УДК 009.4

Г.Н.Левицька, Львівське ВПТУ комп’ютерних технологій та будівництва, м.Львів

СИНТЕЗ І ДОСЛІДЖЕННЯ ІНФОРМАЦІЙНОЇ МОДЕЛІ НАВЧАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ НА ОСНОВІ ТЕОРІЇ ІГОР

Вступ

Предметом дослідження є інформаційна модель, котра в загальному повинна забезпечити можливість синтезу моделі управління процесом навчання на основі використання ігрової моделі. Покажемо в загальних рисах основні особливості такої моделі та обгрунтуємо їх необхідність.

Синтез моделі управління процесом навчання з ігровими моделями

Для синтезу моделі управління процесом навчання з ігровими моделями необхідні спеціальні засоби забезпечення інтерфейсу моделей. Крім безпосереднього зв’язку між двома моделями необхідно мати можливість проводити аналіз стану ігрової моделі, як моделі, яка ініціює необхідність взаємодії і стану моделі управління, яка повинна відповідним чином реагувати на ту чи іншу дію зі сторони ігрової моделі.

Позначимо модель системи управління процесом навчання - U, ігрову модель - G, а інформаційну модель, що забезпечує їх синтез, позначимо символом D. Тоді досліджувана система S процесу навчання на основі ігрових технологій буде мати вигляд $S=F(U,D,G)$, де F – функція, що пов’язує всі компоненти.

Основні задачі, які повинні реалізуватись моделлю D наступні:

- інтерпретація вихідних даних ігрової моделі G,
- визначення необхідності використання моделі U до взаємодії з G і відповідна інтерпретація взаємозв’язку U - G,
- імітація партнерської взаємодії з G на основі аналізу даних G без взаємодії з U,
- аналіз параметрів стану системи S в цілому і забезпечення необхідних значень відповідних параметрів,
- використання моделі G до взаємодії з U, якщо в останній виникають збурення, не обумовлені зовнішніми факторами.

Інформаційна модель D в нашому випадку представляє собою структуру даних з інформаційними інтерфейсами, що в загальному випадку можна записати у вигляді:

$$D=F(B,I_u,I_G),$$

де F – функція, що описує взаємозв’язки між структурою даних B і інтерфейсами I_u і I_G. Інтерфейс I_u призначений для інтерпретації входів та виходів моделі U, які використовуються для обміну інформацією з моделлю

G, інтерфейс I_G використовується для інтерпретації входів і виходів моделі G, які використовуються для обміну інформацією з моделлю U. Отже, для опису структури моделі D необхідно розглянути принципи побудови B, I_u, I_G і визначитися з функціями, які накладаються на модель D додатково до функцій узгодження роботи між моделями U і G. Коротко зупинимося на принципах організації інтерфейсів I_u і I_G в інформаційній моделі D.

У відповідності з загальним виглядом моделі U, наприклад, моделі навчання з періодичним контролем, величина $L_t(y)$, що описує очікувані затрати на подання (представлення) матеріалу на відрізку часу $t+\lambda$ при $y_t=y$, визначається шляхом обчислення умовного математичного очікування $H_{t+\lambda}(y\text{-}Q,g)$ по відношенню до q для кожної різниці (y-Q) і безумовного математичного очікування по відношенню до Q. Якщо величину $H_t(k,q)$ записати у вигляді виразу:

$H_t(k,g)=[(h_t(k\text{-}q))\&(k\text{-}q)\geq 0]\vee[\pi_t(q\text{-}k)\&(k\text{-}q)<0]$,

то $L_t(y)$ запишеться у вигляді співвідношення, що визначає відповідні затрати на відрізку часу $t+\lambda$ при $y_t=y$:

$$L_t(y)=\left\{[\sum_{a=0}^{y} h_{t+\lambda}(y-Q)P_{i,t+\lambda}(Q)+\sum_{a>y}\pi_{t+\lambda}(Q-y)P_{t,t+\lambda}(Q)]\,\&\,(y>0)\right\}\cup$$

$$\cup\left\{[\sum_{Q=0}^{\infty}\pi_{t+\lambda}(Q-y)P_{t,t+\lambda}(Q)]\,\&\,(y<0)\right\}.$$

В даному виразі $Q=q_1+\ldots+q_{t+\lambda}$ – випадкова величина, що представляє собою можливість сприйняття даних (знань) на відрізку часу $t+\lambda$, $P(Q)$ представляє ймовірність при виборі стратегії y_t, яка мінімізує оптимальний обсяг даних $x_i(j_t)$. Таким чином, вираз який потрібно мінімізувати представляє собою математичне очікування, що можна записати у вигляді:

$$M\left\{\sum_{t=1}^{T}\alpha^{\lambda+t-1}\left[c_t\,(y_t-j_t)+L_i(y_t)\right]\right\},$$

де α – коефіцієнт сприйняття даних (знань) ($1\geq\alpha>0$).

Рекурентне співвідношення, за допомогою якого знаходяться оптимальні стратегії навчального процесу має вигляд :

$$f_t(j)=\min_{y\geq j}\left[c_t(y-j)+L_t(y)+\alpha\sum_{g=0}^{\infty}f_{t+1}(y-g)P_t(q)\right]\&[\,f_{T+1}(j)=0].$$

Приведені вище співвідношення представляють собою математичну модель U, що взаємодіє з G через інтерфейси I_u і I_G та структуру даних B, що в сукупності складає інформаційну модель D.

Таким чином, в даній моделі можна виділити чотири основні вхідні параметри, від яких залежить функціонування U і які, відповідно, можуть впливати на неї і в цьому розумінні їх можна інтерпретувати, як управляючі параметри. Система управління навчальним процесом U працює поетапно (тобто вона відноситься до систем з періодичним контролем). На кожному етапі обраховуються втрати (несприйняття інформації слухачами), на основі яких вибираються методи подання інформації викладачем, а сам процес навчання представляє собою процедуру подання інформації, її засвоєння та накопичення слухачами.

Неявними параметрами такої моделі, які присутні в приведених співвідношеннях і в загальному також можуть змінюватись, є розподіли ймовірностей. Зміна законів розподілу в моделях U під дією зовнішніх впливів (зміна контингенту слухачів, зміна планів навчання, тощо) може призводити до змін типу моделей, що вимагає від інформаційної моделі D можливості формувати нові стратегії для U з врахуванням протидії вказаним змінам.

Моделі ігор, найбільш відповідні для опису процесу навчання

Розглянемо деякі моделі ігор і виберемо найбільш відповідні з точки використання їх для опису процесу навчання.

Найпростішою моделлю гри є прямокутна гра з прямокутною матрицею розмірності $m \cdot n$.

$$A = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{Vmatrix}.$$

Для довільної прямокутної гри має місце співвідношення:

$$\max_{x \in S_m} \min_{y \in S_n} \{E(x, y)\} = \min_{y \in S_n} \max_{x \in S_m} \{E(x, y)\},$$

де $E(x,y)$ представляє собою математичне очікування виграшу для одного з гравців, яке записується у вигляді співвідношення:

$$E(x, y) = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} a_{ij} x_i y_j ,$$

де a_{ij} – елементи матриці A, $x = \|x_1, x_2, \dots, x_m\|$ і $y = \|y_1, y_2, \dots, y_n\|$ – стратегії двох гравців, символи S_n і S_m – множини n і m–мірних векторів і змішаних стратегій, або упорядкована система невід'ємних дійсних чисел $\|x_1, x_2, \dots, x_n\|$, що задовольняють наступній умові:

$$\sum_{j=1}^{n} y_j = 1 \text{ і } \sum_{i=1}^{m} x_i = 1.$$

Така модель гри гарантує наявність виграшної стратегії для одного з гравців.

Для визначення наявності виграшних стратегій в прямокутних іграх можна скористатися рядом умов, одна з яких відповідає наступному твердженню.

Нехай E – математичне очікування виграшу в прямокутній грі з матрицею порядку $m \cdot n$ і нехай x^*, y^* елементи множини S_m і S_n. Тоді x^* – оптимальна стратегія для P_1, а y^* – оптимальна стратегія для P_2. Якщо x є довільним елементом S_m, а y – довільним елементом S_n, то:

$$E(x,y^*) \leq E(x^*,y^*) \leq E(x^*,y).$$

Якщо i і j цілі числа такі, що $1 \leq i \leq m$ і $1 \leq i \leq n$, то:

$$E(i,y^*) \leq E(x^*,y^*) \leq E(x^*,j).$$

Необхідність опису процесу навчання як гри за допомогою матриці A робить її скінченною.

Розглянемо більш широкий клас неперервних поліноміальних ігор. До класу таких ігор відносимо ігри, в котрих платіжна функція $M(x,y)$ може бути представлена у вигляді:

$$M(x,y) = \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} a_{ij} r_i(x) s_j(y),$$

де $r_i(x)$ і $s_j(y)$ для $1 \leq i \leq m$ і $1 \leq j \leq n$ неперервні функції на одиничному замкнутому інтервалі. Якщо для гравців P_1 і P_2 змішані стратегії F і G, то математичне очікування виграшу для P_1 визначається із співвідношення:

$$E(F,G) = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} a_{ij} \int_0^1 r_i(x) dF(x) \int_0^1 S_j(y) dG(y),$$

де $\int_0^1 r_i(x) dF(x)$ і $\int_0^1 S_j(y) dG(y)$ – інтеграли Стільт'єса.

В даних моделях ігор простір змінних, на яких визначаються стратегії поведінки є неперервним. Оскільки виникнення збурень в процесі навчання є непередбачуваними факторами, то використання неперервних ігор є доцільним, тому що в такому випадку є можливість відповідні простори задати функціонально. В рамках таких моделей існує можливість будувати випуклі платіжні функції. Функція f дійсної змінної називається випуклою на інтервалі (a,b), якщо для будь-якого елемента $\|\lambda_1, \lambda_2\|$ множини S_2 і для довільної пари різних чисел x_1 і x_2 інтервалу (a,b) має місце:

$$f(\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2) \leq \lambda_1 f(x_1) + \lambda_2 f(x_2).$$

Якщо $\lambda_1 \neq 0$ і $\lambda_2 \neq 0$, то f строго випукла. Використання ігор з випуклими платіжними функціями дозволяє визначити оптимальну стратегію кожного гравця. Ця обставина є досить важливою, оскільки в такому підході система управління навчанням завжди буде другим гравцем, або гравцем, якому буде представлятися другий вибір при проведенні гри. Ця ситуація є природною, бо першим гравцем завжди буде ситуація визначена сприйняття матеріалу чи їх послідовність, яка, очевидно, виникає в довільний момент часу. Приймати якісь дії в системі управління проти факторів, які ще не проявилися, не коректно в рамках даного підходу.

Прикладом однієї з умов визначення оптимальної стратегії для другого гравця може служити умова, яка допустима для моделей ігор з випуклими платіжними функціями. Приймемо, що M – платіжна функція неперервної гри, неперервна на двох змінних x і y. $M(x,y)$ існує для довільних x,y, $M(x,y)$ строго ввігнута по x для довільного y, Iy_0 – єдина оптимальна стратегія для першого гравця і v – ціна гри. Якщо $(x_0=0)\vee(x_0=1)$, то Iy_0 оптимальна стратегія для другого гравця, при умові, що:

$0\leq y_0\leq 1$, $M(x_0,y_0)=v$, $M'(x_0,y_0)\leq 0$ для $x_0=0$ і $M'(x_0,y_0)\geq 0$ для $x_0=1$.

При $0<x_0<1$ має місце:

$\alpha Iy_1(y)=(1-\alpha)Iy_2(y)$,

де $0\leq y_1\leq 1$, $0\leq y_2\leq 1$, $0\leq \alpha\leq 1$, $M(x_0,y_1)=v$, $M(x_0,y_2)=v$, $M'(x_0,y_1)\geq 0$, $M'(x_0,y_2)\leq 0$, $\alpha M'(x_0,y_1)+(\alpha-1)M'(x_0,y_2)=0$.

Приведені вище умови можна сформулювати і для першого гравця. Але в нашому випадку, коли першим гравцем є зміна умов функціонування навчальним процесом, можна припустити, що останній формується не на підставі уявлень про відмічені вище особливості теорії ігор, навіть якщо ці фактори носять соціальний характер.

Висновки

Для застосування в технологіях навчання раціонально використовувати клас неперервних поліноміальних ігор в яких існує можливість будувати випуклі платіжні функції, забезпечуючі оптимальну стратегію подання матеріалу, контролю знань і вмінь.

1. *Aumann R.J.* Lectures on Game Theory. – San Francisco: Westview Press, 1989. – 120 с.
2. *Губко М.В.* Управление организационными системами с коалиционным взаимодействием участников. – М: ИПУ РАН,2003. – 140 с.
3. *Данилов В.И.* Лекции по теории игр. /КЛ./2002/001. – М.: РЭШ, 2002. – 140 с.
4. *Гришанов Г.М., Павлов О.В.* Исследование систем управления. – Самара: Самарский гос. аэрокосм. ун-т, 2005. – 128 с.
5. *Новиков Д.А.* Теория управления организационными системами. – М.: Физматлит, 2007. – 584 с.

Поступила 10.03.2014р.