

УДК 519.6

В. В. Драгун, аспірант

Українська інженерно-педагогічна академія, м. Харків

МЕТОД ЗНАХОДЖЕННЯ РОЗПОДІЛУ ПОВІЛЬНОСТІ В ШАХТНІЙ СЕЙСМІЧНІЙ ТОМОГРАФІЇ ДЛЯ ВИПАДКУ РОЗРИВНОГО ПЛАСТА

У статті запропоновано знаходити розподіл повільності в шахтній сейсмічній томографії за допомогою перших часів прибуття сейсмічного сигналу від системи джерел до системи приймачів розміщених на горизонтальній площині, яка має розрив першого роду. Цей розподіл повільності на площині отримуються за допомогою обчислення значення суми Фур'є, коефіцієнти якої обчислюють за допомогою проекцій вздовж деякої системи ліній, що лежать на цій горизонтальній площині.

Ключові слова: шахтна сейсмічна томографія, коефіцієнти сум Фур'є.

Вступ. Сейсмічна томографія — один з актуальних напрямків сучасної геофізики, ґрунтується на побудові зображень об'єкта за допомогою дослідження траєкторій розповсюдження сейсмічних сигналів.

Сутність методів шахтних сейсморозвідувальних робіт в цілому полягає у збудженні і реєстрації пружних коливань в межах вугільного пласта, виділенні і аналізі динамічних і кінематичних параметрів хвиль різних типів, і відновленні внутрішньої структури пласта за цими параметрами.

Дана робота присвячена узагальненню результатів роботи [1] на більш реальний випадок, коли на досліджуваній горизонтальній площині є розрив пласта. Результатом роботи є побудова математичної моделі, опису повільності розповсюдження сейсмічних хвиль на основі відомих перших часів прибуття сейсмічного сигналу в точки спостереження. При цьому використовується метод описаний в роботах [1–3] для обчислення функції $f(x, y)$ — повільності розповсюдження сейсмічної хвилі за допомогою проекцій, у певній площині, вздовж деякої системи ліній, що перетинають об'єкт дослідження. Важливою особливістю вказаного методу є заміна тригонометричних функцій кусково-сталими сплайнами найкращого рівномірного наближення, що дозволяє знаходити коефіцієнти Фур'є не через значення функції $f(x, y)$ (які нам невідомі), а через інтеграли від цих функцій вздовж вибраної системи прямих, які можна обчислити за допомогою перших часів прибуття сейсмічного сигналу в точку спостереження.

Як відомо, дані сейсмічного зондування лежать в основі методів шахтної сейсмічної томографії при відновленні внутрішньої структури кори в досліджуваній області.

1. Огляд робіт. У роботі О. М. Литвина [2] запропоновано і досліджено новий метод розв'язання плоскої задачі радонівської комп'ютерної томографії. В основі методу лежать оригінальні формули обчислення коефіцієнтів Фур'є функцій двох змінних за допомогою проєкцій (даних Радона) — інтегралів від наближуваної функції вздовж деякої системи ліній, що перетинають об'єкт дослідження. Однією з важливих особливостей вказаного методу є заміна тригонометричних функцій кусково-сталими сплайнами найкращого рівномірного наближення.

В роботах авторів [1, 4] досліджувався метод побудови просторової моделі пласта в шахтній сейсмічній томографії для випадку, якщо експериментальні дані, які використовуються, для побудови математичної моделі, є перші часи прибуття сейсмічного сигналу від системи джерел до системи приймачів розміщених в одній і тій же площині, або на системі горизонтальних площин. Просторовий розподіл використовував припущення, що в заданій площині (або в заданих площинах) пласт, зокрема вугільний, не має розривів. Це припущення дозволяло пропонувати для побудови математичної моделі ряди Фур'є, із спеціальним методом обчислення коефіцієнтів Фур'є, який використовує тільки вказані експериментальні дані. На практиці не рідко зустрічаються випадки, коли пласт має тектонічні порушення. В природі відомі 3 типи геологічних розломів: скиди, підкиди (насуви) та зсуви (рис. 1).

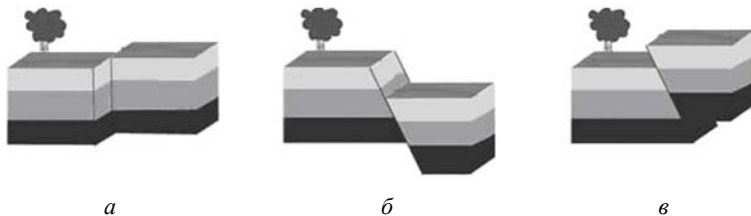


Рис. 1. Види геологічних розломів: а — зсуви; б — скиди; в — підкиди (насуви)

В цій статті вважаємо, що ми досліджуємо пласт корисних копалин, який піддався дії підкиду і тепер на досліджуваній горизонтальній площині має розрив. Підкид міг утворитися нахилом змішувача в бік піднятого крила або переміщенням висячого крила вгору [5]. Така ситуація могла виникнути у випадку зштовхування тектонічних плит, які спричинили процес горизонтального стиснення.

2. Використання сум Фейера та Валле-Пуссена для підвищення достовірності результатів при візуалізації інформації. В даній статті, задача відновлення розподілу повільності в шахтній сейсмічній томографії горизонтальній площині полягає у відновленні функції за відомими проєкційними даними — інтегралів вздовж ліній паралельних прямим $kx + ly = t$ які перетинають досліджуваний об'єкт.

Для вирішення задачі знаходження розподілу повільності в шахтній сейсмічній томографії, будемо використовувати метод запропонований у роботі [1]. Відповідно до цього методу, вирішення задачі може бути отримане у вигляді суми Фур'є:

$$F(x, y) = \sum_{k=-N}^N \sum_{l=-N}^N F_{k,l} e^{i2\pi(kx+ly)},$$

де $F_{kl} = \int_0^1 \int_0^1 f(x, y) e^{-i2\pi(kx+ly)} dx dy$ — коефіцієнти Фур'є невідомої функції

$f(x, y)$, що описує структуру тіла, яку пропонується обчислювати за допомогою часів пробігу сейсмічних хвиль від системи джерел до системи приймачів. У роботах [2, 3] наведені формули для їх обчислення, які використовуються в даній роботі для випадку, коли невідома функція $f(x, y)$ є повільністю $W(x, y) = 1/V(x, y)$ і нам відомі лише часи прибуття.

Особливістю і перевагою розробленого методу є явні формули для наближеного обчислення коефіцієнтів Фур'є функції двох змінних часів пробігу сейсмічних хвиль від системи джерел до системи приймачів. Це звело рішення задачі до задачі обчислення коефіцієнтів Фур'є. Вибір системи прямих, уздовж яких задаються проєкційні дані, а отже, і від інтегралів, і від формул для їх обчислення, обумовлений значеннями індексів k і l в сумі Фур'є.

Необхідно зазначити, що якщо функція $f(x, y)$ має розриви, то метод дозволяє використовувати також скінчену суму Фейєра у вигляді

$$S(x, y, N) = \sum_{k=-N}^N \sum_{l=-N}^N \left(1 - \frac{|k|}{N+1}\right) \left(1 - \frac{|l|}{N+1}\right) F_{k,l} e^{i2\pi(kx+ly)},$$

що обумовлено впливом явища Гіббса на результати дослідження. Як відомо, використання сум Фур'є, внаслідок явища Гіббса, не дозволяє отримати достовірні результати при візуалізації інформації за допомогою розривних функцій навіть тоді, коли коефіцієнти Фур'є обчислені точно. Ще однією перевагою сум Фейєра в порівнянні з сумами Фур'є є те, що ядро суми Фейєра є завжди позитивним і умови збіжності виписуються простіше.

Ще один важливий негативний факт стосовно сум Фур'є описаний у теоремі дю-Буа Реймонда [6, с. 152]. Існує неперервна і періодична функція $f(x)$, ряд Фур'є якої розбігається принаймні в одній точці. Водночас, як суми Фейєра та Валле-Пуссена рівномірно збігаються до $f(x)$, якою б не була неперервною і періодичною функцією $f(x)$ [6, с. 152].

Описаний у роботах [1–4] метод дозволяє використовувати також мішаний оператор Валле-Пуссена у вигляді

$$BV_{m,n,p,q} f(x, y) = V_{1,m,p} f(x, y) + V_{2,n,q} f(x, y) - V_{1,m,p} f(x, y) \cdot V_{2,n,q} f(x, y),$$

$$V_{1,m,p}f(x,y) = \frac{1}{p+1} \sum_{k=m-p}^m F_{1,k}(f;x),$$

$$V_{2,n,q}f(x,y) = \frac{1}{p+1} \sum_{l=n-q}^n F_{2,l}(f;y),$$

$$F_{1,m}(f;x) = \sum_{\mu=-m}^m a_{1,\mu}(f;y) \cdot e^{i\mu x},$$

$$a_{1,\mu}(f;y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (f(x,y) e^{-i\mu x}) dx,$$

$$F_{2,n}(f;y) = \sum_{\nu=-n}^n a_{2,\nu}(f;x) \cdot e^{i\nu y}, \quad a_{2,\nu}(f;x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (f(x,y) e^{-i\nu y}) dy,$$

$$\mu = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm m, \quad \nu = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n.$$

3. Наближення сумами Фур'є функцій двох змінних для визначення просторового розподілу повільності на основі першого наближення в шахтній сейсмічній томографії на основі методу описаного в [1–3]. В реальних умовах в шахтній сейсмічній томографії, на відміну від комп'ютерної томографії, промені лише в окремих випадках є прямими лініями, що обмежує використання методу описаного в роботах [2, 3]. В роботі [7, с. 37–38] написано, що при більш точному наближенні можна розглянути нев'язку часів прибуття променя

$$\delta T(p, \varphi) = \int_L \delta u(x) ds, \quad (2)$$

де $T = T_0 + \delta T$ і $u = u_0 + \delta u$. Опорні часи пробігу $T_0(p, \varphi) = \int_{L_0} \delta u_0(x) ds$

обчислюються для променів, відповідних повільності опорної моделі $u_0(x)$, і при інтерпретації нев'язок (2) промені вважаються прямолінійними, тобто можна використовувати метод, описаний у роботах [2, 3], в якому для обчислення коефіцієнтів Фур'є функції від двох змінних використані явні формули, для підстановки в них значень базових проєкцій, аналог кубатурної формули, на той випадок коли експериментальні дані про функцію $f(x, y)$ задаються не значеннями, а проєкціями вздовж заданої системи прямих.

Проведемо обчислювальний експеримент по наближеному обчисленню значень розподілу повільності на ділянці дослідження, яка має розрив першого роду. Вважаємо, що нам задані наближено знайдені розподіли повільності $f(x, y)$ на ділянці $[0, 1]^2$.

При підрахуванні сум коефіцієнтів Фур'є ми скористаємося сумами Фейєра, оскільки вони мають кращу збіжність ніж суми Фур'є, а також мають похибку у два рази меншу ніж суми Валле-Пуссена [8, с. 72].

Приклад 1. Нехай нам задані розподіли повільності на досліджуваній площині $f(x, y)$.

$$f(x, y) = \begin{cases} 0,54, \text{ якщо } x^2 + \frac{y^2}{2} > 0,36 \cup \frac{x^2}{3} + y^2 \leq 1, \\ 0,45 \text{ інакше.} \end{cases}$$

Вхідні дані та отриманий результат, для значення $N=8$ (порядок суми Фур'є) і кількості джерел та приймачів по 10 на кожній зі сторін, див. рис. 2.

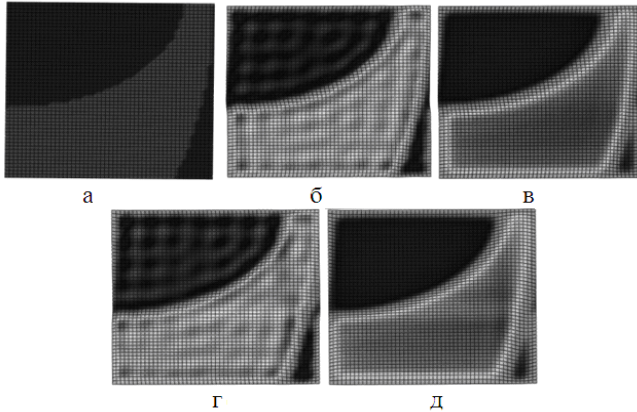


Рис. 2. Вхідні дані та отриманий результат тестової задачі: а — вхідні дані; б — результати обчислень за допомогою сум Фур'є; в — результати обчислень за допомогою сум Фейєра; г — результати обчислень методом в [1–3] та сумою Фур'є; д — результати обчислень методом в [1–3] та сумою Фейєра

Результати розв'язку задачі, для різного порядку суми Фур'є (N), представлені у таблиці.

Таблиця

Результати розв'язку прикладу 1 для різних N

Порядок суми Фур'є	Кількість джерел та приймачів	Похибка значень, обчислених за допомогою точних значень коефіцієнтів Фур'є				Похибка значень, обчислених методом в [1–3]			
		сумою Фур'є		сумою Фейєра		сумою Фур'є		сумою Фейєра	
		абсолютна похибка	відносна похибка	абсолютна похибка	відносна похибка	абсолютна похибка	відносна похибка	абсолютна похибка	відносна похибка
4	10, 10	0,064	0,118	0,057	0,127	0,063	0,117	0,057	0,128
4	20, 20	0,064	0,118	0,057	0,127	0,063	0,117	0,057	0,126
8	10, 10	0,055	0,106	0,053	0,112	0,056	0,121	0,053	0,117
8	20, 20	0,055	0,106	0,053	0,112	0,055	0,103	0,053	0,11

Висновки. Таким чином, запропонований підхід може розглядатися для покращення значень математичної моделі для знаходження розподілу повільності розповсюдження сейсмічних хвиль у заданій області кори Землі, у випадку коли досліджувана ділянка має розрив першого роду. При цьому інформація, яка використовувалася для наближеного обчислення вказаних коефіцієнтів сум Фейера, являє собою перші часи прибуття сейсмічного сигналу в точки спостережень від джерел сейсмічного сигналу, які пропонується наближено знаходити скориставшись твердженнями робіт [2, 3].

Список використаних джерел:

1. Литвин О. М., Драгун В. В. Метод знаходження першого наближення для розв'язання задачі шахтної сейсмічної томографії в неоднорідному середовищі. *Управляющие системы и машины*. 2016. № 3.
2. Литвин О. М. Періодичні сплайни і новий метод розв'язання плоскої задачі рентгенівської комп'ютерної . *Системний аналіз, управління і інформаційні технології*: Вісник Харківського держ. політех. ун-ту. Збірка наукових праць. Харків: ХДПУ, 2000. № 125. С. 27–35.
3. Кулик С. І. Математичне моделювання в комп'ютерній томографії з використанням вейвлетів : дис. канд. фіз.-мат. наук: «Математичне моделювання та обчислювальні методи». Харків, 2008. 192 с.
4. Литвин О. М., Драгун В. В. Метод знаходження просторового розподілу повільності на основі першого наближення в шахтній сейсмічній томографії. *Управляющие системы и машины*. Прийнято до друку.
5. Розломи [Електронний ресурс]. 2016. Режим доступу до ресурсу: <https://uk.wikipedia.org/wiki/Розломи>.
6. Коровкин П. П. Линейные операторы и теория приближений. М.: Гос. издательство физ.-мат. литературы, 1959. 211 с.
7. Чепмен К. Преобразование Радона и сейсмическая томография. *Сейсмическая томография*. Под ред. Г. Нолетта. М.: Мир, 1990. С. 34–60.
8. Литвин О. М. Інтерлінація функцій та деякі її застосування. Харків: Основа, 2002. 544 с.

In the article suggested finding the spatial distribution of the slowness in the mine seismic tomography by using first arrival times of the seismic signal from the sources system into the receivers system located on discontinuous horizontal plane. These slowness distributions in horizontal plane are obtained by calculating the values of the Fourier sums whose coefficients are calculated using the projection system along a certain line, located in this horizontal plane.

Key words: *mine seismic tomography, the coefficients of Fourier sums.*

Одержано 16.02.2017