

МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ПОТОЧНИХ ЗНАЧЕНЬ ПЕРІОДУ ЦИКЛІЧНИХ СИГНАЛІВ

Abstract. The method for measurement of instantaneous period and frequency of cyclic signals based on application of signal phase measure of 2π is presented. The results of the experimental studies of the developed method application are presented.

Актуальність

Важливу роль в експлуатації об'єктів різних галузей, в тому числі й енергетичної, відіграє поточний контроль обладнання методами неруйнівного контролю та технічної діагностики. Вірогідність та інформативність контролю значною мірою залежить не тільки від апаратно-програмного забезпечення систем та засобів контролю, а й більш повного використання можливостей сучасної обчислювальної техніки та застосування нових методів цифрового аналізу для опрацювання інформаційних сигналів контролю. Значна кількість методів контролю пов'язана з аналізом циклічних процесів та сигналів. У загальному розумінні властивість циклічності характеризується повторюваністю певних фаз, стадій або станів процесів та сигналів. Такі циклічні сигнали мають місце, наприклад, у віброакустичному контролі працюючого обладнання, в ультразвуковому та вихрострумовому неруйнівному контролі тощо [1].

Для вирішення багатьох вимірювальних задач необхідно знати точне значення періоду сигналу. Найпростіший приклад – вимірювання діючого значення періодичного сигналу. Для циклічних сигналів зазвичай період є змінним в часі, тому для контролю характеристик циклічних сигналів необхідно визначати поточні значення його періоду та частоти.

Постановка задачі

Метою роботи є розробка та дослідження методу визначення поточних значень періоду та частоти циклічних сигналів та проведення його випробування шляхом комп'ютерного модельного експерименту.

Для дослідження процесу визначення поточних значень частоти запропонованим методом необхідно провести вимірювальні комп'ютерні експерименти з дослідження залежності похибки визначення поточних значень частоти циклічного сигналу від параметрів циклічного сигналу та умов спостереження сигналу. Як модель циклічного сигналу обрано дискретну реалізацію частотомодульованого (ЧМ) сигналу з гармонічною та лінійною керуючими функціями:

$$s[j] = S \cdot \cos(2\pi \cdot (f_n + K_f s_k[j]) \cdot j \cdot T_d) + n[j], \quad (1)$$

де S – амплітуда ЧМ сигналу, f_n – несуча частота ЧМ сигналу, $s_k[j]$ – керуюча

функція ЧМ сигналу, K_f – коефіцієнт перетворення частоти, T_d – період дискретизації досліджуваного сигналу ($f_d = 1/T_d$ – частота дискретизації досліджуваного сигналу, $f_d \gg f_H$), $n[j]$ – реалізація гауссового шуму з нульовими математичним сподіванням та дисперсією σ^2 , j – індекс у масиві реалізації, доступної для аналізу, $j = 1, \overline{J}$, $J = [T_A/T_d]$, T_A – час спостереження сигналу. Як керуючі функції обрані лінійно зростаюча та гармонічна:

$$s_{K1}[j] = \left(\frac{j}{J}, j \in [1, J] \right), \quad (2)$$

$$s_{K2}[j] = \sin(2\pi f_\Phi j T_d), \quad (3)$$

де f_Φ – частота гармонічної керуючої функції.

Необхідно провести дослідження залежності похибки визначення поточних значень частоти від:

- значення частоти дискретизації f_d сигналу,
- значення несучої частоти f_H ЧМ сигналу,
- відношення сигнал/шум $\eta = \frac{S^2}{\sigma^2}$.

Вирішення задачі

Відомий метод визначення частоти та періоду гармонічних сигналів з частотною модуляцією за допомогою перетворення Гільберта [1-4]. Він передбачає визначення частотної характеристики сигналів $f(t)$ як похідної від фазової характеристики сигналу. Період у цьому випадку визначають як функцію, обернену до частотної характеристики сигналу. Також відомий метод визначення періоду гармонічних сигналів за ознакою перетину сигналом нульового рівня [5]. Проте, такі методи обчислення періоду не узгоджені з його фізичним змістом і не відповідають проміжку часу за який фаза сигналу змінює своє значення на 2π .

Запропонований метод визначення поточних значень періоду [6] полягає в тому, що для обчислення періоду циклічного сигналу як функції часу за його фазовою характеристикою, яку отримують через перетворення Гільберта сигналу, виконують операцію ковзного сканування значень фазової характеристики сигналу вікном з апертурою 2π , відображають відібрані вікном ділянки фазової характеристики на вісь часу, визначають відповідні інтервали часу (рис. 1) та оцінюють поточні значення періоду за визначеними інтервалами часу. Поточне значення частоти можна оцінити як величину обернену до отриманих поточних значень періоду.

У випадку цифрової реалізації методу оцінювання періоду сигналу відбувається за дискретною реалізацією його фазової характеристики $\Phi[j]$, отриманою через дискретне перетворення Гільберта.

Сутність запропонованого методу знаходження поточних значень періоду та частоти полягає в ковзному переміщенні вікна прямокутної форми

величиною в 2π уздовж значень функції $\Phi[j]$, знаходженні пари індексів j та $j+k$, для яких виконується умова:

$$\Phi[j+k] - \Phi[j] \leq 2\pi < \Phi[j+k+1] - \Phi[j], \quad (4)$$

та визначення відповідного миттєвого значення періоду,

$$T[j] = kT_d \frac{2\pi}{\Phi[j+k] - \Phi[j]}, \quad (5)$$

з якого можна визначити поточні значення частоти:

$$f[j] = \frac{1}{T[j]} = \frac{1}{kT_d} \frac{\Phi[j+k] - \Phi[j]}{2\pi}. \quad (6)$$

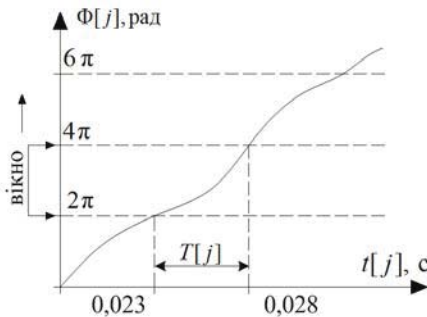


Рис. 1. Ілюстрація способу визначення поточних значень періоду циклічного сигналу за його фазовою характеристикою

Методика проведення експериментальних досліджень запропонованого методу

Відповідно до поставленої задачі, вимірювальні комп'ютерні експерименти розділено на три групи. Базовими значеннями параметрів моделі досліджуваного сигналу прийняті:

- амплітуда ЧМ сигналу $S = 1$ В;
- несуча частота ЧМ сигналу $f_H = 100$ Гц;
- частота дискретизації досліджуваного сигналу $f_d = 10$ кГц;
- коефіцієнт перетворення частоти $K_f = 1$ Гц/В;
- час спостереження сигналу $T_A = 1$ с;
- частота гармонічної керуючої функції $f_\Phi = 3$ Гц;
- шум відсутній (дисперсія гауссового шуму $\sigma^2 = 0$).

У кожному експерименті досліджуваний параметр змінювався в заданих межах, усі інші – приймалися рівними базовим значенням. Вимірювальні експерименти з дослідження залежності похибки визначення поточних значень частоти від f_H та f_d виконувались за відсутності шуму ($\sigma^2 = 0$) по одній реалізації для кожного заданого значення досліджуваного параметру.

Вимірювальні експерименти з дослідження залежності похибки визначення поточних значень частоти від значення відношення сигнал/шум виконувались за вибіркою сигналів обсягом $N=10000$ для кожного значення відношення сигнал/шум.

Абсолютна похибка визначення поточних значень частоти в експериментах оцінена як модуль різниці визначених поточних значень частоти $f_M[j]$ циклічного сигналу та модельованих поточних значень частоти $f_{H+K_f s_K[j]}$:

$$\Delta_f[j] = |f_M[j] - (f_H + K_f s_K[j])|. \quad (7)$$

Відносна похибка визначення поточних значень частоти оцінювалась відносно модельованих поточних значень частоти:

$$\delta_f[j] = \frac{\Delta_f[j]}{f_H + K_f s_K[j]} \cdot 100\%. \quad (8)$$

Результатом кожного експерименту в групі (для заданого значення досліджуваного параметру) є масив значень відносної похибки $\delta_f[j]$ для кожного значення сигналу $s[j]$.

Для отримання одного значення похибки, яке б характеризувало вплив досліджуваного параметру (наприклад частоти дискретизації) на похибку визначення поточних значень частоти для масиву значень $\delta_f[j]$ знаходять медіану δ_f^{med} , яку приймають за вихідний результат кожного комп'ютерного експерименту. Верхній індекс у позначенні δ_f^{med} вказує на використання медіанного значення похибки. Вибір медіани обумовлений тим, що остання має меншу чутливість до викидів, ніж математичне сподівання. Для всіх значень досліджуваного параметру (наприклад, частоти дискретизації $f_d[k]$, $k = \overline{1..K}$, де K – кількість значень частоти дискретизації) формують вихідний масив медіан похибок $\delta_f^{\text{med}}[k]$.

Вимірювальні комп'ютерні експерименти з дослідження залежності похибки визначення поточних значень частоти від значення сигнал/шум проведені для моделі (1) за наявності шуму ($\sigma > 0$). З метою підвищення статистичної достовірності результатів кожен експеримент за заданого значення η багаторазово повторюють для отримання ансамблю реалізацій $s[j,m]$:

$$s[j,m] = S \cdot \cos(2\pi \cdot (f_H + K_f s_K[j]) \cdot j \cdot T_d) + n[j,m], \quad (9)$$

де $m = \overline{1..M}$, M – кількість повторень експерименту, $M=10000$.

Для отриманого ансамблю реалізацій $s[j,m]$ знаходять статистичні оцінки математичного сподівання $\bar{\delta}_f[k]$ та середньоквадратичного відхилення $\delta_f^\sigma[k]$ відносної похибки визначення поточних значень частоти. Отримані значення статистичних оцінок характеризують залежність

відносної похибки визначення миттєвої частоти від значення η .

Результати дослідження залежності похибки визначення поточних значень частоти циклічного сигналу від його частоти дискретизації

В експерименті частоту дискретизації досліджуваного сигналу обрано з ряду значень: $f_d = [1, 10]$ КГц із кроком 100 Гц. Результати дослідження представлені на рис. 2.

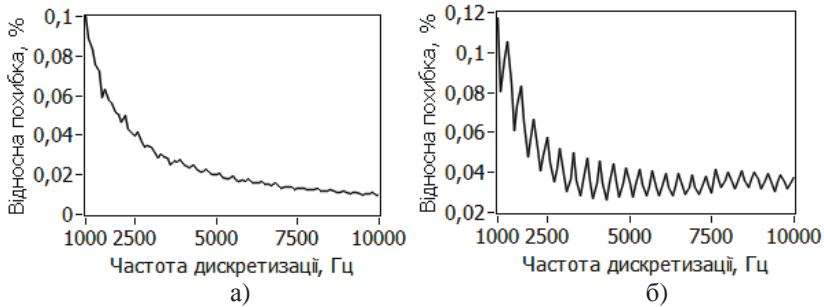


Рис. 2. Результати дослідження залежності похибки визначення поточних значень частоти ЧМ сигналу від його частоти дискретизації з:
а) лінійною, б) гармонічною керуючою функцією

Аналізуючи отримані дані, можна зробити висновки, що значення відносної похибки визначення миттєвої частоти досліджуваним методом зменшується зі збільшенням частоти дискретизації на заданому інтервалі аналізу. Слід зазначити, що для ЧМ сигналу з гармонічною керуючою функцією залежність відносної похибки від частоти дискретизації містить циклічні коливання, викликані, головним чином, кількістю відліків сигналу, що приходять на один його період. Період сигналу змінюється за гармонічним законом з частотою $f_\Phi = 3$ Гц, відношення якої до значення частоти дискретизації може бути як кратним, так і не кратним. Для кратних значень відношення f_d/f_Φ значення похибки зменшується.

Результати дослідження залежності похибки визначення поточних значень частоти циклічного сигналу від несучої частоти сигналу

Серію експериментів проводили для двох значень частоти дискретизації: $f_d = 1$ кГц, $f_d = 10$ кГц. В кожній серії значення несучої частоти ЧМ сигналу обирали з ряду значень: $f_H = [100, 400]$ Гц із кроком в 10 Гц. Результати дослідження для частоти дискретизації $f_d = 10$ кГц представлені на рис. 3.

Для експериментів із сигналами з частотою дискретизації $f_d = 10$ кГц значення похибок на порядок менші, ніж для експериментів із сигналами з частотою дискретизації $f_d = 1$ кГц, більше того, для ЧМ сигналу із гармонічною керуючою функцією прослідковується певна залежність.

Для ЧМ сигналу з лінійною керуючою функцією залежність похибки визначення миттєвої частоти від несучої частоти ЧМ сигналу не спостерігається, в той час, як для сигналу з гармонічною керуючою функцією

є певна залежність. У цьому випадку бажано враховувати значення частоти керуючої функції. Значення похибки визначення миттєвої частоти ЧМ сигналу із гармонічною керуючою функцією зменшується зі збільшенням несучої частоти та досягає сталого мінімуму за відношення $f_H/f_\Phi \geq 20$.

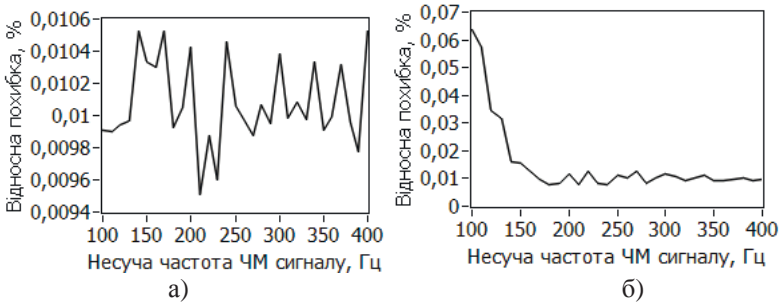


Рис. 3. Результати дослідження залежності похибки визначення поточних значень частоти ЧМ сигналу (за $f_d = 10$ кГц) від його несучої частоти з: а) лінійною, б) гармонічною керуючою функцією

Дослідження залежності похибки визначення поточних значень частоти циклічного сигналу від відношення сигнал/шум

В експерименті значення сигнал/шум обирають з інтервалу: $\eta = [0,3; 10]$ із кроком 0,1, тобто формують масив значень $\eta[k]$, $k=1..98$, $\eta[k] = 0,3 + 0,1 \cdot k$. За значеннями $\eta[k]$ розраховують середнє квадратичне відхилення $\sigma[k]$ для моделювання гауссового шуму:

$$\sigma[k] = \sqrt{\frac{S^2}{\eta[k]}} \quad (10)$$

Результати дослідження представлені на рис. 4 та 5.

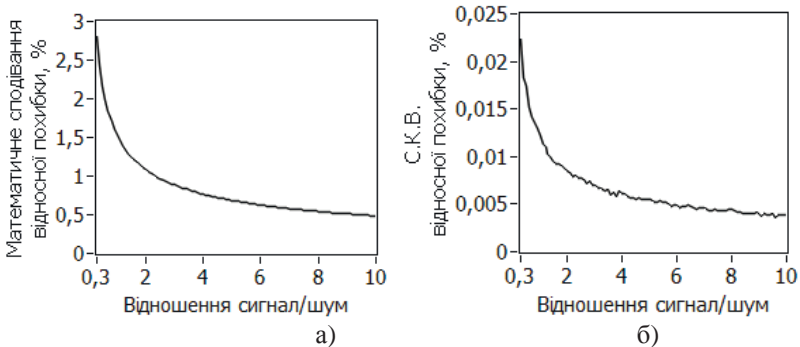


Рис. 4. Результати дослідження залежності $\delta_f[\eta]$ для ЧМ сигналу з лінійною

керуючою функцією: а) $\overline{\delta_f}[\eta]$, б) $\delta_f^\sigma[\eta]$

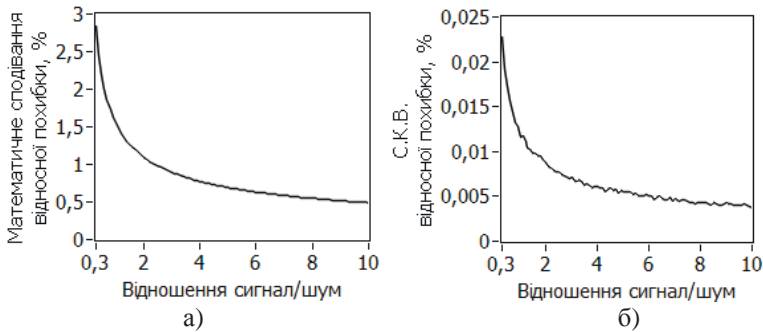


Рис. 5. Результати дослідження залежності $\delta_f[\eta]$ для ЧМ сигналу з гармонічною керуючою функцією: а) $\bar{\delta}_f[\eta]$, б) $\delta_f^\sigma[\eta]$

Висновки

В статті запропоновано використання міри фази сигналів 2π для оцінювання поточних значень періоду циклічних сигналів шляхом ковзного сканування їх фазових характеристик та розроблено метод визначення поточних значень періоду та частоти циклічних сигналів, який є узгодженим із фізичним змістом поняття “період сигналу”. Результати експериментальних досліджень представленого методу вказують на те, що вплив адитивного шуму на кінцеву похибку визначення поточних значень періоду та частоти циклічних сигналів буде найбільшим серед досліджених факторів. Для значень відношення сигнал/шум $\eta \geq 2$ значення похибки не перевищує $(1 \pm 0,1)\%$. Усі інші фактори вносять на порядок менший вплив на кінцеве значення похибки.

1. Куц Ю. В. Статистична фазометрія / Ю. В. Куц, Л. М. Щербак. – Тернопіль, 2009. – 383 с.
2. Куц Ю.В. Застосування перетворення Гільберта у фазометрії / Ю.В. Куц, Л.М. Щербак // Технологические системы. – 2004. – №2. – С.50–55.
3. Дергунов О.В. Дослідження фазової характеристики гармонічних сигналів у присутності шумів / О.В. Дергунов, В.М. Троць //Наука і молодь: зб. наук. праць. – 2010. – № 10. – С. 47-50.
4. Куц Ю. В. Статистична фазометрія / Ю. В. Куц, Л. М. Щербак. – Тернопіль, 2009. – 383 с.
5. Орнатский П.П. Автоматические измерения и приборы (аналоговые и цифровые) / П.П. Орнатский – К.: Вища школа, 1986. – 504 с.
6. Пат. 65208 Україна МПК G01R 23/00 Спосіб визначення поточної частоти модульованих гармонічних сигналів / Дергунов О.В., Єременко В.С., Куц Ю.В., Щербак Л.М.; заявник та патентовласник Нац. авіац. ун-т. –u201106508; заявл. 24.05.2011; опубл. 25.11.2011, Бюл. № 22.

Поступила 20.04.2017р.