

$S_2 = \sum_{cn < k \leq n/2} \left(\frac{a^{0.5} e}{cn^{0.5(1-\beta)}} \right)^k$. Беручи до уваги, що $\beta < 1$ і отже для достатньо

великих n має місце нерівність $\frac{a^{0.5} e}{cn^{0.5(1-\beta)}} < 0,5$, отримуємо, що

$$S_2 < 2 \left(\frac{a^{0.5} e}{n^{0.5(1-\beta)}} \right)^{cn}, \text{ і тому } S_2 = o(1).$$

Таким чином, $S = o(1)$, звідки і випливає твердження теореми.

1. *Diestel R.* Graph Theory. -NewYork , Springer-Verlag, 2000.-322p.
2. *Hoory S., Linial N., Wigderson A.* Expander graphs and their applications. - Bulletin (new series) of the american mathematical society, V43, N4, October 2006, Pages 439–561.
3. *M. S. Pinsker.* On the complexity of a concentrator. - In 7th International Teletraffic Conference, 1973, p. 318/1–318/4.
4. *Глухов О.Д., Коростіль Ю.М.* Структурна безпека складних дискретних систем при випадкових відмовах. - Моделювання та інформаційні технології. Зб. наукових праць ІПМЕ НАНУ, вип. 27, Київ, 2004, с. 91-95.
5. *Глухов О.Д.* Експандери, сильні експандери та квазівипадкові графи.- Моделювання та інформаційні технології. Зб. наукових праць ІПМЕ НАНУ, вип.70, Київ, 2013, с. 54-58.

Поступила 26.10.2015р.

УДК 621.56 : 629.7

А.А. Чирва, г. Киев

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ПЕРВИЧНОМ УЗЛЕ ОХЛАЖДЕНИЯ СИСТЕМЫ ПОДГОТОВКИ ВОЗДУХА

Abstract. The article presents the basic equations for the regulator, that can be used execute transient simulation of hydraulic processes in the regulator. The article also presents the mathematical model for calculating the hydraulic mode in the pipelines and in the channels of the heat exchanger.

Введение. На самолете необходимый для работы пневматических систем воздух отбирается от двигателей. Температура и давление отобранного воздуха в зависимости от режима полета варьируются в широких пределах, а для нормальной работы потребителей на их входе указанные параметры воздуха необходимо поддерживать на одном значении с

жестким допуском. Для понижения температуры отбираемого воздуха применяют двухпоточные пластинчатые теплообменники с перекрестным током. Установленный в магистрали продувки регулятор обеспечивает поддержание заданной температуры за теплообменником путем регулирования количества холодного продувочного воздуха. Второй регулятор, установленный в горячей линии, обеспечивает поддержание требуемого давления в системе.

Эксплуатация таких систем показывает, что, в основном, не штатные ситуации, приводящие к отказу системы, происходят на переходных режимах в момент включения или отключения потребителей. Это можно объяснить тем, что при отработке вновь создаваемой системы испытания происходят на ограниченных режимах полета. Кроме того, необходимо знать как будет функционировать система на режимах полета, которые принципиально нельзя проверить в испытаниях, т.к. это может привести к повреждению самолета.

Определение параметров теплоносителей в таких теплообменниках обычно производят методами описанными в [1] - [3]. Как показали испытания системы подготовки воздуха на самолете данные методы актуальны при больших расходах теплоносителей и не учитывают нестационарные режимы. При небольших расходах теплоносителей необходимо учитывать тепловые потоки во внешнюю среду и конструкцию самолета.

В статье [4] была предложена модель нестационарных тепловых процессов в пластинчатых теплообменниках с учетом тепловых потерь во внешнюю среду. Для определения коэффициентов теплоотдачи необходимо определять точное распределение расходов теплоносителей через каждый канал теплообменника.

В статье представлено описание гидравлических процессов в основных элементах первичного узла охлаждения.

Схема первичного узла охлаждения.

В состав первичного узла охлаждения входят теплообменник, регулятор давления воздуха в системе, регулятор расхода продувочного холодного воздуха, трубопроводы. Схематически первичный узел охлаждения представлен на рис. 1.

Источником сжатого воздуха на самолете служит компрессор высокого давления двигателя. Температура и давление отбираемого воздуха от двигателя в зависимости от режима полета изменяется в широких пределах, обычно $(200 \div 500)^\circ\text{C}$ и $(3 \div 20)$ атм. Регулятор на входе в узел снижает давление воздуха в системе до требуемого значения перед потребителями. Для охлаждения используется забортный воздух за счет набегающего потока, или отбирается от низких ступеней компрессора двигателя, на которых температура не успела еще сильно повыситься. Регулятор в продувочной линии теплообменника, поддерживает требуемое значение температуры перед потребителями $T_{\text{СПВ}} \pm \Delta T$.

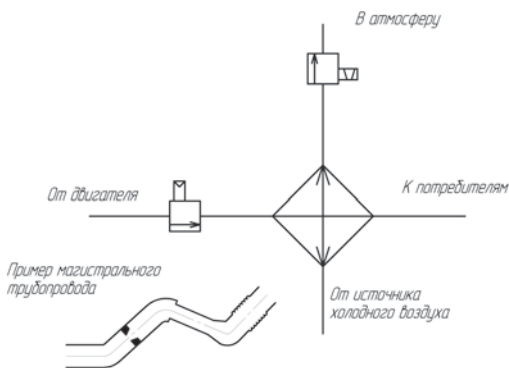


Рис. 1. Схема первичного узла охлаждения

Регуляторы

Для обеспечения требуемого потокораспределения (изменение направления потоков, включение или отключение потока воздуха от источников и подачи воздуха к потребителям) в сети устанавливают краны. Особый вид крана, регулятор, также может регулировать параметры воздуха в сети (давление и расход). Регулирование параметров воздуха происходит изменением проходного сечения через регулятор при помощи заслонки, жалюзей и т.д.

В СПВ обычно устанавливают пневматические и электромеханические краны.

В электромеханических кранах для регулирования положения заслонки применяют электроприводы. Такие краны обладают меньшим быстродействием и ресурсом по сравнению с пневматическими. Обычно их устанавливают в местах, где параметров воздуха не достаточно или они слишком высоки, для обеспечения нормальной работы пневматических кранов. Управление электромеханическим краном осуществляется подачей или снятием электропитания на двигатель.

Пневматические краны обеспечивают высокое быстродействие, пожаробезопасность, надежную работу при высоких давлениях и температурах воздуха, обладают высоким ресурсом. В пневматических кранах для управления используется воздух, который отбирается от потокораспределительной среды.

Пневматический кран конструктивно можно разделить на исполнительный и управляющий механизмы.

Назначение управляющего механизма – по полученным входным сигналам (давление, электрические сигналы от контроллера) сформировать, в соответствии с заложенными алгоритмами, управляющие сигналы для исполнительного механизма.

Назначение исполнительного механизма – по сигналам, поступающим от управляющего механизма выполнить соответствующее перемещение

управляющего элемента (заслонки). Конструктивно исполнительный механизм представляет объем (обычно цилиндр) разделенный на две полости мембраной или поршнем. Перемещение мембраны из-за возникающей разности давлений в полостях через механические передающие звенья вращает заслонку. Устройство исполнительного механизма представлено на рис. 2.

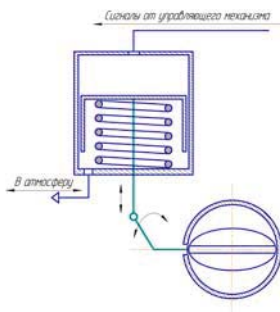


Рис. 2. Исполнительный механизм

Уравнение изменения давления за краном-регулятором, приведенное в [5], имеет вид

$$\frac{dp_{сист}}{dt} = \frac{RT_{сист}}{V_{сист}} (G_{вход} - G_{выход}) \quad (1)$$

Где $p_{сист}$ - давление в системе за краном

T - температура воздуха в системе

$V_{сист}$ - объем системы за краном

$G_{вход}$ - расход воздуха через кран

$G_{выход}$ - расход воздуха выходящего из системы

R - газовая постоянная

Расход воздуха через кран определяется по формуле:

$$G_{кран} = 0.3965 \frac{p_{кран} \cdot \mu \cdot F_{кран} \cdot q(\lambda_{кран})}{\sqrt{T_{кран}}} \quad (2)$$

Где $p_{кран}$ - полное давление воздуха перед краном

$F_{кран}$ - площадь проходного сечения через заслонку

μ - коэффициент расхода

$q(\lambda_{кран})$ - газодинамическая функция.

$\lambda_{кран}$ - коэффициент, зависящий от скорости воздуха через заслонку

Расход воздуха на выходе из узла определяется по формуле:

$$G_{\text{кран}} = 0.3965 \frac{P_{\text{сист}} \cdot \mu \cdot F_{\text{вых}} \cdot q(\lambda_{\text{вых}})}{\sqrt{T_{\text{вых}}}} \quad (3)$$

$q(\lambda) = 1$ при критическом режиме течения в заслонке,
 $P_{\text{сист}} / P_{\text{кран}} \leq 0,529$,

Уравнение неразрывности для поршневой камеры имеет вид:

$$G = \frac{V_0 + S \cdot x}{RT} \left(\frac{dp}{dt} - \frac{p}{T} \frac{dT}{dt} \right) + \frac{S}{RT} p \frac{dx}{dt} \quad (4)$$

Где G - расход воздуха на входе в камеру

V_0 - начальный объем полости

S - площадь поршня

x - положение штока

p, T - давление и температура воздуха в полости

R - газовая постоянная

t - время

В поршневой камере воздух выполняет работу по перемещению поршня, соответственно его внутренняя энергия изменяется. Уравнение энергии для поршневой камеры:

$$q = \frac{c_v}{R} (V_0 + S \cdot x) \frac{dp}{dt} + \frac{c_p \cdot S}{R} p \frac{dx}{dt} \quad (5)$$

Где

q - тепловой поток, вызванный поступлением газа в полость

q_w - тепловые потери через корпус

Трубопроводы

В магистральных трубопроводах при течении воздуха происходит потеря полного давления, в основном, из-за трения и изменения направления движения потока. Потерю полно давления на участке трубопровода обычно определяют по формуле:

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \sum_{i=1}^n \xi_i \frac{\rho_i \cdot \omega_i^2}{2} \quad (6)$$

Где p_1 - полное давление воздуха в начальном сечении трубопровода

p_2 - полное давление воздуха в конечном сечении трубопровода

ξ - коэффициент местного сопротивления на участке трубопровода

ρ и ω - плотность и скорость воздуха в том сечении участка, к которому привязан местный коэффициент сопротивления.

Значение коэффициентов местных сопротивлений определяют при помощи диаграмм в [6].

Процессы течения воздуха в трубопроводах рассматриваем как

квазистационарные. На рис. 3 представлен расчетный участок трубопровода.

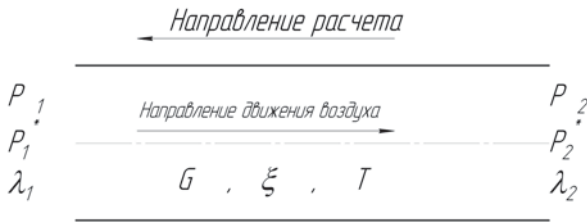


Рис. 3. Расчетный элемент участка трубопровода

Определение потерь давления вдоль трубопровода по формуле (6) связано с трудностями, обусловленными тем, что скорость и плотность потока воздуха на участке неизвестны. Поэтому для определения потери давления рекомендуется использовать модель элемента участка сети на основе газодинамических функций, которая предложена в [7]. Описание газодинамических функций приведено в [8]. Для определения параметров воздуха на концах трубопровода необходимо задать расход воздуха, полное или статическое давления и температуру на участке трубопровода. Расчет ведется против потока. По полному или статическому давлению в последнем сечении трубопровода определяется коэффициент скорости λ в данном сечении:

$$q(\lambda_2) = \frac{G \cdot \sqrt{T^*}}{0,3965 \cdot F \cdot p_2^*} \text{ или } y(\lambda_2) = \frac{G \cdot \sqrt{T^*}}{0,3965 \cdot F \cdot p_2} \quad (7)$$

Где $q(\lambda_2)$ и $y(\lambda_2)$ - газодинамические функции

F - площадь сечения участка

p_2^* и p_2 - соответственно полное и статическое давление воздуха в конце участка

T^* - температура заторможенного потока, определяется из теплового расчета.

По значению $q(\lambda_2)$ или $y(\lambda_2)$ определяется λ_2 . Затем определяется значение коэффициента скорости в начальном сечении участка по формуле:

$$\phi(\lambda_1) = \phi(\lambda_2) + 1,167 \xi \quad (8)$$

Где $\phi(\lambda)$ - газодинамическая функция

По значению $\phi(\lambda_1)$ определяется λ_1 , по которому, в свою очередь, по формулам (7) можно определить значения полного и статического давлений в начальном сечении участка трубопровода.

Гидравлическая схема пластических теплообменников.

Теплообменник можно представить в виде совокупности ветвей соединенных параллельно, каждая из которых имеет свое гидравлическое сопротивление. Перепад статического давления для каждой ветви одинаков.

$$\Delta p_{ветвей} = P_{выход} - P_{вход} = \text{const} \quad (9)$$

Для противотока или прямотока, можно принять допущение, что т.к. температура вдоль всех ветвей изменяется равномерно и практически одинаково, то и расход теплоносителя распределен по ветвям равномерно, и равен:

$$G_n = \frac{G_{сумм}}{n} \quad (10)$$

где G_n - расход через ветвь,

$G_{сумм}$ - суммарный расход теплоносителя,

n - количество ветвей (каналов)

Для перекрестного тока данное допущение не есть действительным. В виду того, что температура потока вдоль каждой ветви изменяется по разным законам, соответственно в каждой ветви изменится и расход теплоносителя в связи с изменением плотности, т.к

$$G = \rho \omega F \quad (11)$$

ρ - плотность теплоносителя;

ω - скорость потока;

F - площадь поперечного сечения канала;

Гидравлические процессы в каналах теплообменника рассматриваем как квазистационарные. Схема теплообменника представлена на рис.4.



Рис. 4. Каналы теплообменника.
(для примера, заливкой представлено распределение температуры воздуха)

Зависимость перепада давления на участке от расхода воздуха для каналов теплообменника представлена на рисунке 5.

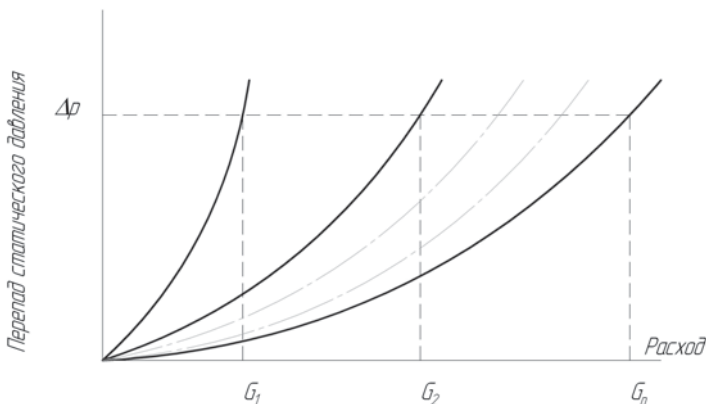


Рис. 5. Зависимость перепада давления в каналах теплообменника от расхода воздуха

Система уравнений для каналов теплообменника имеет вид:

$$\begin{aligned} \Delta p_i &= f_i(G_i) \\ \sum_{i=1}^n G_i &= G_{\text{сумм}} \end{aligned} \quad (12)$$

Решением является такое значение перепада давления Δp , при котором сумма расходов через все каналы теплообменника равняется суммарному расходу, который задается в исходных данных:

В связи с тем, что поиск обратной зависимости $G_i = \phi_i(\Delta p_i)$ связан с большими трудностями, алгоритм решения системы уравнений (12) следующий. В качестве исходных данных в системе задаются статическое давление на выходе, суммарный расход через теплообменник и распределение температуры воздуха вдоль теплообменника. Задается начальное значение перепада давления. Для каждого канала задается начальное значение расхода воздуха. По модели элемента участка сети на основе газодинамических функций итерационными методами для каждого канала определяется значение расхода, при котором перепад давления в канале равен заданному. Если при этом сумма расходов воздуха через все каналы равняется суммарному расходу воздуха через теплообменник расчет прекращается, в противном случае изменяется значение перепада давления, заданное в предыдущей итерации.

Полное давление в сечении выхода за теплообменником можно определить по формуле:

$$z(\lambda_{\text{выход}}) = \frac{1}{G_{\text{сумм}} \sqrt{T_{\text{выход}}}} \sum_{i=1}^n G_i \cdot z(\lambda_i) \cdot \sqrt{T_i} \quad (13)$$

где $z(\lambda)$ - газодинамическая функция

T - температура в сечении выхода из канала

$T_{выход}$ - результирующая температура воздуха из теплообменником, определяется из теплового расчета.

Выводы. В статье представлены основные уравнения для исполнительного механизма регулятора, с помощью которых можно выполнить моделирование нестационарных гидравлических процессов в регуляторе. Также в статье представлены математические модели для расчета квазистационарных гидравлических режимов в магистральных трубопроводах и в каналах теплообменника.

1. *Петухов Б.С.* Справочник по теплообменникам: в 2 т. Т.1 /Пер. с англ., под ред. Б.С.Петухова, В.К.Шикова. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 560 с. с ил.
2. *Петухов Б.С.* Справочник по теплообменникам: в 2 т. Т.2 /Пер. с англ., под ред. О.Г.Мартыненко и др. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 352 с. с ил.
3. *Хаузен Хельмут.* Теплоотдача при противотоке, прямотоке и перекрестном токе: Пер. с нем. – М.: Энергоиздат, 1981. – 384 с., ил.
4. *Чирва. А.А.* Моделирование нестационарных тепловых процессов в пластинчатых теплообменниках с учетом внешнего обтекания//Электронное моделирование. Вып. 6. Т. 36 – Киев: ИПМЭ им. Г.Е.Пухова НАН Украины, 2014 – С.109-118.
5. *Хлистун А.И.* Динамические характеристики регулятора давления пневматической системы самолета// Пром. гидравлика и пневматика. - 2004. - №3(5).- С. 62-64.
6. *Идельчик И.Е.* Гидравлические сопротивления. - Изд. 3-е, перераб. и доп. – М.:Машиностроение, 1992.-559с.
7. *Винничук С.Д.* Особенности формирования второго закона Кирхгофа для задач расчета потокораспределения в распределительных системах сжимаемой жидкости//Электронное моделирование. Вып. 6. Т. 30 – Киев: ИПМЭ им. Г.Е.Пухова НАН Украины, 2008 – С.49-58
8. *Абрамович Г.Н.* Прикладная газовая динамика. – Изд. 3-е, перераб. – М.: Наука, 1969. – 824 с.

Поступила 5.10.2015р.