

систем, 2001. – 577 с.

2. *Борисов А.Н., Алексеев А.В., Меркурьева Г.В.* Обработка нечеткой информации в системах принятия решений.– М.: Радио и связь. 1989. – 304с.
3. *Малець І. О.* Інформаційні технології і потокові моделі забезпечення оперативної діяльності для формування маршрутів передачі даних у мережах в умовах надзвичайних ситуацій / І. О. Малець // Моделювання та інформаційні технології. – 2008. – Вип. 45. – С. 165–171.
4. *Сікора Л. С.* Ситуаційні моделі розв'язання задач управління і діагностика режимів комп'ютеризованих виробництв з елементами штучного інтелекту / Л. С.Сікора, Р. А. Федчишин, І. О. Малець, Н. Б. Поліщук // Моделювання та інформаційні технології. – 2007. – Вип. 43. – С. 148–155.
5. *Шеридан Г.Б., Форрелл У.Р.* Системы человек – машина.-М: Машиностроение, 1980.-400с.

Поступила 17.02.2014р.

УДК 624.042.12:51-74

В. М. Теслюк, Л. Є. Харченко

Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів

АЛГОРИТМ МОДАЛЬНОГО АНАЛІЗУ НАДЗЕМНОЇ ДІЛЯНКИ МАГІСТРАЛЬНОГО ТРУБОПРОВОДУ З ПРИЛЕГЛИМИ ДО НЕЇ ЧАСТИНАМИ ПІДЗЕМНИХ ДІЛЯНОК

Анотація. На основі застосування технічної теорії згину і гіпотези Вінклера побудовані математична модель вільних коливань та алгоритм модального аналізу надземної ділянки трубопроводу з прилеглими до неї частинами пружно затиснутих у ґрунті підземних ділянок. Обґрунтовується довжина підземних частин трубопроводу, деформування яких необхідно брати до уваги під час проведення динамічних розрахунків.

Abstract. Applying the technical theory of bend and Winkler hypothesis, we wrote a mathematical model of free vibrations and modal analysis algorithm of aboveground pipeline with the surrounding parts of it elastically trapped in the soil underground sites. We substantiate length of underground pipeline parts, which deformation should be taken into account during the dynamic calculation.

Вступ

Під час спорудження магістральних трубопроводів їх частини укладають у заздалегідь підготовлену траншею, зварюють і засипають ґрунтом, який ретельно утрамбовують. У місцях, де немає можливості укладання труб у траншею (на перетинах трубопроводу з руслами рік, болотистою місцевістю, ярами, провалами тощо), споруджують надземну ділянку трубопроводу. У

найпростішому випадку така ділянка має пряму вісь і утримується в робочому положенні за рахунок затиснення підземних частин оболонкової конструкції в ґрунті.

У процесі експлуатації надземні ділянки магістральних трубопроводів піддаються дії вітрових навантажень та динамічних навантажень з боку рухомих очисних та діагностичних поршнів. Такі навантаження додатково деформують трубопровід, викликаючи його згинні коливання, за яких безпосередньо біля зон входження труби у ґрунт виникають екстремальні згинальні моменти. Очевидно, значення цих моментів істотно залежать від податливості основи. Тому аналізувати деформований стан надземної ділянки трубопроводу необхідно з урахуванням її взаємодії з підземними ділянками. Оскільки прогини і кути повороту поперечних перерізів підземних ділянок з віддаленням від місць сполучення з надземною ділянкою зменшуються, то на деяких відстанях від зазначених місць поступальні і обертальні переміщення перерізів можна прийняти рівними нулю. Тоді для досліджень як статички, так і динаміки відрізка трубопроводу, що включає надземну і частини зв'язаних з нею підземних ділянок, можна скористатися розрахунковою моделлю у вигляді суцільної трипрогонової балки, крайні ділянки якої встановлені на пружній основі і жорстко затиснуті на кінцях. Під час проектування трубопроводів постає потреба проведення динамічних розрахунків надземних ділянок з метою усунення можливості виникнення резонансних явищ, а також оцінки впливу вимушених коливань, обумовлених як вітровими, так і рухомими навантаженнями, на міцність труб.

Зауважимо, що задачі аналізу деформованого стану балок, плит, оболонок та інших конструкцій, встановлених на пружній основі, безпосередньо пов'язані з інженерною практикою, тому протягом тривалого часу їм приділяється значна увага [1–10]. Розв'язання задачі про рівновагу балки, яка лежить на поверхні масивного пружного тіла (так званої, контактної задачі теорії пружності), пов'язане зі значними математичними труднощами. Для спрощеного урахування пружних властивостей основи припускають, що переміщення основи залежить від тиску лише у тій точці, в якій визначається переміщення. Модель основи, побудована із застосуванням цієї гіпотези, яку називають гіпотезою Вінклера, з достатньою для практики точністю відображає властивості ґрунту.

Методика розв'язування задач статичного деформування балок, плит і оболонок на пружній основі типу Вінклера широко висвітлена у технічній літературі [1, 2, 4]. У довідникових джерелах наводяться значення коефіцієнтів постелі, необхідні для виконання практичних розрахунків [6]. Удосконаленням такого підходу можна вважати модель двохпараметричної основи, яка дає можливість урахувати пружні властивості ґрунту не лише на стиск, а й на зсув [4, 5]. Теоретичні аспекти і практичні задачі на коливання балок і пластин з урахуванням податливості основи згідно з гіпотезою Вінклера розглядаються у працях [3, 8, 9]. Особливий інтерес у цьому контексті становлять дослідження динаміки залізничної колії [9]. Подальший розвиток

теорії балок і пластин, встановлених на пружній основі, проводиться із застосуванням методів теорії пружності та представлення основи у вигляді пружної напівплощини або пружного на півпростору [10]. При цьому основу здебільшого розглядають як ізотропне тверде тіло, що утруднює детальне урахування механічних властивостей реального ґрунту. Проводяться дослідження у напрямі вивчення статичної та динамічної поведінки шаруватих конструкцій на пружній основі [3, 7].

Важливим напрямом динаміки стрижневих систем є визначення пружнодисипативних параметрів опорних вузлів і інших зв'язків довгомірних конструкцій та дослідження впливу цих параметрів на характеристики вільних і вимушених коливань та на динамічну стійкість механічної системи [11–15]. При цьому опорні вузли значних розмірів розглядаються як фрагменти пружної основи [12]. Для дослідження динаміки багатопрогонових конструкцій широко застосовують матричний метод початкових параметрів [1]. Аналогічний підхід доцільно застосувати і в дослідженнях динаміки надземних ділянок магістральних трубопроводів.

У даній праці ставиться за мету розроблення алгоритму модального аналізу відрізка трубопроводу, що включає надземну і частини зв'язаних з нею підземних ділянок, на основі розрахункової моделі у вигляді суцільної трипрогонової балки, крайні ділянки якої встановлені на пружній основі типу Вінклера і жорстко затиснуті на кінцях, а також вивчення впливу довжини взятих до уваги підземних частин трубопроводу на нижчі частоти і форми коливальних процесів.

1. Математична модель згинних коливань трубопроводу

Для проведення модального аналізу відрізка магістрального трубопроводу з надземною і частинами зв'язаних з нею підземних ділянок розглянемо пружну механічну систему, схема якої зображена на рис. 1. Система є суцільною трипрогоною конструкцією, крайні ділянки якої встановлені на пружній основі типу Вінклера і утримують надземну ділянку.

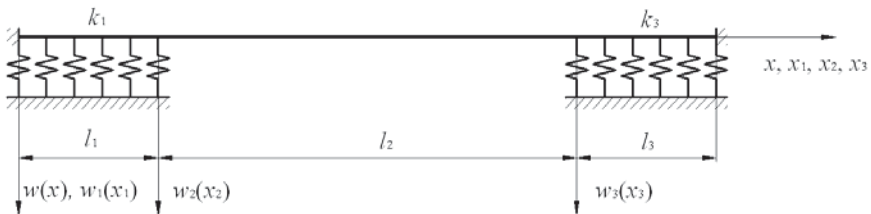


Рис. 1. Розрахункова схема надземної ділянки трубопроводу з частинами підземних ділянок.

Довжини ділянок позначаємо як l_i ($i = 1, 2, 3$), а погонні коефіцієнти постелі пружної основи – як k_1 і k_3 (у зв'язку з відсутністю пружного опирання балки на другій ділянці приймаємо $k_2=0$). Для опису згинних коливань трубо-

проводу скористаємося поздовжніми координатами x_i ($i = 1, 2, 3$) з початками у лівих крайніх перерізах відповідних ділянок і направлених вправо. Прогини zdeформованої осі балки на окремих прогонах позначаємо як w_i ($i = 1, 2, 3$). Ці величини є функціями відповідних просторових координат x_i ($i = 1, 2, 3$) і часу t . Для зручності зображення форм коливань усієї трипрогонової конструкції додатково вводимо направлену вправо, спільну для усіх ділянок координату x з початком на лівому кінці конструкції. Тоді загальний вираз для прогину складеної балки як функції координати x набуває вигляду

$$w(x, t) = w_1(x, t), \text{ якщо } 0 \leq x \leq l_1;$$

$$w(x, t) = w_2(x - l_1, t), \text{ якщо } l_1 \leq x \leq l_1 + l_2;$$

$$w(x, t) = w_3(x - l_1 - l_2, t), \text{ якщо } l_1 + l_2 \leq x \leq l_1 + l_2 + l_3. \quad (1)$$

Аналогічно формуємо функції для визначення кутів повороту поперечних перерізів трубопроводу, згинальних моментів і поперечних сил.

Застосовуючи технічну теорію згину, рівняння поперечних коливань ділянок механічної системи подаємо у вигляді

$$\frac{\partial^4 w_i}{\partial \xi_i^4} + \frac{P l_i^2}{E_i I_i} \frac{\partial^2 w_i}{\partial \xi_i^2} + \frac{\rho_i A_i l_i^4}{E_i I_i} \frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2} + \frac{k_i l_i^4}{E_i I_i} w_i = 0 \quad (i = 1, 2, 3), \quad (2)$$

де E_i , ρ_i – модуль пружності першого роду і густина матеріалу трубопроводу; A_i , I_i – площа і осьовий момент інерції поперечного перерізу ділянки труби; P_i – статична осьова сила, що стискає трубопровід внаслідок температурного розширення матеріалу; $\xi_i = x_i/l_i$ – відносні поздовжні координати поперечних перерізів балки. Кут повороту поперечного перерізу трубопроводу φ_i , згинальний момент M_i і поперечна сила Q_i визначаються співвідношеннями

$$\varphi_i = \frac{1}{l_i} \frac{\partial w_i}{\partial \xi_i}; \quad M_i = -\frac{E_i I_i}{l_i^2} \frac{\partial^2 w_i}{\partial \xi_i^2}; \quad Q_i = -\frac{E_i I_i}{l_i^3} \frac{\partial^3 w_i}{\partial \xi_i^3} - \frac{P_i}{l_i} \frac{\partial w_i}{\partial \xi_i}. \quad (3)$$

Особливістю деформованого стану підземних ділянок трубопроводу є те, що з віддаленням від зони переходу від надземної ділянки до ділянки, що знаходиться у землі, прогини і, відповідно, кути повороту поперечних перерізів зменшуються, прямуючи до нуля. Тому для перерізів, що знаходяться на достатній відстані від зазначених перехідних зон, поступальні і обертальні переміщення приймаємо рівними нулю:

$$w_1(0, t) = 0; \quad \varphi_1(0, t) = 0; \quad w_3(1, t) = 0; \quad \varphi_3(1, t) = 0. \quad (4)$$

Умови спряження сусідніх ділянок трубопроводу мають вигляд

$$w_2(0, t) = w_1(1, t); \quad \varphi_2(0, t) = \varphi_1(1, t); \quad M_2(0, t) = M_1(1, t); \quad Q_2(0, t) = Q_1(1, t); \\ w_3(0, t) = w_2(1, t); \quad \varphi_3(0, t) = \varphi_2(1, t); \quad M_3(0, t) = M_2(1, t); \quad Q_3(0, t) = Q_2(1, t). \quad (5)$$

Співвідношення (4), (5) є крайовими умовами, які повинні задовольняти розв'язки рівнянь з частинними похідними (2).

2. Алгоритм модального аналізу трубопроводу

У випадку вільних коливань трубопроводу розв'язки рівнянь (2) шукаємо у вигляді

$$w_i(x_i, t) = W_i(x_i) \cos \omega t \quad (i = 1, 2, 3), \quad (6)$$

де $W_i(x_i)$ – амплітудні функції прогинів ділянок трубопроводу; ω – циклічна частота коливань.

Підставляючи вираз (6) у рівність (2), отримуємо рівняння амплітудних функцій для згинних коливань системи

$$\frac{d^4 W_i}{d\xi_i^4} + b_i^2 \frac{d^2 W_i}{d\xi_i^2} - c_i^4 W_i = 0 \quad (i = 1, 2, 3), \quad (7)$$

де

$$b_i^2 = \frac{P I_i^2}{E I_i}; \quad c_i^4 = \frac{\rho_i A_i \omega^2 I_i^4}{E_i I_i} - \frac{k_i I_i^4}{E_i I_i}.$$

Відповідно до методу початкових параметрів, розв'язки рівнянь (7) подаємо у матричній формі

$$Y_i(\xi_i) = S_i(\xi_i) Y_i(0), \quad (8)$$

де

$$Y_i(\xi_i) = \text{col}(W_i(\xi_i), W_i'(\xi_i), W_i''(\xi_i), W_i'''(\xi_i)), \quad (9)$$

$$S_i(\xi_i) = \begin{pmatrix} \psi_{1i}(\xi_i) & \psi_{2i}(\xi_i) & \psi_{3i}(\xi_i) & \psi_{4i}(\xi_i) \\ \psi'_{1i}(\xi_i) & \psi'_{2i}(\xi_i) & \psi'_{3i}(\xi_i) & \psi'_{4i}(\xi_i) \\ \psi''_{1i}(\xi_i) & \psi''_{2i}(\xi_i) & \psi''_{3i}(\xi_i) & \psi''_{4i}(\xi_i) \\ \psi'''_{1i}(\xi_i) & \psi'''_{2i}(\xi_i) & \psi'''_{3i}(\xi_i) & \psi'''_{4i}(\xi_i) \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Тут $\psi_{1i}, \psi_{2i}, \psi_{3i}, \psi_{4i}$ – фундаментальна система інтегралів рівняння (7), що визначаються за формулами

$$\begin{aligned} \psi_{1i}(\xi_i) &= \frac{1}{\lambda_{1i}^2 + \lambda_{2i}^2} (\lambda_{2i}^2 \cos \lambda_{1i} \xi_i + \lambda_{1i}^2 \text{ch } \lambda_{2i} \xi_i), \\ \psi_{2i}(\xi_i) &= \frac{1}{\lambda_{1i}^2 + \lambda_{2i}^2} \left(\frac{\lambda_{2i}^2}{\lambda_{1i}} \sin \lambda_{1i} \xi_i + \frac{\lambda_{1i}^2}{\lambda_{2i}} \text{ch } \lambda_{2i} \xi_i \right), \\ \psi_{3i}(\xi_i) &= \frac{1}{\lambda_{1i}^2 + \lambda_{2i}^2} (-\cos \lambda_{1i} \xi_i + \text{ch } \lambda_{2i} \xi_i), \\ \psi_{4i}(\xi_i) &= \frac{1}{\lambda_{1i}^2 + \lambda_{2i}^2} \left(-\frac{1}{\lambda_{1i}} \sin \lambda_{1i} \xi_i + \frac{1}{\lambda_{2i}} \text{sh } \lambda_{2i} \xi_i \right), \end{aligned} \quad (11)$$

причому

$$\lambda_{1i} = \sqrt{-\frac{b_i^2}{2} + \sqrt{\frac{b_i^4}{4} + c_i^4}}, \quad \lambda_{2i} = \sqrt{\frac{b_i^2}{2} + \sqrt{\frac{b_i^4}{4} + c_i^4}}.$$

З урахуванням (3), (6) невідомі величини φ_i, M_i, Q_i подаємо як

$$\begin{aligned} \varphi_i(\xi_i, t) &= \Phi_i(\xi_i) \cos \omega t, \quad M_i(\xi_i, t) = M_{0i}(\xi_i) \cos \omega t, \\ Q_i(\xi_i, t) &= Q_{0i}(\xi_i) \cos \omega t \quad (i = 1, 2, 3), \end{aligned} \quad (12)$$

причому,

$$\begin{aligned} \Phi_i(\xi_i) &= \frac{1}{l_i} \frac{dW_i(\xi_i)}{d\xi_i}, \quad M_{0i}(\xi_i) = -\frac{E_i I_i}{l_i^3} \frac{d^2 W_i(\xi_i)}{d\xi_i^2}, \\ Q_{0i}(\xi_i) &= -\frac{E_i I_i}{l_i^3} \frac{d^3 W_i(\xi_i)}{d\xi_i^3} - \frac{P_i}{l_i} \frac{dW_i(\xi_i)}{d\xi_i} \quad (i = 1, 2, 3). \end{aligned} \quad (13)$$

З урахуванням (6), (12) крайові умови (4), (5) зводимо до вигляду

$$\begin{aligned} W_1(0) &= 0; \quad \Phi_1(0) = 0; \quad W_3(1) = 0; \quad \Phi_3(1) = 0; \\ W_2(0) &= W_1(1); \quad \Phi_2(0) = \Phi_1(1); \quad M_2(0) = M_1(1); \quad Q_2(0) = Q_1(1); \\ W_3(0) &= W_2(1); \quad \Phi_3(0) = \Phi_2(1); \quad M_3(0) = M_2(1); \quad Q_3(0) = Q_2(1). \end{aligned} \quad (14)$$

На основі залежностей (12) запишемо матричні рівності

$$F_i(\xi_i) = B_{1i} Y_i(\xi_i); \quad Y_i(\xi_i) = B_{2i} F_i(\xi_i) \quad (i = 1, 2, 3), \quad (15)$$

де

$$F_i = \text{col}(W_i(\xi_i), \Phi_i(\xi_i), M_{0i}(\xi_i), Q_{0i}(\xi_i));$$

$$B_{1i} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{l_i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{E_i I_i}{l_i^2} & 0 \\ 0 & -\frac{P_i}{l_i} & 0 & -\frac{E_i I_i}{l_i^3} \end{pmatrix}; \quad B_{2i} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{l_i^2}{E_i I_i} & 0 \\ 0 & -\frac{P l_i^3}{EI} & 0 & -\frac{l_i^3}{E_i I_i} \end{pmatrix}.$$

З урахуванням співвідношень (8), (15) одержуємо

$$F_i(\xi_i) = B_{1i} S_i(\xi_i) B_{2i} F_i(0) \quad (i = 1, 2, 3). \quad (16)$$

Крайові умови (14) подамо у матричному вигляді

$$\begin{aligned} F_1(0) &= \text{col}(0, 0, M_1(0), Q_1(0)); \quad F_2(0) = F_1(1); \quad F_3(0) = F_2(1); \\ F_3(1) &= \text{col}(0, 0, M_3(1), Q_3(1)). \end{aligned} \quad (17)$$

На основі залежностей (16), (17) запишемо матричне співвідношення

$$F_3(1) = \prod_{i=3}^1 B_{1i} S_i(1) B_{2i} F_1(0). \quad (18)$$

Реакції першого та другого елементів матриці-колонки $F_3(1)$ на одиничні значення величин $M_1(0)$, $Q_1(0)$ позначаємо як r_{mw} , r_{mq} , r_{qw} , r_{qq} . Оскільки поступальне і обертальне переміщення правого кінця третьої ділянки трубопроводу, згідно з крайовими умовами, повинні дорівнювати нулю, одержуємо однорідну систему алгебраїчних рівнянь

$$r_{mw} M_1(0) + r_{qw} Q_1(0) = 0; \quad r_{mq} M_1(0) + r_{qq} Q_1(0) = 0. \quad (19)$$

Для знаходження власних частот трубопроводу застосовуємо умову рівності нулю визначника системи рівнянь (19)

$$\begin{vmatrix} r_{mw} & r_{qw} \\ r_{m\varphi} & r_{q\varphi} \end{vmatrix} = 0. \quad (20)$$

Після знаходження коренів частотного рівняння (20) $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ (n – число шуканих коренів) визначаємо з точністю до сталого множника $M_1(0)$ і $Q_1(0)$ і формуємо матрицю-колонку початкових параметрів для першої ділянки трубопроводу $F_1(0)$. Матриці колонки початкових параметрів для другої і третьої ділянок обчислюємо за формулами

$$F_2(0) = B_{11}S_1(1)B_{21}F_1(0); \quad F_3(0) = \prod_{i=2}^1 B_{1i}S_i(1)B_{2i}F_1(0), \quad (21)$$

що впливають із залежностей (16), (17).

За відомими початковими параметрами розраховуємо власні форми механічної системи, застосовуючи матричну залежність (16).

3. Розрахункові результати

На рис. 2 наведені результати розрахунку трьох нижчих власних форм коливань прогинів, кутів повороту поперечних перерізів, згинальних моментів і поперечних сил механічної системи, утвореної надземною ділянкою довжиною $l_2 = 50$ м і частинами підземних ділянок довжинами $l_1 = l_3 = 10$ м магістрального трубопроводу, виготовленого із труб зовнішнім діаметром $D = 529$ мм і товщиною стінки $\delta = 10$ мм. Осьові моменти інерції поперечних перерізів ділянок трубопроводу становлять $I_i = 0,5492 \cdot 10^{-3} \text{ м}^4$ ($i = 1, 2, 3$). Модулі пружності і густини матеріалу дорівнюють $E_i = 2,1 \cdot 10^5$ МПа, $\rho_i = 7870$ кг/м³ ($i = 1, 2, 3$). Значення погонних коефіцієнтів постелі ґрунту, в якому затиснуті підземні ділянки трубопроводу, прийняті $k_1 = k_3 = 25$ МН/м². П'ять нижчих власних частот механічної системи становлять: 0,9071 Гц; 2,8587 Гц; 5,8665 Гц; 9,8693 Гц; 14,8444 Гц.

Як видно з наведених графіків, відносні амплітуди поступальних і кутових переміщень перерізів першої і третьої ділянок є значно меншими, ніж відповідні амплітуди переміщень перерізів другої ділянки. Однак, внутрішні сили на затиснутих ділянках, у зонах, що примикають до меж між крайніми ділянками і надземною частиною трубопроводу, набувають значень, сумірних з максимальними значеннями на надземній ділянці. У даному випадку згинальні моменти першої форми коливань у перерізах, що розмежовують ділянки, є дещо більшими, ніж максимальний згинальний момент; другої форми – приблизно дорівнює максимальному; третьої – є дещо меншим від максимального. Слід зазначити, що із зростанням жорсткості основи відношення згинальних моментів в розмежувальних перерізах до їх максимальних значень на надземній ділянці зростають.

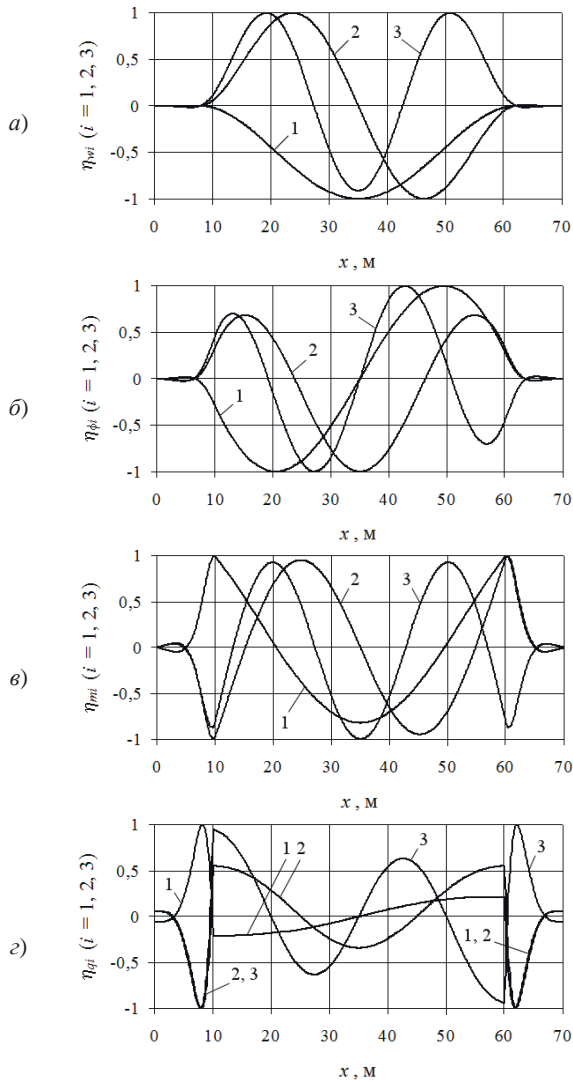


Рис. 2. Власні форми прогинів (а), кутів повороту поперечних перерізів (б), згинальних моментів (в) і поперечних сил (г) коливань надземної ділянки трубопроводу з частинами підземних ділянок (номер кривої відповідає порядковому номеру власної форми).

Вплив довжини затиснутих у ґрунті частин трубопроводу, деформації яких беруться до уваги, на власні частоти та на характерні значення відносних поступальних і обертальних переміщень власних форм ілюструються на рис. 3,

4. Довжини першої і третьої ділянок l_1 і l_3 , якими варіювали під час проведення розрахунків, вважали рівними між собою. Довжину другої (надземної) ділянки, геометричні характеристики поперечних перерізів, фізичні характеристики матеріалу труб і коефіцієнти постелі задавали такими як і раніше.

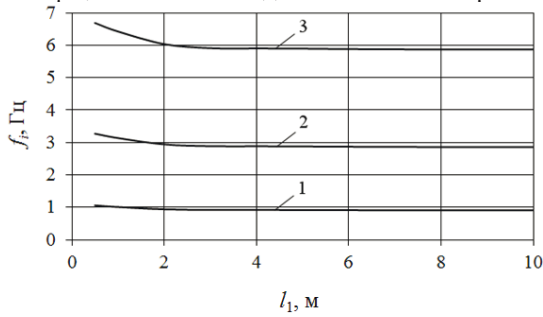


Рис. 3. Залежності власних частот механічної системи, утвореної надземною і частинами підземних ділянок трубопроводу, від довжини затисненої у ґрунті ділянки (номер кривої відповідає порядковому номеру власної частоти).

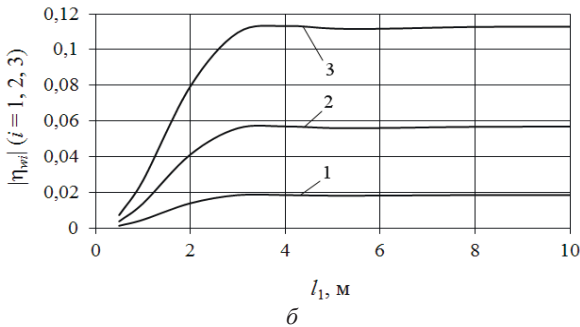
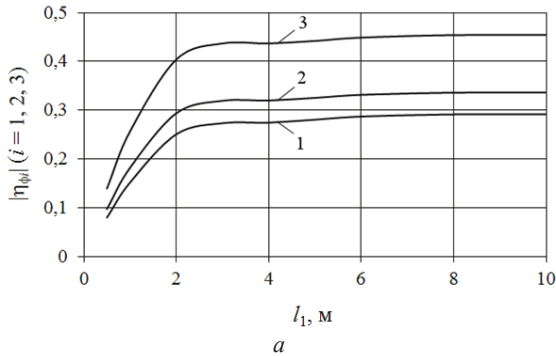


Рис. 4. Залежності абсолютних значень відносних прогинів (а) і відносних кутів повороту (б) поперечних перерізів трубопроводу, що розмежують надземну і підземні ділянки, від довжини затисненої у ґрунті ділянки (номер кривої відповідає порядковому номеру власної форми).

Наведені на рис. 3 графічні залежності показують, що зі зростанням довжини затиснутих у ґрунті частин трубопроводу власні частоти механічної системи спочатку помітно зменшуються, після чого їхні значення стабілізуються. Відповідно, абсолютні значення відносних амплітуд поступальних і обертальних переміщень поперечних перерізів, що розмежують надземну і підземну ділянку трубопроводу, спочатку стрімко зростають, а потім асимптотично наближаються до деяких сталих значень (рис. 4). Для проведення досліджень динаміки механічної системи мінімальне значення довжин затиснених у ґрунті ділянок повинне відповідати завершальній фазі стабілізації власних частот і власних форм коливань. У даному випадку можна вважати, що достатня для інженерної практики точність розрахунків може бути забезпечена, якщо довжина підземних ділянок трубопроводу становитиме 5 м. Дещо більшої точності можна досягти, приймаючи цю довжину рівною 8...10 м.

Висновки

1. Побудовані математична модель вільних коливань та алгоритм модального аналізу надземної ділянки магістрального трубопроводу з прилеглими до неї частинами пружно затиснених у ґрунті підземних ділянок на основі застосування технічної теорії згину і гіпотези Вінклера. Показано, що на власні частоти і форми коливань механічної системи істотно впливають не лише коефіцієнти постелі, а й довжини підземних частин трубопроводу, деформування яких береться до уваги.

2. З'ясовано, що зі зростанням довжини ділянок розрахункової моделі, встановлених на пружній основі, власні частоти механічної системи спочатку спадають, після чого їх значення стабілізуються, а значення відносних прогинів і кутів повороту характерних перерізів спочатку зростають, а потім асимптотично наближаються до деяких сталих значень. Це дає можливість обґрунтовано добирати мінімальну довжину підземних ділянок, деформування яких необхідно враховувати у динамічних розрахунках.

1. *Биргер И. А., Мавлютов Р. Р.* Сопrotивление материалов: Учебное пособие. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 560 с.
2. *Власов В. З., Леонтьев Н. Н.* Балки, плиты и оболочки на упругом основании. – М.: Физматгиз, 1960. – 492 с.
3. *Долгополова Н. В., Угримов С. В., Шушиков А. Н.* Нестационарное деформирование многослойных пластин и цилиндрических оболочек на упругом основании // Вестник НТУ «ХПИ». – 2001. – №25. – С. 74–81.
4. *Ржаницын А. Р.* Строительная механика: Учебное пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1982. – 400 с.
5. *Романова Т. П., Янковський А. П.* Численное интегрирование задачи динамики неупругих изгибаемых стержней на двухпараметрическом упругом основании // Теоретическая и прикладная механика. Выпуск 28 / Под ред. А. В. Чигарёва. – Минск: БНТУ, 2013. – С. 208–215.
6. *Справочник проектировщика промышленных жилых и общественных зданий и сооружений. Расчетно-теоретический.* – В 2-х кн. – Кн.1 / Под ред. А. А. Уманского. –

М.: Стройиздат, 1972. – 600 с.

7. *Старовойтов Э. И., Яровая А. В., Леоненко Д. В.* Деформирование трёхслойных элементов конструкций на упругом основании. – М: Физматгиз, 2006. – 379 с.
8. *Тимошенко С. П., Янг Д. Х., Уивер У.* Колебания в инженерном деле: Пер. с англ. – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с.
9. *Тимошенко С. П.* Прочность и колебания элементов конструкций. – М: Наука, 1975. – 704 с.
10. *Филиппов А. П.* Колебания деформируемых систем. – М.: Машиностроение, 1970. – 736 с.
11. *J. Dario Aristizabal-Ochoa*, Static and dynamic stability of uniform shear beam-columns under generalized boundary conditions, *Journal of Sound and Vibration* 307 (2007) 69-88.
12. *W. Glabisz*, Vibration and stability of a beam with elastic supports and concentrated masses under conservative and nonconservative forces, *Computers and Structures* 70 (1999) 305–313.
13. *Gun-Myung Lee, Jae-Heung Ko*, Effect of element thickness on the eigenvalues of beams, *Journal of Sound and Vibration* 300 (2007) 414-421.
14. *Wojciech Sochacki*, The dynamic stability of a simply supported beam with additional discrete elements, *Journal of Sound and Vibration* 314 (2008) 180-193.
15. *S. M. Wiedemann*, Natural frequencies and mode shapes of arbitrary beam structures with arbitrary boundary conditions, *Journal of Sound and Vibration* 300 (2007) 280–291.

Поступила 24.02.2014г.