УДК 678.057.2

I.О. Мікульонок, Л.Г. Воронін, Ю.Ю. Лукач, Л.І. Ружинська

# МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ ПОЛІМЕР- І Гумоперероблювальних вальців безперервної дії

## Вступ

Одним із підготовчих процесів перероблення полімерних матеріалів і гумових сумішей, що визначають якість одержуваних виробів, є вальцювання — процес багаторазового продавлювання формувальної суміші крізь проміжок між двома паралельними зустрічно обертовими валками, що приводить до її розігрівання, перемішування й гомогенізації [1].

Одночасне введення в міжвалковий проміжок полімеру або каучуку й різних твердих і рідких інгредієнтів дає можливість одержувати якісний матеріал, який у результаті регулювання температур валків і їх швидкостей прилипає до одного з них [2]. Прилипання матеріалу зазвичай здійснюється до гарячішого валка, а у випадку однакових температур валків — до більш швидкохідного з них.

Класифікацію вальців здійснюють за рядом характерних конструктивних або технологічних ознак [3, 4], при цьому однією з основних таких характеристик є фрикція — відношення колових швидкостей суміжних валків (зазвичай, фрикція f — це відношення колових швидкостей швидкохідного й тихохідного валків; значення фрикції не менше одиниці. Величину, обернену до фрикції, називають коефіцієнтом фрикції  $\varphi$  [5]).

На сьогодні в літературі немає методики розрахунку процесу вальцювання за умови довільної фрикції в міжвалковому проміжку, а також перебування оброблюваного матеріалу як на передньому, так і на задньому валку.

# Постановка задачі

Метою статті є розробка методики розрахунку процесу вальцювання матеріалу, поведінка якого описується степеневим реологічним рівнянням, за умови довільної фрикції в міжвалковому проміжку, і типом валка, на якому перебуває оброблюваний матеріал під час вальцювання.

#### Моделювання процесу вальцювання

Цикл перемішування на вальцях періодичної (циклічної) дії залежить від реологічних і теплофізичних властивостей перероблюваного матеріалу й параметрів процесу вальцювання і закінчується за умови досягнення певного ступеня її гомогенності. На більш продуктивних вальцях безперервної дії час вальцювання залежить від швидкостей валків, відстані між місцем завантаження матеріалу й місцем відбору його на наступну стадію перероблення (наприклад, каландрування), ширини безперервної стрічки, що знімають з вальців, а також валка, на якому перебуває вальцьований матеріал.

Завантаження матеріалу на змішувальні вальці безперервної дії після змішувача періодичної дії здійснюють у вигляді безформенних шматків, а на змішувально-підігрівальні вальці безперервної дії після змішувальних вальців у вигляді безперервної стрічки. При цьому завантаження зазвичай здійснюють з одного торця бочки валка, а відбір — з іншого (рис. 1, a). У деяких випадках завантаження матеріалу на вальці проводять з обох торців валка (рис. 1, б), а відбір – посередині, або завантаження в центрі валка, а відбір – з обох його торців (рис. 1, в). Знімання готової композиції у вигляді безперервної стрічки, підрізування якої роблять спеціальними ножами, здійснюють зазвичай у бік механізму регулювання міжвалкового проміжку вальців.

На рис. 2 наведено схему роботи вальців безперервної дії, завантаження яких здійснюють з одного краю валків, а відбір – з протилежного. Ця схема вальцювання, на відміну від інших, забезпечує максимальний час вальцювання, а отже, і найбільшу якість одержуваної композиції. Після виходу з міжвалкового проміжку на ділянці завантаження вальцьований матеріал покриває один із валків - передній (тихохідний) (рис. 2, а) або задній (швидкохідний) (рис. 2,  $\delta$ ) – і знову повертається в міжвалковий проміжок, розтікаючись вздовж нього. Далі ця послідовність дій повторюється. На кожному оберті матеріал просувається по спіралі до місця знімання його з вальців у вигляді безперервної стрічки, яка надходить на наступну стадію перероблення.

Таким чином, при безперервному вальцюванні матеріал послідовно проходить ділянки міжвалкового проміжку, які чергуються із зонами контакту матеріалу з нагрітим до певної



Рис. 1. Приклади завантаження-розвантаження вальців безперервної дії





Рис. 2. Схема безперервного вальцювання з відбиранням стрічки матеріалу з тихохідного (*a*) і швидкохідного (б) валка:  $\omega_{\mu}$ ,  $\omega_{\tau}$  — кутова швидкість швидко- і тихохідного валка;  $W_{\mu}$ ,  $W_{\tau}$  — лінійна швидкість швидко- і тихохідного валка;  $T_{\mu}$ ,  $T_{\tau}$  — температура швидко- і тихохідного валка (стрілками показано варіанти завантаження й знімання композиції)

температури валком, з одного боку, і навколишнім повітрям, з другого. При цьому температура матеріалу поступово зростає. З метою інтенсифікації змішування прагнуть до збільшення кількості проходів матеріалу крізь проміжок (однак при цьому знижується продуктивність вальців і зростає небезпека термодеструкції компонентів матеріалу).

Метою методики розрахунку вальців безперервної дії є визначення енергосилових параметрів процесу вальцювання, а її основні завдання — отримання:

 температурного поля перероблюваного матеріалу під час його руху від місця завантаження на валку до місця його знімання з вальців;

 потужності, що споживається рушієм валків;

3) розпірних зусиль, що діють на валки;

4) параметрів теплоносія у валках (температури та об'ємної витрати).

Кількість проходів  $N_{np}$  матеріалу крізь міжвалковий проміжок становить:

• для схеми відповідно до рис. 1, а

$$N_{\rm np} = \frac{L}{b};$$

• для схем відповідно до рис. 1,  $\sigma$  і в

$$N_{\rm np} = \frac{L}{2b},$$

де *L* — відстань між обмежувальними стрілами вальців ("робоча" довжина бочки валка); *b* — ширина безперервної стрічки матеріалу, що знімають із вальців.

Час вальцювання матеріалу визначають за залежністю

$$t = \frac{2\pi R_{\rm B} N_{\rm np}}{W_{\rm m(r)}},$$

де  $R_{\rm B}$  – радіус бочки валка.

Масова продуктивність вальців G становить

$$G = \rho b \,\delta W_{\rm III(T)},$$

де  $\rho$  – густина матеріалу.

Математична модель процесу руху вальцьованого матеріалу в міжвалковому проміжку містить диференціальні рівняння нерозривності, руху, енергії, реологічне рівняння та умови однозначності [2, 5, 6].

Під час розроблення математичної моделі було введено такі припущення (рис. 3):

перероблюваний матеріал — нестисливий;

 тиск на початку і в кінці зони деформування міжвалкового проміжку дорівнює нулю;

• вага матеріалу в зоні деформування міжвалкового проміжку мала порівняно з силами тиску, а тому нею нехтуємо;

• при контакті з поверхнею валка перероблюваний матеріал прилипає до неї;

• проміжок між валками дуже малий порівняно з радіусом і робочою довжиною валка;

 прискорення матеріалу мале внаслідок великої в'язкості й невеликої швидкості вальцювання;

• реологічні й теплофізичні властивості матеріалу залежать від температури;

 перенесення теплоти вздовж проміжку за рахунок теплопровідності мале, а тому ним нехтуємо.



Рис. 3. Схема течії матеріалу в міжвалковому проміжку: x, y – координати, спрямовані вздовж і поперек міжвалкового проміжку;  $x_{\text{BX}}, x_{\Pi}, x_{\text{K}}$  – координати входу матеріалу в міжвалковий проміжок, початку й кінця зони деформування;  $W_{\text{III}}, W_{\text{T}}$  – колові швидкості швидкохідного й тихохідного валків;  $h, h_{\text{min}}$  – половина поточного й мінімального міжвалкового проміжку;  $T_{\text{III}}, T_{\text{T}}$  – температури швидкохідного валків

Із врахуванням введених припущень диференціальні рівняння, що описують процес течії розплаву матеріалу в міжвалковому проміжку, набувають вигляду

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} = 0, \tag{1}$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0,$$
 (2)

$$Dc_p w_x \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial q_y}{\partial y} + q_{\text{дис}},$$
(3)

$$\tau_{xy} = K \left| \frac{\partial w_x}{\partial y} \right|^n \operatorname{sign} \left( \frac{\partial w_x}{\partial y} \right).$$
(4)

При цьому залежність коефіцієнта консистенції *К* від температури *Т* визначають виразом

$$K = K_0 \exp\left(-\beta \frac{T - T_0}{T_0 + 273}\right),$$
 (5)

де  $w_x$  і  $w_y$  – складові швидкості матеріалу вздовж осей x і y (рис. 3); p – тиск у міжвалковому проміжку;  $\tau_{xy}$  – дотичні напруження;  $\rho$  і  $c_p$  – густина й масова теплоємність перероблюваного матеріалу як функції температури;  $q_y$  – питомий тепловий потік у напрямку осі y;  $q_{дис}$  – інтенсивність енергії дисипації;  $K_0$  – коефіцієнт консистенції, визначений при температурі  $T_0$ ; n – показник степеня реологічного рівняння;  $\beta$  – температурний коефіцієнт розплаву матеріалу.

Початкова умова по температурі має ви-гляд

$$T\big|_{x=x_{n}} = T_{n}(y). \tag{6}$$

Запишемо граничні умови (див. рис. 3): • за швидкістю

$$w_x|_{y=-h} = W_{\rm T} = \varphi W_{\rm III}, \tag{7}$$

$$W_{\rm r}\big|_{v=h} = W_{\rm m}; \tag{8}$$

• за температурою

$$T\big|_{v=-h} = T_{\mathrm{T}},\tag{9}$$

$$T\big|_{v=h} = T_{\rm III},\tag{10}$$

де

$$\varphi = \frac{W_{\rm T}}{W_{\rm III}}.$$

Систему рівнянь (1)—(5) розв'язуємо, вводячи безрозмірні змінні  $\xi$  і  $\varepsilon$  [2, 6]:

$$\xi = \frac{x}{\sqrt{2R_{\rm B}h_{\rm min}}}, \, \varepsilon = \frac{y}{h}$$

де  $h \approx h_{\min} + \frac{x^2}{2R_{\rm B}} = h_{\min}(1 + \xi^2).$ 

Розв'язок системи рівнянь (1)–(5) при початковій (6) і граничних (7)–(10) умовах дасть можливість визначити:

• температурне поле матеріалу в будьякому перерізі міжвалкового проміжку;

• зусилля, що діють на валки;

• крутні моменти, що діють на валки, а отже, і потужність рушія валків;

• значення енергії дисипації, одержуваної матеріалом у результаті необоротної деформації зсуву в міжвалковому проміжку.

Для визначення температурного поля матеріалу під час його перебування на валку поза межами міжвалкового проміжку потрібно розв'язати диференціальне рівняння нестаціонарної теплопровідності, записане в циліндричних координатах при визначених початковій і граничних умовах.

3 метою спрощення вихідного рівняння введемо ряд припущень:

• рух шарів матеріалу один відносно одного відсутній;

 перенесення теплоти здійснюється рівномірно осесиметрично вздовж радіуса валка за рахунок теплопровідності; перенесенням теплоти вздовж осі валка нехтуємо;

 розміри перероблюваного матеріалу, що перебуває на валку за межами міжвалкового проміжку, не змінюються;

• матеріал прилипає до поверхні валка;

• перенесення теплоти в матеріалі здійснюється теплопровідністю за законом Фур'є

$$q_r = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r},$$

де  $q_r$  — питомий тепловий потік уздовж осі r, яка збігається з радіусом валка;  $\lambda$  — коефіцієнт

теплопровідності матеріалу як функція температури.

Із врахуванням введених припущень рівняння нестаціонарної теплопровідності набуде вигляду

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\lambda}{r} \frac{\partial T}{\partial r}, \qquad (11)$$

де t - час.

Початковою умовою є розподіл температури матеріалу на вході його на ділянку, що розглядається, і який відповідає розподілу температури на виході з міжвалкового проміжку поточного оберту матеріалу на валку:

$$T|_r = T(r). \tag{12}$$

Граничні умови за температурою мають вигляд

$$T|_{r=R_{\rm p}} = T_{\rm III(T)},\tag{13}$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial r}\Big|_{r=R_{\rm B}+\delta} = \alpha \left(T\Big|_{r=R_{\rm B}+\delta} - T_{\rm H.c}\right), \qquad (14)$$

де  $\alpha$  — коефіцієнт тепловіддачі від поверхні матеріалу до навколишнього середовища;  $T_{\rm H.c}$  — температура навколишнього середовища.

Розв'язання рівняння (11) при початковій (12) і граничних (13) і (14) умовах дає можливість визначити температурне поле матеріалу під час теплообміну матеріалу з валком, з одного боку, і навколишнім середовищем, з другого.

Тепер розглянемо безпосередньо методику параметричного й теплового розрахунку вальців.

# Визначення параметрів міжвалкового проміжку

Послідовність розрахунку міжвалкового проміжку  $2h_{\min}$ , товщини безперервної стрічки  $\delta$ , яку знімають із вальців, швидкості поверхонь бочок валків  $W_{\text{ш}}$  і  $W_{\text{т}}$ , а також масової продуктивності вальців G залежить від вихідних даних для розрахунку. При цьому зазначені величини пов'язані між собою таким чином.

Колову швидкість  $W_{\rm m(\tau)}$  поверхні бочки валка, з якого знімають безперервну стрічку, задають або визначають за залежністю

$$W_{\mathrm{III}(\mathrm{T})} = \frac{G}{\rho b\delta},$$

де G – масова продуктивність вальців.

Тоді швидкість поверхні бочки валка, вільного від перероблюваного матеріалу, матиме вигляд

$$W_{_{\mathrm{T}}} = \varphi W_{_{\mathrm{III}}}$$
 also  $W_{_{\mathrm{III}}} = \frac{W_{_{\mathrm{T}}}}{\varphi}$ .

Товщина сформованого виробу після виходу з проміжку становить:

 у разі знімання матеріалу із швидкохідного валка

$$\delta = h_{\min}(1+\varphi)(1+\xi_{\kappa}^2).$$

 при зніманні матеріалу з тихохідного валка

$$\delta = h_{\min} \frac{(1+\varphi)}{\varphi} (1+\xi_{\rm K}^2).$$

Межами зони деформування є поверхні валків і перетини міжвалкового проміжку, в яких тиск у перероблюваному матеріалі дорівнює нулю. У введеній системі безрозмірних координат  $\xi$  і є поверхні валків відповідають координатам  $\varepsilon = \pm 1$ , а зазначені перетини, що відповідають початку й кінцю зони деформації, координатам  $\xi_n$  і  $\xi_{\kappa}$ .

Координату  $\xi_{\kappa}$  визначають експериментально. Її значення зазвичай перебуває в межах  $|\xi_{\nu}| = 0, 2-0, 4$  [6].

Координата ξ<sub>n</sub> відповідає значенню координати ξ, при якому виконується рівність

$$\int_{\xi_{\kappa}}^{\xi_{n}} \left[ \frac{|A|^{n} \operatorname{sign}(A) - |B|^{n} \operatorname{sign}(B)}{1 + \xi^{2}} \right] d\xi = 0,$$
  

$$A = \frac{(1 + 2n)}{n} \frac{(1 + \varphi)(\xi^{2} - \xi_{\kappa}^{2})}{(1 + \xi^{2})^{2}} + \frac{1 - \varphi}{1 + \xi^{2}}; \quad B = -\frac{(1 + 2n)}{n} \frac{(1 + \varphi)(\xi^{2} - \xi_{\kappa}^{2})}{(1 + \xi^{2})^{2}} + \frac{1 - \varphi}{1 + \xi^{2}}.$$

Однією з характеристик міжвалкового проміжку є координата входу матеріалу в проміжок  $\xi_{\rm BX}$ , що визначає положення вільної поверхні обертового запасу, ширина якого становить

$$2h_{_{\rm BX}} = 2h_{_{\rm min}}(1+\xi_{_{\rm BX}}^2).$$

Тоді координата <br/>  $\xi_{_{\rm BX}}$ обчислюється за формулою

$$\xi_{\rm BX} = \sqrt{\frac{2h_{\rm BX}}{2h_{\rm min}} - 1}.$$

Для забезпечення достатнього прогрівання перероблюваного матеріалу на вході в міжвалковий проміжок, а також його перемішування й гомогенізації відношення  $(2h_{\rm Bx})/(2h_{\rm min})$  беруть у межах від 5 до 20, що відповідає координаті  $\xi_{\rm Bx}$ , яка дорівнює 2,0–4,5 [6].

Для розрахунку температурного поля матеріалу від місця завантаження матеріалу до місця його знімання з вальців, а також для визначення втрат теплоти з поверхні матеріалу й вільної поверхні валків необхідно знати кути, що відповідають координатам входу матеріалу в проміжок і виходу матеріалу з нього, які відраховують від площини, що проходить крізь поздовжні осі валків.

Позначивши кут, що відповідає координаті входу матеріалу в міжвалковий проміжок  $\gamma_{\xi_{Bx}}$ , а кут, що відповідає координаті виходу з проміжку,  $\gamma_{\xi_{x}}$ , запишемо

$$\gamma_{\xi_{BX}} = \arcsin \frac{\gamma_{\xi_{BX}} \sqrt{2R_{B}h_{\min}}}{R_{B}},$$
$$\gamma_{\xi_{K}} = \arcsin \frac{\gamma_{\xi_{K}} \sqrt{2R_{B}h_{\min}}}{R_{B}}.$$

Центральні кути, наведені нижче, відповідають вільній поверхні *i*-го валка i = (1, 2) і поверхні валка, покритого матеріалом ( $\gamma_{\text{віл}\,i}$  і  $\gamma_{\text{м}\,i}$ ):

$$\gamma_{\text{Bi}\pi 1} = 360^{\circ} - \gamma_{\xi\text{BX}} - \gamma_{\xi\text{K}},$$
$$\gamma_{\text{Bi}\pi 2} = 0,$$
$$\gamma_{\text{M1}} = 0,$$
$$\gamma_{\text{M2}} = 360^{\circ} - \gamma_{\xi\text{BX}} - \gamma_{\xi\text{K}}.$$

# Визначення температури матеріалу

Температурне поле матеріалу під час його руху в міжвалковому проміжку визначають розв'язанням рівняння

$$\left[\frac{\rho c_p W_{\text{III}}}{\sqrt{R_{\text{B}} h_{\min}}} \times \left(1 - \frac{3(1+\phi)(\xi^2 - \xi_{\text{K}}^2)}{4(1+\xi^2)}(1-\varepsilon^2) - \frac{(1-\phi)}{2}(1-\varepsilon)\right)\right]\frac{\partial T}{\partial \xi} = \left(\frac{\lambda}{h_{\min}^2(1+\xi^2)^2}\right)\frac{\partial^2 T}{\partial \varepsilon^2} + K\left(\frac{W_{\text{III}}}{2h_{\min}}\right)^{n+1} \times \left(\frac{3(1+\phi)(\xi-\xi_{\text{K}}^2)}{(1+\xi^2)^2}\varepsilon + \frac{1-\phi}{1+\xi^2}\right]^{n+1}$$

із врахуванням початкової (6) і граничних (9) і (10) умов, а температурне поле матеріалу під час руху на валку — розв'язанням рівняння (11) із врахуванням початкової (12) і граничних (13) і (14) умов.

Початковою умовою визначення температурного поля в проміжку є температура матеріалу, який надходить на вальці. Такою умовою на кожній із ділянок руху матеріалу на валках вальців є кінцевий розподіл температури на попередній ділянці.

Математичні моделі, що описують температурне поле під час пластикації, змішування й підігріву матеріалу на вальцях, являють собою крайові задачі з рівняннями в частинних похідних параболічного типу. Розв'язання таких задач рекомендується здійснювати методом скінченних різниць [2, 5].

#### Визначення зусиль, що діють на валки вальців

Зусилля, що діють на валки в процесі вальцювання, є результатом маси валків, а також розпірних зусиль і сил тертя, що діють на валки з боку матеріалу, що деформується в міжвалковому проміжку.

Розпірні зусилля, що діють на швидкохідний і тихохідний валки, становлять [6]

$$F = KLR_{\rm B} \times$$

$$\times \left(\frac{W_{\rm III}}{2h_{\rm min}}\right)^n \int_{\xi_{\rm K}}^{\xi_{\rm I}} \int_{\xi_{\rm K}}^{\xi} \frac{|A|^n \operatorname{sign}(A) - |B|^n \operatorname{sign}(B)}{1 + \xi^2} \times d\xi d\xi = 0.$$

Вектор розпірного зусилля F прикладений до поверхні валка в діаметральному перетині в точці, координату  $\xi_{\text{ц.т }F}$  якої визначають положенням центра мас площі S, обмеженої віс-

сю координати ξ і кривою тиску в міжвалковому проміжку:

$$\xi_{\mathrm{II.T}\ F} = \frac{\int\limits_{\xi_{\mathrm{K}}}^{\zeta_{\mathrm{II}}} \xi \, dS}{\int\limits_{\xi_{\mathrm{K}}}^{\xi_{\mathrm{II}}} p \, d\xi},$$

де тиск р визначають за залежністю

Х

$$p = \frac{KW_{\rm m}^n \sqrt{2R_{\rm B}h_{\rm min}}}{(2h_{\rm min})^{n+1}} \times \int_{\xi}^{\xi_{\rm n}} \frac{|A|^n \operatorname{sign}(A) - |B|^n \operatorname{sign}(B)}{1 + \xi^2} d\xi.$$

Кут  $\beta_F$  (рад) між вектором розпірного зусилля *F* і площиною, що проходить крізь осі валків, обчислюється за формулою

$$\beta_F = \arcsin\frac{\xi_{\text{ILT}} \sqrt{2R_{\text{B}}h_{\text{min}}}}{R_{\text{B}}}.$$

Тоді складова розпірного зусилля  $F_x$ , яка лежить у площині, що проходить крізь осі валків, і нормальна до неї  $F_y$  (тобто спрямована уздовж координатних осей x і y) мають вигляд

$$F_{x} = F \cos \left( \arcsin \frac{\xi_{\text{u.t.} F} \sqrt{2R_{\text{B}}h_{\text{min}}}}{R_{\text{B}}} \right),$$
$$F_{y} = F \frac{\xi_{\text{u.t.} F} \sqrt{2R_{\text{B}}h_{\text{min}}}}{R_{\text{B}}}.$$

З боку матеріалу, що деформується в міжвалковому проміжку, крім тиску на робочу поверхню валків також діють дотичні напруження, результатом дії яких є сили, які прикладені до робочих поверхонь валків і створюють момент опору обертанню останніх. Ці сили для швидкохідного й тихохідного валків становлять

$$P_{\rm III} = KL\sqrt{2R_{\rm B}h_{\rm min}} \left(\frac{W_{\rm III}}{2h_{\rm min}}\right)^n \int_{\xi_{\rm R}}^{\xi_{\rm BX}} |A|^n \operatorname{sign}(A) d\xi,$$
$$P_{\rm T} = -KL\sqrt{2R_{\rm B}h_{\rm min}} \left(\frac{W_{\rm III}}{2h_{\rm min}}\right)^n \int_{\xi_{\rm R}}^{\xi_{\rm BX}} |B|^n \operatorname{sign}(B) d\xi.$$

 $\tau_{xvT} = f(\xi):$ 

Точку прикладення результуючої сили  $P_{\mathrm{m}(\tau)}$  до поверхні валка в його діаметральному перерізі визначають положенням центра тяжіння площі, обмеженої віссю координати  $\xi$  і кривою дотичних напружень  $\tau_{xy\,\mathrm{m}} = f(\xi)$  або

$$\tau_{xy \text{ III}} = K \left( \frac{W_{\text{III}}}{2h_{\text{min}}} \right)^n |A|^n \operatorname{sign}(A),$$
$$\tau_{xy \text{ III}} = K \left( \frac{W_{\text{III}}}{2h_{\text{min}}} \right)^n |B|^n \operatorname{sign}(B).$$

Методика визначення координати  $\xi_{u.т, P}$ центра тяжіння площі під кривою розподілу дотичних напружень вздовж міжвалкового проміжку для швидко- і тихохідного валків аналогічна методиці визначення координати  $\xi_{u.т, F}$ . Значення кута  $\beta_P$  (рад) між вектором дії зусилля P і віссю x визначають із залежності (окремо для швидко- і тихохідного валків)

$$\beta_{P} = \arcsin \frac{\xi_{\text{u.t.}P} \sqrt{2R_{\text{B}} h_{\text{min}}}}{R_{\text{B}}}$$

Тоді складова  $P_x$  зусилля P, що лежить у площині, яка проходить крізь осі валків, становить

$$P_{x} = P \xi_{\text{II.T} P} \frac{\sqrt{2R_{\text{B}}h_{\text{min}}}}{R_{\text{B}}},$$

а складова  $P_y$ , перпендикулярна  $P_x$ , визначається за формулою

$$P_{y} = P \cos\left( \arcsin \xi_{\text{II.T} P} \frac{\sqrt{2R_{\text{B}}h_{\text{min}}}}{R_{\text{B}}} \right).$$

Вектор сумарного зусилля  $F_{\text{ш(т)}\Sigma}$ , яке діє на валок, визначають як суму векторів сили тяжіння валка  $G_{\text{в}}$ , розпірного зусилля  $F_{\text{ш(т)}}$  і сили тертя  $P_{\text{ш(т)}}$  (рис. 4):

$$F_{\mathrm{III}(\mathrm{T})\Sigma} = \sqrt{\frac{(P_{\mathrm{III}(\mathrm{T})}\cos\beta_{P} - G_{\mathrm{B}} - F_{\mathrm{III}(\mathrm{T})}\sin\beta_{F})^{2} + (P_{\mathrm{III}(\mathrm{T})}\sin\beta_{P} + F_{\mathrm{III}(\mathrm{T})}\cos\beta_{F})^{2}}.$$

Як видно з рис. 4, кожна дотична до валка сила  $P_{\rm u(T)}$  замінена статично еквівалентною системою сил: силою  $P_{\rm u(T)}$ , прикладеною до осі валка, і моментом  $M_{\rm u(T)} = P_{\rm u(T)} R_{\rm B}$ .



Рис. 4. Схема дії зусиль на валки вальців (матеріал на тихохідному валку)

Питоме навантаження на валок визначають з виразу

$$q_{\mathrm{III}(\mathrm{T})\Sigma} = \frac{F_{\mathrm{III}(\mathrm{T})\Sigma}}{L}.$$

Крутні моменти, що потрібні безпосередньо для деформування перероблюваного матеріалу і діють на швидкохідний і тихохідний валки, розраховують за залежностями

$$M_{\rm III} = KLR_{\rm B}\sqrt{2R_{\rm B}h_{\rm min}} \left(\frac{W_{\rm III}}{2h_{\rm min}}\right)^n \xi_{\rm gx}^{\rm gx} |A|^n \operatorname{sign}(A)d\xi,$$
$$M_{\rm T} = -KLR_{\rm B}\sqrt{2R_{\rm B}h_{\rm min}} \left(\frac{W_{\rm III}}{2h_{\rm min}}\right)^n \int_{\xi_{\rm K}}^{\xi_{\rm BX}} |B|^n \operatorname{sign}(B)d\xi.$$

Крутні моменти, прикладені до валків з боку універсальних шпинделів, можна визначити за формулою

$$M_{\mathfrak{u}(\mathfrak{r})\Sigma} = M_{\mathfrak{u}(\mathfrak{r})} + 2M_{\mathfrak{n}\mathfrak{i}\mathfrak{d}\mathfrak{u}},$$

де  $M_{\text{підш}}$  — момент тертя в підшипнику валка:

$$M_{\rm підш} = d_{\rm u}(5000 c d_{\rm u} + 2,55 f_0 F_{\rm uu(t)\Sigma}),$$

де c,  $f_0$  — коефіцієнти (для радіальних сферичних дворядних роликопідшипників c = 0,15;  $f_0 = 0,002$  [6]).

# Визначення потужності рушія валків

Потужність групового рушія валків, к.к.д. якого дорівнює η<sub>n</sub>, визначають за формулою

$$N_{\Sigma} = \frac{N_{\rm m} + N_{\rm r}}{\eta_{\rm p}},$$

де потужність, що витрачається з боку відповідного валка на деформування матеріалу, становить

$$N_{\mathrm{m}(\mathrm{T})} = M_{\mathrm{m}(\mathrm{T})\Sigma}\omega_{\mathrm{m}(\mathrm{T})} = M_{\mathrm{m}(\mathrm{T})\Sigma}\frac{W_{\mathrm{m}(\mathrm{T})}}{R_{\mathrm{B}}}.$$

К.к.д. групового рушія обчислюють за залежністю

$$\eta_{p} = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \eta_4 \eta_5^2,$$

де  $\eta_1 = 0,99$  — к.к.д. електродвигуна;  $\eta_2 = 0,99$  — к.к.д. втулкопальцевої муфти;  $\eta_3 = 0,90$  — к.к.д. блок-редуктора;  $\eta_4 = 0,99$  — к.к.д. зубчастої муфти;  $\eta_5 = 0,90$  — к.к.д. універсального шпинделя.

На підставі виконаного розрахунку загальної потужності здійснюють підбір електродвигуна рушія валків.

## Тепловий розрахунок валків

Рівняння теплоенергетичного балансу неізотермічного процесу вальцювання має вигляд

$$Gi_{\Pi} \pm Q_{30BH} + Q_{\mu \mu c} = Gi_{\kappa} + Q_{BT}, \qquad (15)$$

де  $i_n$  і  $i_k$  — масова ентальпія матеріалу відповідно на вході на вальці та на виході з них;  $Q_{_{30BH}}$  — теплова енергія, яку потрібно підвести (знак "+") або відвести (знак "—") у процесі вальцювання (зовнішні джерела термостабілізації);  $Q_{_{дис}}$  — енергія дисипації, одержана матеріалом у результаті необоротної деформації зсуву в міжвалковому проміжку;  $Q_{_{BT}}$  — теплові втрати в навколишнє середовище.

Дисипативну складову енергетичного балансу кожного валка визначають за формулою

$$Q_{\rm дис} = Q_{\rm дис \, III} + Q_{\rm дис \, T},$$

де  $Q_{\text{дис } \text{ш}(\text{т})}$  — потужність дисипації, забезпечувана швидко- і тихохідним валком:

$$Q_{\rm дис \, III} = \frac{KL\sqrt{2R_{\rm B}h_{\rm min}}}{h_{\rm min}^{n}} \left(\frac{W_{\rm III}}{2}\right)^{n+1} \left(\frac{1+2n}{n}\right)^{n} \frac{(n+2)}{3^{n+1}} \times$$

$$\times \int_{\xi_{\rm K}}^{\xi_{\rm BX}} \int_{0}^{1} \left( \frac{3(1+\varphi)\left(\xi^{2}+\xi_{\rm K}^{2}\right)}{(1+\xi^{2})^{2}} \varepsilon + \frac{1-\varphi}{1+\xi^{2}} \right)^{n+1} (1+\xi^{2}) d\varepsilon d\xi,$$

$$Q_{\rm дис\ T} = \frac{KL\sqrt{2R_{\rm B}h_{\rm min}}}{h_{\rm min}^{n}} \left( \frac{W_{\rm III}}{2} \right)^{n+1} \left( \frac{1+2n}{n} \right)^{n} \frac{(n+2)}{3^{n+1}} \times$$

$$\times \int_{\xi_{\rm K}}^{\xi_{\rm BX}} \int_{-1}^{0} \left( \frac{3(1+\varphi)\left(\xi^{2}+\xi_{\rm K}^{2}\right)}{(1+\xi^{2})^{2}} \varepsilon + \frac{1-\varphi}{1+\xi^{2}} \right)^{n+1} (1+\xi^{2}) d\varepsilon d\xi.$$

Теплота, що витрачається на зміну ентальпії матеріалу при контакті його з валком, може бути визначена як

$$Q_{\rm M} = G \sum_{i=1}^{N_{\rm np}} c_p (T_{\rm K} - T_{\rm n})_{ii} + \sum_{i=1}^{N_{\rm np}} G_{\rm III(T)} c_p (T_{\rm K} - T_{\rm n})_i,$$

де  $T_{\rm K}$  і  $T_{\rm n}$  — кінцева й початкова температури матеріалу при проходженні ним ділянки поза межами міжвалкового проміжку або міжвалкового проміжку, що відповідає *i*-му оберту матеріалу на валку ( $i = \overline{1, N}_{\rm np}$ );  $G_{\rm m(r)}$  — продуктивність, забезпечувана швидкохідним (тихохідним) валком:

$$G_{\rm III} = \frac{(3+\phi)}{4}G, \ G_{\rm T} = \frac{(3\phi+1)}{4}G.$$

Теплові втрати відповідного валка визначають за залежністю

$$Q_{\rm\scriptscriptstyle BT}=Q_{\rm\scriptscriptstyle BT}'+Q_{\rm\scriptscriptstyle BT}'',$$

де  $Q'_{\rm BT}$  і  $Q''_{\rm BT}$  – втрати теплоти з вільної поверхні валка й поверхні валка, вкритої матеріалом:

$$\begin{aligned} Q'_{\rm BT} &= \alpha' \, S'(T_{\rm III(T)} - T_{\rm H.c}) = \\ &= \alpha' \, L(R_{\rm B} + \delta) \gamma_{\xi_{\rm BII(T)}}(T_{\rm III(T)} - T_{\rm H.c}), \\ Q''_{\rm BT} &= \alpha'' \, S''(T_{\rm III(T)} - T_{\rm H.c}) = \\ &= \alpha'' \, L \, R_{\rm B} \gamma_{\rho_{\rm MIII(T)}}(T_{\rm III(T)} - T_{\rm H.c}), \end{aligned}$$

де S' і S" — площі вільної поверхні валка й поверхні валка, вкритої матеріалом.

Коефіцієнти тепловіддачі α' і α" визначають за рівняннями

$$\alpha' = \alpha'_{\text{пром}} + \alpha'_{\text{конв}},$$

$$\alpha'' = \alpha''_{\text{пром}} + \alpha''_{\text{конв}},$$

де  $\alpha'_{пром}$  і  $\alpha''_{пром}$  – коефіцієнти тепловіддачі випромінюванням:

$$\alpha_{\rm пром} = 5,67 \cdot 10^{-8} \varepsilon_{\rm B(M)} \frac{T_{\rm B(M)}^4 - T_{\rm H.c}^4}{T_{\rm B(M)} - T_{\rm H.c}},$$

 $\varepsilon_{\rm B(M)}$  – ступінь чорноти поверхні валка (сталевого –  $\varepsilon_{\rm B} = 0,52-0,56$ ; чавунного –  $\varepsilon_{\rm B} = 0,6-$ 0,7) і перероблюваного матеріалу ( $\varepsilon_{\rm M} = 0,93-$ 0,95);  $T_{\rm B(M)}$  – температура відповідного валка й матеріалу на цьому валку;  $\alpha'_{\rm конB}$  і  $\alpha''_{\rm конB}$  – коефіцієнти тепловіддачі конвекцією, обчислені за допомогою критеріальних рівнянь, що описують тепловіддачу від горизонтально розміщеного обертового циліндра [2, 6].

Якщо теплообмін відбувається в умовах вільної конвекції ( Re ≤ √Gr Pr ), то значення критерію Нуссельта обчислюють за рівнянням

$$Nu = 0,456 (Gr Pr)^{0,25}.$$
 (16)

При значеннях  $Re \le 5 \cdot 10^4$  теплообмін проходить в умовах сумісного впливу вільної та вимушеної конвекцій:

$$Nu = 0.18 [(0, 5Re^{2} + Gr)Pr]^{0.315}.$$
 (17)

При значеннях  $Re > 5 \cdot 10^5$  теплообмін відбувається в умовах лише вимушеної конвекції:

Nu = 
$$\frac{\text{RePr}\sqrt{0,5f_D}}{5\text{Pr}+5\ln(3\text{Pr}+1)+\sqrt{0,5f_D-12}}$$
, (18)

де  $f_D$  — коефіцієнт, значення якого обчислю-ють у такий спосіб:

$$\operatorname{Re}/B = -1,828 + 1,77 \ln B$$
, якщо  $B \ge 950$ ,

$$\operatorname{Re}/B = -0,368 + 2,041$$
n *B*, якщо *B* < 950,

де  $B = \operatorname{Re}\sqrt{f_D}$ .

У залежностях (16)–(18) введено такі позначення:

$$\operatorname{Re} = \frac{2R_{\rm B}W_{\rm III(T)}}{v_{\rm H.c}}, \, \operatorname{Nu} = \frac{2\alpha_{\rm H.c}R_{\rm B}}{\lambda_{\rm H.c}},$$

$$Gr = \frac{8gR_{\rm B}^3}{v_{\rm H.c}^2}\beta_{\rm H.c}\Delta T, Pr_{\rm H.c} = 0, 7, \beta_{\rm H.c} = \frac{1}{T_{\rm H.c}},$$

де  $v_{\rm H,c}$  і  $\lambda_{\rm H,c}$  – кінематична в'язкість і коефіцієнт теплопровідності навколишнього середовища.

Фізичні властивості повітря беруть за температури  $T = (T_{\rm H,c} + T_{\rm B(M)})/2.$ 

Після проведення відповідних розрахунків за залежністю (15) обчислюють значення  $Q_{_{30BH}}$ .

У сучасних вальцях нагрівання (охолодження) валків забезпечують теплоносієм, який подають у периферійні канали, виконані рівномірно вздовж бочки валка [2, 3].

Витрату теплоносія  $G_{\text{тепл}}$  визначають з умови, що різниця його температур  $\Delta T_{\text{тепл}}$  на вході й на виході з каналів становить 2–5 °С:

$$G_{\rm тепл} = \frac{Q_{\rm 30BH}}{c_{\rm тепл} \,\Delta \, T_{\rm тепл}},$$

де  $c_{\text{тепл}}$  – масова теплоємність теплоносія.

Середню температуру теплоносія попередньо беруть: для води —  $T_{\text{тепл}} = T_{\text{ш(т)}} \pm 10 \,^{\circ}\text{C}$ , а для органічних і мінеральних теплоносіїв —  $T_{\text{тепл}} = T_{\text{ш(т)}} \pm 20 \,^{\circ}\text{C}$ .

Швидкість теплоносія в периферійних каналах обчислюють за формулою

$$w_{\text{тепл}} = \frac{G_{\text{тепл}}}{\rho_{\text{тепл}}S_{\text{тепл}}} = \frac{4G_{\text{тепл}}}{\rho_{\text{тепл}}n_{\text{тепл}}\pi d_{\text{тепл}}^2},$$

де  $S_{\text{тепл}}$  — сумарна площа поперечного перерізу периферійних каналів;  $d_{\text{тепл}}$  і  $n_{\text{тепл}}$  — діаметр і кількість периферійних каналів;  $\rho_{\text{тепл}}$  густина теплоносія як функція температури.

Коефіцієнт тепловіддачі від теплоносія до стінки каналу обчислюють за критеріальними рівняннями, що описують тепловіддачу під час вимушеного руху рідини в каналах [2, 6]:

• якщо 
$$\operatorname{Re}_{\text{тепл}} > 10^4$$
, то  $\operatorname{Nu}_{\text{тепл}} = 0,021 \operatorname{Re}_{\text{тепл}}^{0,8} \operatorname{Pr}_{\text{тепл}}^{0,43} \left(\frac{\operatorname{Pr}_{\text{тепл}}}{\operatorname{Pr}_{\text{cn}}}\right)^{0,25}$ ;

• 
$$\pi \kappa = 2000 \leq \operatorname{Re}_{\operatorname{Tenn}} \leq 10^4$$
, to  $\operatorname{Nu}_{\operatorname{Tenn}} = 0,008 \operatorname{Re}_{\operatorname{Tenn}}^{0,9} \operatorname{Pr}_{\operatorname{Tenn}}^{0,43} \left( \frac{\operatorname{Pr}_{\operatorname{Tenn}}}{\operatorname{Pr}_{\operatorname{cn}}} \right)^{0,25}$ ;  
•  $\pi \kappa = \operatorname{Re}_{\operatorname{Tenn}} \operatorname{Re}_{\operatorname{Tenn}} < 2000$ , to  $\operatorname{Nu}_{\operatorname{Tenn}} = 015 \operatorname{Re}_{\operatorname{Tenn}}^{0,33} \operatorname{Gr}_{\operatorname{Tenn}}^{0,1} \operatorname{Pr}_{\operatorname{Tenn}}^{0,43} \left( \frac{\operatorname{Pr}_{\operatorname{Tenn}}}{\operatorname{Pr}_{\operatorname{cn}}} \right)^{0,25}$ ,  
 $\pi = \operatorname{Gr} = \frac{gd_{\operatorname{Tenn}}^3}{2} \operatorname{Gr}_{\operatorname{Tenn}}^{0,1} \operatorname{Pr}_{\operatorname{Tenn}} \operatorname{Tenn} = -T$ 

 $de \quad Gr_{\text{tenn}} = \frac{g \alpha_{\text{tenn}}}{v_{\text{tenn}}^2} \beta_{\text{tenn}} \Delta T; \quad \Delta T = T_{\text{tenn}} - T_{\text{ct}}$ 

(нагрівання) або  $\Delta T = T_{ct} - T_{тепл}$  (охолодження);  $T_{ct}$  – температура стінки каналу:

$$T_{\rm ct} = T_{\rm b} \pm Q_{\rm 30BH} R_{\rm ct};$$

*R*<sub>ст</sub> – термічний опір стінки каналу [2, 6]:

$$R_{\rm ct} = \frac{\ln \left[\frac{D_{\rm tenn}}{n_{\rm tenn}} \operatorname{sh}\left(n_{\rm tenn}\frac{2R_{\rm b}-D_{\rm tenn}}{D_{\rm tenn}}\right)\right]}{2\pi L \lambda_{\rm b} n_{\rm tenn}}$$

де  $D_{\text{тепл}}$  — діаметр центрів периферійних каналів;  $\lambda_{\text{в}}$  — коефіцієнт теплопровідності матеріалу валка.

Коефіцієнт тепловіддачі від теплоносія до стінки каналу обчислюється за формулою

$$\alpha_{\rm тепл} = \frac{{\rm N}u_{\rm тепл}\,\lambda_{\rm тепл}}{d_{\rm тепл}}.$$

Тоді температура теплоносія становить

$$T_{\rm tenn} = T_{\rm b} \pm Q_{\rm 30BH} R_{\Sigma}$$

де  $R_{\Sigma} = R_{ct} + R_{tenn} = R_{ct} + 1/(\pi L \alpha_{tenn} d_{tenn} n_{tenn}).$ 

Тепловий розрахунок виконують для кожного валка. При цьому задану на початку розрахунку середню температуру теплоносія порівнюють з отриманою. Якщо задана і розрахована температури відрізняються більше, ніж на 5 %, то розрахунок температури теплоносія повторюють.

При проектуванні вальців доцільно виконати два варіанти параметричного й теплового розрахунку за максимальної швидкості обертання валків, мінімально можливої фрикції в проміжку, а також мінімально допустимої температури матеріалу на вході в проміжок. При цьому в першому випадку розрахунок ведуть при мінімальній товщині виробу (мають місце максимальні розпірні зусилля), а в другому — при максимальній (найбільшій потужності, яка підводиться до валків). Результати розрахунків є вихідними даними для розрахунку елементів вальців на міцність і жорсткість і для вибору електродвигуна рушія валків.

Схему алгоритму параметричного й теплового розрахунку вальців безперервної дії наведено на рис. 5.

Вихідними даними для розрахунку є: схема завантаження і знімання матеріалу з вальців відповідно до рис. 1; тип рушія валків (загальний, індивідуальний); тип валків (з периферійними каналами, з центральною порожниною); радіус бочки валка та його маса; мінімальна величина міжвалкового проміжку; відстань між обмежувальними стрілами; ширина безперервної стрічки матеріалу, що знімають із вальців; швидкість швидкохідного валка; коефіцієнт фрикції в міжвалковому проміжку; температури швидко- і тихохідного валків; початкова і максимально допустима температура матеріалу; тип теплоносія (вода, високотемпературний органічний теплоносій); реологічні й теплофізичні (густина, масова теплоємність, теплопровідність) властивості одержуваного матеріалу як функції температури; безрозмірні координати виходу матеріалу з міжвалкового проміжку і входу матеріалу в міжвалковий проміжок.

На підставі вихідних даних обчислюють швидкість тихохідного валка, визначають початкову координату ділянки деформування міжвалкового проміжку, розраховують температурні поля матеріалу в міжвалковому проміжку й поза ним.

Якщо локальна температура матеріалу більша за допустиме значення, то змінюють вихідні дані (при цьому зазвичай потрібно зменшити кутові швидкості валків, температури валків або міжвалковий проміжок, змінити коефіцієнт фрикції).

Потім розраховують розпірні зусилля, що діють на валки. Якщо розпірні зусилля більші за допустиме значення, то вихідні дані також необхідно змінити (при цьому зазвичай потрібно зменшити кутові швидкості валків, температури валків або міжвалковий проміжок, змінити коефіцієнт фрикції).

Аналогічно діям під час визначення розпірних зусиль розраховують і потужність рушія валків.

Після цього визначають потужність дисипації в міжвалковому проміжку і параметри системи термостабілізації валків (температуру й



Рис. 5. Схема алгоритму розрахунку вальців безперервної дії

витрату теплоносія в кожному з валків). Якщо один або кілька параметрів системи термостабілізації валків перевищують допустиме значення, то змінюють вихідні дані (при цьому зазвичай потрібно змінити кутові швидкості валків, міжвалковий проміжок, коефіцієнт фрикції, температури валків або тип теплоносія).

Після виведення результатів розрахунку здійснюють їх аналіз.

И.О. Микулёнок, Л.Г. Воронин, Ю.Е. Лукач, Л.И. Ружинская

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ПОЛИМЕР- И РЕЗИНО-ПЕРЕРАБАТЫВАЮЩИХ ВАЛЬЦОВ НЕПРЕРЫВ-НОГО ДЕЙСТВИЯ

Приведена методика параметрического и теплового расчета вальцов непрерывного действия для переработки материалов на основе высокомолекулярных соединений. Методика пригодна для анализа процесса непрерывного вальцевания степенной жидкости при условии произвольной фрикции в межвалковом зазоре, а также размещения вальцуемого материала как на переднем (тихоходном), так и на заднем (быстроходном) валке.

- 1. Мікульонок І.О., Радченко Л.Б. Полімерні композитні матеріали й вироби з них. Одержання, перероблення та властивості: Термінол. словник. К.: ІВЦ "Видавництво "Політехніка", 2005. 179 с.
- Лукач Ю.Е., Воронин Л.Г., Ружинская Л.И. и др. Автоматизированное проектирование валковых машин для переработки полимеров. – К.: Техніка, 1988. – 208 с.
- Лукач Ю. Е., Рябинин Д.Д., Метлов Б.Н. Валковые машины для переработки пластмасс и резиновых смесей. – М.: Машиностроение, 1967. – 296 с.
- 4. *Мікульонок І.О., Кулініч С.І., Кудренко О.О.* Валки валкових машин для перероблення полімерних матеріа-

Рекомендована Радою інженерно-фізичного факультету НТУУ "КПІ"

## Висновки

Зазначена методика, яка показала свою ефективність під час визначення багатьох типорозмірів промислових вальців безперервної дії, дає можливість на основі багатоваріантного розрахунку отримувати раціональні енергоефективні режими вальцювання матеріалів з використанням полімерів і каучуків.

I.O. Mikulionok, L.H. Voronin, I.Yu. Lukach, L.I. Ruzhynska

# CALCULATION TECHNIQUES OF PLASTIC AND RUBBER MILLS CONTINUOUS ACTION

In this paper, we describe the technique of parametrical and thermal calculation of the mills continuous action for processing materials based on high-molecular substances. The technique can be applied for the analysis of continuous milling of power-law liquid under the condition of any friction in the inter-roll gap, as well as for deposition of the processed material on the front (slow-speed) and back (high-speed) rolls.

лів і гумових сумішей. Огляд конструкцій // Хімічна промисловість України. – 2009. – № 3. – С. 25–29.

- Мікульонок І. О. Обладнання і процеси переробки термопластичних матеріалів з використанням вторинної сировини. — К.: ІВЦ "Видавництво "Політехніка", 2009. — 265 с.
- Микулёнок И.О., Лукач Ю.Е., Ружинская Л.И. Методика параметрического и теплового расчета полимерперерабатывающих каландров. – К.: КПИ, 1990. – 31 с. – Деп. в УкрНИИНТИ 21.02.90, № 283-Ук90.

Надійшла до редакції 22 березня 2010 року