot R_s}{b_3 \cdot R_s} & \frac{2}{b_2 R_r} & \frac{-b_4 R_r}{b_4 R_r} & \frac{b_4 R_r}{b_4 R_r} & 0 \\ \frac{2}{b_1 R_s} & \frac{2}{b_3 \cdot R_s} & \frac{-b_3 \cdot R_s}{b_3 \cdot R_s} & \frac{2}{b_2 R_r} & \frac{2}{b_4 R_r} & \frac{-b_4 R_r}{b_4 R_r} & 0 \\ -\frac{2}{b_5 R_s} & 0 & 0 & \frac{2}{-b_6 R_r} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{b_5 R_s} & \frac{-b_7 R_s}{b_7 R_s} & \frac{b_7 R_s}{b_7 R_s} & \frac{2}{b_6 R_r} & \frac{-b_8 R_r}{b_8 R_r} & \frac{b_8 R_r}{b_8 R_r} & 0 \\ \frac{2}{b_5 R_s} & \frac{2}{b_7 R_s} & \frac{-b_7 R_s}{b_7 R_s} & \frac{2}{b_6 R_r} & \frac{2}{b_8 R_r} & \frac{-b_8 R_r}{b_8 R_r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (19)$$

$$\bar{G}_{AD} = \begin{bmatrix} b_2 & 0 & -f_\alpha b_9 / 2 \\ -b_2 & \sqrt{3} b_4 & \frac{f_\alpha b_9 - \sqrt{3} f_\beta b_{11}}{2} \\ 2 & 2 & 2 \\ -b_2 & -\sqrt{3} b_4 & \frac{f_\alpha b_9 + \sqrt{3} f_\beta b_{11}}{2} \\ 2 & 2 & 2 \\ b_6 & 0 & -f_\alpha b_{13} / 2 \\ -b_6 & \sqrt{3} b_8 & \frac{f_\alpha b_{13} - \sqrt{3} f_\beta b_{15}}{2} \\ 2 & 2 & 2 \\ -b_6 & -\sqrt{3} b_8 & \frac{f_\alpha b_{13} + \sqrt{3} f_\beta b_{15}}{2} \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \bar{H}_{AD} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} b_1 & \frac{b_1}{3} & 0 \\ -\frac{b_1}{3} & -\frac{b_1 + b_3}{6} & 0 \\ \frac{b_1}{3} & -\frac{b_1 - b_3}{6} & 0 \\ \frac{2}{3} b_5 & \frac{b_5}{3} & 0 \\ -\frac{b_5}{3} & -\frac{b_5 + b_7}{6} & 0 \\ \frac{b_5}{3} & -\frac{b_5 - b_7}{6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Для чисельного розв'язання диференційного рівняння (18) пропонується використовувати жорстко-стійкий багатозначний метод Гіра-Нордсіка [10], який передбачає обчислення на кожному кроці для кожної змінної стану вектора похідних, кількість яких визначається порядком метода. Початкове наближення вектора Нордсіка на наступному кроці для кожної змінної стану

визначається канонічним рівнянням прогнозу, а подальші - канонічним рівнянням корекції, яке включає визначення скалярна функція корекції, що залежить від матриці Якобі для правої частини рівняння (18). Вираження останньої в аналітичній формі зводиться до відшукування частинних похідних  $\partial \bar{F}_{AD} / \partial i_j$ ,  $\partial \bar{G}_{AD} / \partial i_j$ ,  $\partial \bar{H}_{AD} / \partial i_j$  від матричних коефіцієнтів рівняння (18) по  $j$ -й ( $j = \overline{1,7}$ ) змінній стану  $i_j$  (компоненті  $\bar{I}_{AD}$ ) двигуна. Для цього необхідно обрхувати наступні похідні за  $i_j$  змінною стану:

$$\partial(b_k R_s) / \partial i_j = \partial b_k / \partial i_j \cdot R_s \quad \text{при } k = 1, 3, 5, 7; \quad (21)$$

$$\partial[b_k R_r(\omega)] / \partial i_j = \partial b_k / \partial i_j \cdot R_r(\omega) + b_k \cdot \partial R_r(\omega) / \partial i_j \quad \text{при } k = 2, 4, 6, 8, \quad (22)$$

а частинні похідні від  $b_k$  є наступними:

$$\partial b_k / \partial i_j = [\partial L_{dx} / \partial i_j + \partial L_{rl}(\omega) / \partial i_j] / P_x - [L_{dx} + L_{rl}(\omega)] / P_x^2 \cdot \partial P_x / \partial i_j, \quad (23)$$

де індексу  $k=1$  відповідає вісь  $x = \alpha$ , а індексу  $k=3$  - вісь  $x = \beta$ ;

$$\partial b_k / \partial i_j = -P_x^{-1} \cdot \partial L_{dx} / \partial i_j + L_{dx} / P_x^2 \cdot \partial P_x / \partial i_j, \quad (24)$$

де індексам  $k=2, 5$  відповідає вісь  $x = \alpha$ , а індексам  $k=4, 7$  - вісь  $x = \beta$ ;

$$\partial b_k / \partial i_j = P_x^{-1} \cdot \partial L_{dx} / \partial i_j - [L_{dx} + L_{rl}(\omega)] / P_x^2 \cdot \partial P_x / \partial i_j, \quad (25)$$

де індексу  $k=6$  відповідає вісь  $x = \alpha$ , а індексу  $k=8$  - вісь  $x = \beta$ , причому:

$$\partial P_x / \partial i_j = \partial L_{dx} / \partial i_j \cdot [L_{sl} + L_{rl}(\omega)] + \partial L_{rl}(\omega) / \partial i_j \cdot (L_{dx} + L_{sl}). \quad (26)$$

Частинні похідні  $\partial R_r(\omega) / \partial i_j$  та  $\partial L_{rl}(\omega) / \partial i_j$  по першим шести змінним стану ( $j = \overline{1,6}$ , струми статора та ротора) дорівнюють нулю, а по частоті обертання  $\omega$  визначаються за видом функцій  $R_r(\omega)$  та  $L_{rl}(\omega)$  відповідно та для залежностей типу (2) при синхронній частоті обертання  $\omega_1$  становлять:

$$\partial R_r(\omega) / \partial \omega = 2a_2 \omega_1^{-2} \omega - (a_1 + 2a_2) / \omega_1; \quad (27)$$

$$\partial L_{rl}(\omega) / \partial \omega = 2c_2 \omega_1^{-2} \omega - (c_1 + 2c_2) / \omega_1. \quad (28)$$

При врахуванні насичення залежністю (1) частинні похідні від  $L_m$  за складовими  $i_{mx}$  вектора струму намагнічування та змінними стану  $i_j$  двигуна, відповідно, становлять:

$$\partial L_m(|\bar{i}_m|) / \partial i_{mx} = -i_{mx} \cdot |\bar{i}_m|^{-1} \cdot \left( A / C \cdot e^{-|\bar{i}_m|/C} + B / D \cdot e^{-|\bar{i}_m|/D} \right), \quad (29)$$

$$\partial L_m(|\bar{i}_m|) / \partial i_j = - \left( A / C \cdot e^{-|\bar{i}_m|/C} + B / D \cdot e^{-|\bar{i}_m|/D} \right) \cdot \partial |\bar{i}_m| / \partial i_j, \quad (30)$$

а частинні похідні за змінними стану двигуна від ортогональних динамічних індуктивностей дорівнюють:

$$\frac{\partial L_{dx}}{\partial i_j} = \left( \frac{\partial |\bar{i}_m|}{\partial i_j} \cdot i_{mx}^2 \cdot |\bar{i}_m|^{-2} - 2 \frac{\partial i_{mx}}{\partial i_j} \cdot i_{mx} \cdot |\bar{i}_m| \right) \cdot \left( A/C e^{-|\bar{i}_m|/C} + B/D e^{-|\bar{i}_m|/D} \right) + \frac{\partial |\bar{i}_m|}{\partial i_j} \cdot i_{mx}^2 \cdot |\bar{i}_m|^{-1} \cdot \left( A/C^2 e^{-|\bar{i}_m|/C} + B/D^2 e^{-|\bar{i}_m|/D} \right). \quad (31)$$

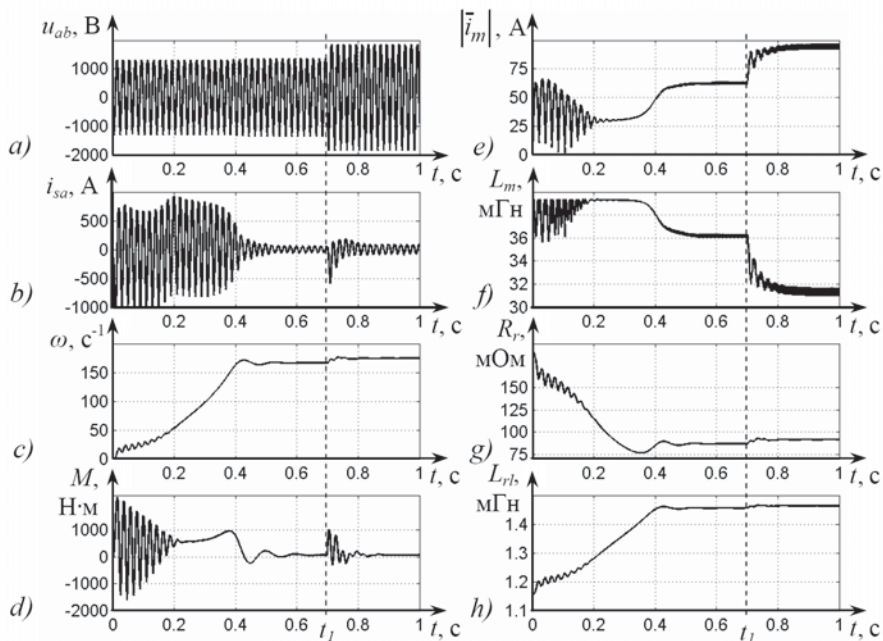


Рис. 1. Графіки, отримані в результаті моделювання: *a* – лінійна напруга на статорі двигуна; *b* – струм фази А статора; *c* – частота обертання ротора; *d* – електромагнітний момент двигуна; *e* – модуль вектора струму намагнічування; *f* – індуктивність намагнічування; *g* – активний опір ротора; *h* – індуктивність розсіювання ротора

Запропонована математична модель АД (18) та залежності (21)-(31) для обчислення матриці Якобі використані у прикладній програмі MinePowerNet, яка розробляється авторами для моделювання перехідних процесів в електротехнічних комплексах вугільних шахт [9]. На рис. 1 наведені графіки, отримані в MinePowerNet шляхом розв'язання матричного диференційного рівняння (18) методом Гіра-Нордсіка 3-го порядку зі змінним шагом інтегрування (величина якого не перевищувала  $1 \cdot 10^{-5}$  с), що характеризують пуск вибухозахищеного АД типу ЭДКОФВ315LA4 (номінальні потужність 200 кВт, лінійна напруга  $U_H=1140$  В) приводу шахтного стрічкового конвеєра при напрузі  $0,8U_H$ , причому у момент  $t_1=0,7$ с відбулося

збільшення напруги до  $1,1U_n$ . Графіки ілюструють зниження величини активного опору та збільшення індуктивності розсіювання ротора при розгоні двигуна (до 0,4 с) за рахунок витіснення струму в роторі, а також збільшення модуля вектора струму намагнічування та відповідне зниження величини  $L_m$  під час пуску та після моменту  $t_1$ .

### Висновки

Удосконалена математична модель асинхронного двигуна у вигляді матричного диференційного рівняння у формі Коши шляхом врахування динамічної індуктивності намагнічування та ефекту витіснення струму в роторі. Для правої частини рівняння стану двигуна аналітично віднайдена матриця Якобі, що дає змогу чисельно аналізувати стан асинхронних двигунів у складі електротехнічного комплексу шахтного жорстко-стійкими методами. В ході подальших досліджень доцільно врахувати вплив температури обмоток двигуна на значення параметрів схеми заміщення для підвищення точність моделювання.

1. Анализ параметров и процессов в шахтных электрических сетях / [Шкрабец Ф.П., Шидловская Н.А., Дзюбан В.С., Вареник Е.А.]. – Днепропетровск: Нац. горный ун-т, 2003. – 151 с.
2. Alexandrovitz A. Dynamic Behavior Analysis of Saturated Induction Motor / A. Alexandrovitz // ELECO'99 International conference on electrical and electronics engineering. – 1999. – pp.10-24. – Access mode: [http://www.emo.org.tr/eklet/cb5e67dcb46bf8e\\_ek.pdf](http://www.emo.org.tr/eklet/cb5e67dcb46bf8e_ek.pdf)
3. Okoro O.I. Dynamic and thermal modelling of induction machine with non-linear effects / O.I. Okoro. – Kassel: Kassel university press Gmbh, 2002. – 154p.
4. Induction motor dynamic and static inductance identification using a broadband excitation technique / [A. Ganji, P.Guillaume, R. Pintelon, P. Lataire ] // IEEE Transactions on Energy Conversion. – 1998. – Vol. 13, No. 1. – pp. 15-20.
5. Браславский И.Я. Энергосберегающий асинхронный электропривод: Учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / И.Я. Браславский, З.Ш. Ишманов, В.Н. Поляков; под ред. И.Я. Браславского. – М.: «Академия», 2004. – 256 с.
6. Вольдек А.И. Электрические машины. Машины переменного тока: Учеб. для вузов / А.И. Вольдек, В.В. Попов. – СПб.: Питер, 2008. – 350 с.
7. Сивокобыленко В.Ф. Совершенствование микропроцессорной тепловой защиты короткозамкнутых асинхронных электродвигателей / В.Ф. Сивокобыленко, С.Н. Ткаченко // Наукові праці Донецького національного технічного університету. – 2011. – №11(186). – С.353-359.
8. Krause P.C. Analysis of electric machinery and drive systems / Paul C. Krause, Oleg Wasynczuk, Scott D. Sudhoff; 2<sup>nd</sup> ed. – New York: John Wiley & Sons, Inc., 2002. – 613p.
9. Сивокобыленко В.Ф. Математична модель електромережі дільниці шахти у змінних стану / Сивокобыленко В.Ф., Василюк С.В. // Технічна електродинаміка. – 2012. - №6. – С.61-67.
10. Чуа Л.О. Машинный анализ электронных схем. Алгоритмы и вычислительные методы / Чуа Л.О., Лин Пен-Мин; пер. с англ. – М.: Энергия, 1980. – 640с.

Поступила 7.10.2013р.