

5. *Massey J.L.* An Introduction to Contemporary Cryptology // Proc. IEEE. – 1988. – Vol. 76, N 5. – P. 533-549.
6. *Maurer U.M.* Provable Security in Cryptography: Diss. ETH N 9260. – 1990. – 120 p.
7. *Дьяконов В.П.* Maple 10/11/12/13/14 в математических расчетах. – М. : ДМК-Пресс, 2011. – 800 с.
8. *Ахо А.* Построение и анализ вычислительных алгоритмов / А. Ахо, Дж. Хопкрофт, Дж. Ульман. – М. : Мир, 1979. – 535 с.

*Поступила 6.10.2016 г.*

УДК 621.56 : 629.7

А.А. Чирва, г.Киев

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ПНЕВМАТИЧЕСКОМ ТРУБОПРОВОДЕ

**Abstract.** The article presents the basic equations for the pneumatic pipeline, which can be used for transient simulation of hydraulic processes in the plane pneumatic system.

**Введение.** Регулирование параметров воздуха в пневматической системе самолета (расход, давление) осуществляется различной трубопроводной арматурой, устанавливаемой в системе. Управление данными устройствами осуществляет электронный блок управления системой. По информации, полученной от датчиков в системе, а также от других самолетных систем, блок управления выдает управляющие импульсы на регулирующие устройства в соответствии с заложенными алгоритмами. Так как регулирующее устройство и датчики размещаются в различных местах системы, а также сама магистраль имеет определенный объем, изменение регулируемого параметра в месте установки датчика после выдачи команд на регулирующее устройство происходит с задержкой. Указанные задержки влияют на процесс регулирования, что может привести к автоколебаниям и выходу системы на не рабочие режимы работы. Поэтому актуальным является создание модели динамических переходных процессов в трубопроводе произвольной длины, чему посвящено данное исследование.

### **Основные допущения и уравнения.**

Трубопровод разбивается на расчетных ячеек. Принимаем следующие допущения:

- рассматривается воздух как идеальный газ;
- теплообмен отсутствует;
- отсутствие внутренних источников тепла;

- рассматриваем одномерное течение;
  - потери полного давления вдоль трубопровода моделируются на основании использования безразмерных коэффициентов местного сопротивления.
  - значения параметров воздуха в каждой точке расчетных элементарных объемов теплообменника постоянны;
- Схема трубопровода представлена на рис.1.

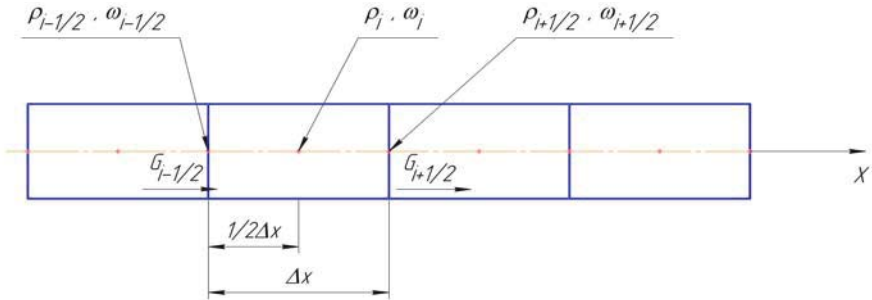


Рис. 1. Схема трубопровода

Уравнения, описывающие нестационарное течение воздуха в трубе имеют следующий вид:

- уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho \omega}{\partial x} = 0; \quad (1)$$

- уравнение сохранения импульса

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial \tau} + \omega \frac{\partial \rho \omega}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} + \xi \frac{\rho \omega^2}{2d} = 0; \quad (2)$$

- уравнение состояния

$$\frac{p}{\rho} = RT; \quad (3)$$

где  $\tau$  - время,  $\rho$  - плотность,  $\omega$  - скорость,  $p$  - статическое давление,  $\xi$  - коэффициент гидравлического сопротивления, определяются по [1],  $d$  - диаметр трубопровода,  $r$  - радиус трубопровода.

Особенностью процесса движения воздуха в трубопроводе является возникновение скачка уплотнения при критическом перепаде давления, что приводит к разрыву параметров воздуха в месте скачка. Поэтому, для решения приведенной системы дифференциальных уравнений используем метод конечных объемов.

После преобразований уравнений (1)-(3) получим:

$$\rho_i^{\tau+1} = \rho_i^{\tau} - \frac{\Delta\tau}{\Delta x} \left( (\rho\omega)_{i+1/2} - (\rho\omega)_{i-1/2} \right); \quad (4)$$

$$\omega_i^{\tau+1} = \frac{1}{\rho_i^{\tau+1}} \left[ (\rho\omega)_i^{\tau} - \Delta\tau \left( \frac{1}{\Delta x} \left( (\rho \cdot \omega^2)_{i+1/2} - (\rho \cdot \omega^2)_{i-1/2} + p_{i+1/2} - p_{i-1/2} \right) - \frac{\xi}{r} (\rho\omega^2)_i^{\tau} \right) \right] \quad (5)$$

$$\frac{p}{\rho} = RT; \quad (6)$$

где индексы  $i$  - значение в центре ячейки,  $i+1/2$  и  $i-1/2$  - значения на границах ячейки

### Определение параметров воздуха на границах ячейки

Расчетная схема представлена на рис. 2.

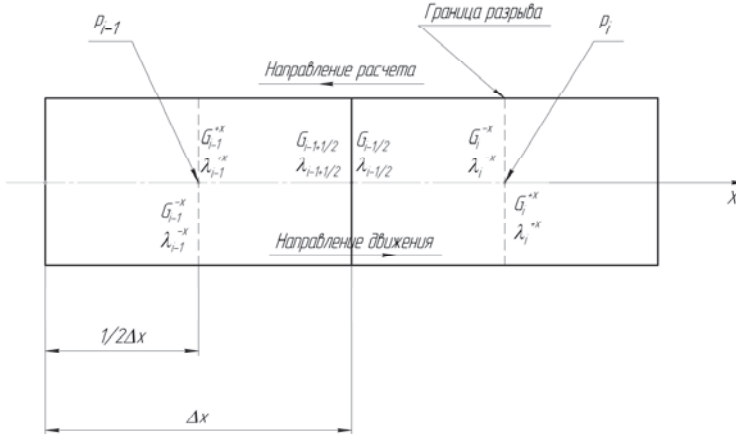


Рис. 2. Расчетная схема для определения параметров воздуха на границах ячеек

Зависимость расхода воздуха через сечение магистрального трубопровода от полного давления в сечении приведена в [2] и имеет вид:

$$G = m \frac{F \cdot p^* \cdot q(\lambda)}{\sqrt{T^*}} \quad (7)$$

где  $F$  - площадь поперечного сечения трубопровода,  $p^*$  - полное давление воздуха,  $q(\lambda)$  - газодинамическая функция,  $\lambda$  - приведенная скорость,  $T^*$  - температура заторможенного потока в сечении.

Зависимость потерь полного давления между ячейками от расхода воздуха, с учетом принимаемого условия, что

$G_{i-1}^{+x} = G_{i-1+1/2} = G_{i-1/2} = G_i^{-x} = G$ , имеет вид:

$$\Delta p_i^{-x} = p_{i-1}^* - p_i^* = \frac{G \sqrt{T_{i-1}^*}}{F \cdot m \cdot q(\lambda_{i-1}^+)} - p_i^* \quad (8)$$

Графически зависимость (8) изображена на рис. 3.

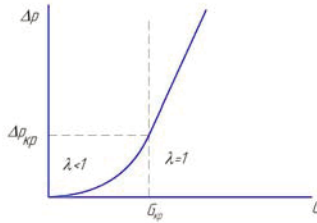


Рис.3. Зависимость расхода воздуха от перепада давления

В свою очередь, приведенная скорость на участке i-1 является функцией от полного давления на i-м участке  $\lambda_{i-1}^+ = f(p_i^*)$ . Данная зависимость не имеет аналитического представления, поэтому приводим последовательность для определения  $\lambda_{i-1}^+$ :

$$q(\lambda_i^{-x}) = \frac{G \sqrt{T_i^*}}{F \cdot m \cdot p_i^*} \quad (9)$$

в случае если  $q(\lambda_i^{-x}) > 1$  принимаем  $q(\lambda_i^{-x}) = 1$

$$\lambda_i^{-x} = Q(q(\lambda_i^{-x})) \quad (10)$$

$$\varphi(\lambda_{i-1/2}) = \varphi(\lambda_i^{-x}) + \frac{2k}{k+1} \xi \frac{0.5\Delta x}{D} \quad (11)$$

$$\lambda_{i-1/2} = \Phi(\varphi(\lambda_{i-1/2})) \quad (12)$$

$$\varphi(\lambda_{i-1}^{+x}) = \varphi(\lambda_{i-1/2}) + \frac{2k}{k+1} \xi \frac{0.5\Delta x}{D} \quad (13)$$

$$\lambda_{i-1}^{+x} = \Phi(\varphi(\lambda_{i-1}^{+x})) \quad (14)$$

где  $\varphi(\lambda)$  - газодинамическая функция,  $Q$  и  $\Phi$  - обратные функции от  $q(\lambda)$  и  $\varphi(\lambda)$ ,  $k$  - отношение удельных теплоемкостей.

Параметры воздуха на границе ячейки определяются по следующим зависимостям:

$$p_{i-1}^* = \frac{G \sqrt{T_i^*}}{F \cdot m \cdot q(\lambda_{i-1/2})} \quad (15)$$

$$P_{i-1/2} = \pi(\lambda_{i-1/2}) P_{i-1/2}^* \quad (16)$$

$$T_{i-1/2} = T_{i-1/2}^* \left( 1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_{i-1/2}^2 \right) \quad (17)$$

$$\rho_{i-1/2} = \frac{P_{i-1/2}}{R \cdot T_{i-1/2}} \quad (18)$$

$$a_{kp} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} R \cdot T_{i-1/2}^*}; \omega_{i-1/2} = \lambda_{i-1/2} \cdot a_{kp} \quad (19)$$

где  $\pi(\lambda)$  - газодинамическая функция,  $T$  - статическая температура,  $a_{kp}$  - скорость звука при критическом режиме течения

Поскольку невозможно выразить обратные функции от  $q(\lambda)$  и  $\varphi(\lambda)$ , поиск расхода воздуха проводится итерационными методами.

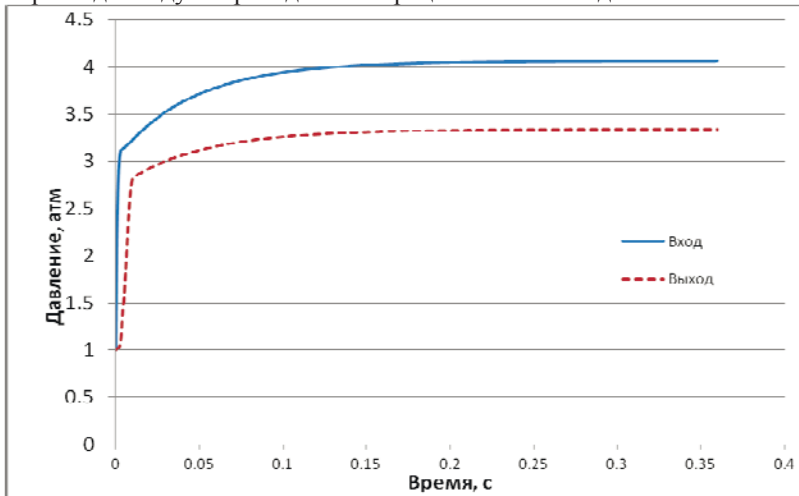


Рис.4.График изменения статического давления в начальном и конечном участке трубопровода

### Граничные и начальные условия

В начальный момент времени труба заполнена покоящейся сжимаемой жидкостью. Давление в трубопроводе равно давлению наружного воздуха. Также необходимо задать температуру воздуха.

На входе в трубопровод задается полное давление в системе. На выходе – статическое давление наружного воздуха. Полное давление в сечении выхода определяется по формуле:

$$P_{вых}^* = P_{вых} + \frac{\rho_{вых} \omega_{вых}^2}{0.5} \quad (20)$$

Пример нестационарного расчета статического давления в трубопроводе длиной 1.8 м, диаметром 63 мм по приведенной методике представлен на рис. 4. Полное давление на входе 5 атм. Давление наружного воздуха 1 атм. Температура воздуха в покое 30 °С. Выход в атмосферу осуществляется без препятствий.

**Выводы.** В статье представлена математическая модель нестационарных гидравлических процессов в пневматическом трубопроводе, которая учитывает возникновение скачков уплотнения. Данная модель позволит определять задержки при моделировании работы системы управления пневматической системы.

1. *Идельчик И.Е.* Гидравлические сопротивления. - Изд. 3-е, перераб. и доп. - М.:Машиностроение, 1992.-559с.
2. *Абрамович Г.Н.* Прикладная газовая динамика. – Изд. 3-е, перераб. – М.: Наука, 1969. – 824 с.
3. *Винничук С.Д.* Особенности формирования второго закона Кирхгофа для задач расчета потокораспределения в распределительных системах сжимаемой жидкости//Электронное моделирование. Вып. 6. Т. 30 – Киев: ИПМЭ им. Г.Е.Пухова НАН Украины, 2008 – С.49-58
4. *С. К. Годунов,* Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики, Матем. сб., 1959, том 47(89), номер 3, 271–306
5. *Валландер С.В.* Лекции по гидроаэромеханике. Учеб. пособие – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1978. – 296 с.
6. *Патанкар С.* Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости/ Пер. с англ., под ред. В.Д. Виленского. – М.: Энергоатомиздат , 1984. – 152 стр.

*Поступила 15.09.2016 г.*

УДК 510.2

В.В. Мохор, Е.В. Максименко, г. Киев

### **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РАЗРЯДНОЙ МОДЕЛИ ДВОИЧНОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ КВАДРАТА ЧИСЛА В ПРОЦЕДУРАХ ВЫЧИСЛЕНИЯ КВАДРАТНОГО КОРНЯ**

The algorithm of using the discharge model of the binary representation of the squared number in procedures of calculating the square root without using the multiplication and division operations has been reviewed. A comparative analysis of this method was held with diagonal method of direct extraction of square roots. This method proposed to use in problems of fast calculation of the square roots.