УДК 519.832.3

В.В. Романюк

ЕЛЕМЕНТАРНА МОДЕЛЬ ПОШУКУ АКТИВНОГО ОБ'ЄКТА В УМОВАХ ЧАСТКОВОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ У ФОРМІ БАГАТОЕТАПНОЇ ДІАГОНАЛЬНОЇ 2×2-ГРИ

Вступ

Задачі пошуку активних об'єктів у межах визначеної та обмеженої області виникають у багатьох сферах: у випадку пошуку людей або дітей, які загубилися, в оперативній пошуковій роботі міліції, на державному кордоні, в інших схожих ситуаціях. Моделювання процесів пошуку активних об'єктів (порушників кордону, підозрюваних або злочинців, які уникатимуть визначення їх місцеперебування компетентними органами) є актуальною проблемою [1, 2], що завжди вимагатиме швидкого вирішення. Але вихідні умови для побудови відповідної моделі пошуку не завжди є чіткими.

Звісно, у напрямку комп'ютерного пошуку на сьогодні зроблено незрівнянно більше, ніж у питаннях побудови моделей пошукових процесів фізичних об'єктів. Але комп'ютерний пошук стосується лише інформації, яку через відповідні фільтраційні процеси може шукати один користувач. Коли ж мова йде про пошук фізичного й активного об'єкта, то необхідно враховувати його здатність до свідомого переховування [3] і маскування або, якщо шукають зниклу чи заблукалу дитину, до найбільш несприятливих вчинків. Проблемою в моделюванні заходів щодо пошуку активного об'єкта досі залишається формулювання принципу оптимального ведення пошуків із врахуванням нечітких даних [4] про попередньо оцінені імовірності місцеперебування об'єкта в певних ділянках області пошуку.

Постановка задачі

Нехай об'єкт рухається у визначеному напрямку, який є відомим. Будемо розглядати деяку прямокутного вигляду область A, в якій компетентними органами вестимуться пошуки активного об'єкта, причому область A розбита на цілу кількість прямокутних смуг (рубежів), уздовж яких рухається об'єкт, починаючи від першого рубежу. Існує пошуковий загін, який виконує пошукові заходи на рубежах. В елементарному випадку кожен рубіж розіб'ємо на два квадрати, на кожному з яких відомі попередньо оцінені імовірності перебування активного об'єкта. Оцінки цих імовірностей, взагалі кажучи, даються у формі сегментів ненульової міри. Мета наукового дослідження полягає в розробці моделі оптимального ведення пошукових заходів щодо активного об'єкта із врахуванням тих обставин, що він володіє аналогічною інформацією про область A та її імовірнісне розбиття з частковою невизначеністю [5, 6], а прагненням об'єкта є уникнення того, щоб виявили його місцеперебування. Для досягнення цієї мети необхідно скласти модель області пошуків A на кожному з її рубежів, де сформулювати принцип оптимального ведення пошуків в умовах часткової невизначеності для скінченного пошукового ресурсу.

Модель області пошуків

Нехай область A складається з M рубежів, кожен з яких розбитий на два квадрати. Таке макророзбиття є допустимим (та й доцільним) тоді, коли або довжина рубежів є незначною, або пошуковий ресурс є досить обмеженим [2], або ж важко попередньо оцінити вірогідність перебування активного об'єкта вздовж ділянок рубежу. Для i-го рубежу відомий сегмент імовірностей $[p_{i1}^{\langle 1 \rangle}; p_{i1}^{\langle 2 \rangle}]$ перебування об'єкта в першому квадраті цього рубежу, причому

$$\mu_{\mathbb{R}}([p_{i1}^{\langle 1 \rangle}; p_{i1}^{\langle 2 \rangle}]) \neq 0 \quad \forall\ i = \overline{1, M} \qquad (1)$$

та, взагалі кажучи, $p_{i1}^{\langle 1 \rangle} > 0$ і $p_{i1}^{\langle 2 \rangle} < 1$ $\forall\ i = \overline{1, M}$. Сегмент імовірностей $[p_{i2}^{\langle 1 \rangle}; p_{i2}^{\langle 2 \rangle}]$ перебування об'єкта в другому квадраті i-го рубежу визначається автоматично, оскільки, якщо об'єкт потрапляє на цей рубіж, то він обов'язково знаходитиметься в одному з двох квадратів.

Модель конфліктного явища

Оскільки об'єкт, входячи в область A через один із двох квадратів першого рубежу, знає про те, що сегмент імовірностей $[p_{11}^{\langle 1 \rangle}; p_{11}^{\langle 2 \rangle}]$ перебування на цьому рубежі відомий пошуковому загону, він намагатиметься діяти найбільш обережно, враховуючи найудаліші дії пошуковців. Звісно, у випадку, коли ставитиметься задача про пошук людини або дитини, яка загубилася, пошукова служба матиме на увазі найбільш невдалі дії цієї людини або дитини. Те саме буде і на наступних рубежах. Без сумніву, описуване конфліктне явище можна змоделювати у формі діагональної 2×2-гри про пошук об'єкта [7, 8], елементи матриці якої будуть змінюватись від рубежу до рубежу відповідно до зміни сегментів імовірностей перебування об'єкта в квадратах рубежу. У цій грі першою чистою стратегією першого гравця (пошукового загону) є рішення шукати в першому квадраті, а його другою чистою стратегією – рішення про пошук об'єкта в другому квадраті. Аналогічно для другого гравця (активного об'єкта): його перша чиста стратегія означає рішення про перебування в першому квадраті, а друга чиста стратегія – рішення про перебування в другому квадраті.

Матрицю діагональної 2×2-гри на i-му рубежі позначатимемо $\mathbf{V}_i = (v_{kj}^{\langle i \rangle})_{2 \times 2} \quad \forall\, i = \overline{1, M}$. Зрозуміло, що $v_{12}^{\langle i \rangle} = v_{21}^{\langle i \rangle} = 0$, а елемент $v_{11}^{\langle i \rangle} \in [p_{i1}^{\langle 1 \rangle}; p_{i1}^{\langle 2 \rangle}]$. Проте невідомо, яке саме значення з континууму точок сегмента $[p_{i1}^{\langle 1 \rangle}; p_{i1}^{\langle 2 \rangle}]$ брати як елемент $v_{11}^{\langle i \rangle}$, адже на цей сегмент не накладено ніяких імовірнісних мір. Для усунення цієї часткової невизначеності на i-му рубежі необхідно розв'язувати деяку континуальну антагоністичну гру на квадраті

$$[p_{i1}^{\langle 1 \rangle}; p_{i1}^{\langle 2 \rangle}] \times [p_{i1}^{\langle 1 \rangle}; p_{i1}^{\langle 2 \rangle}] \qquad (2)$$

як спрощену модель розподілу ресурсів в умовах часткової невизначеності [7, 9, 10].

Усунення часткових невизначеностей

Точне значення попередньо оціненої імовірності перебування активного об'єкта в кожному з квадратів рубежу є невідомим, адже воно може бути з'ясованим лише після багатократного запуску активного об'єкта через усі рубежі області без застосування пошукових заходів. Якщо припущене значення імовірності перебування активного об'єкта в першому квадраті дорівнює y, а справжнє значення цієї імовірності в цьому квадраті дорівнює x, то відношенням $\dfrac{x}{y}$ можна вимірювати дисбаланс оцінки імовірності перебування активного об'єкта в першому квадраті. Тому ядром континуальної антагоністичної гри як моделі усунення часткової невизначеності є функція

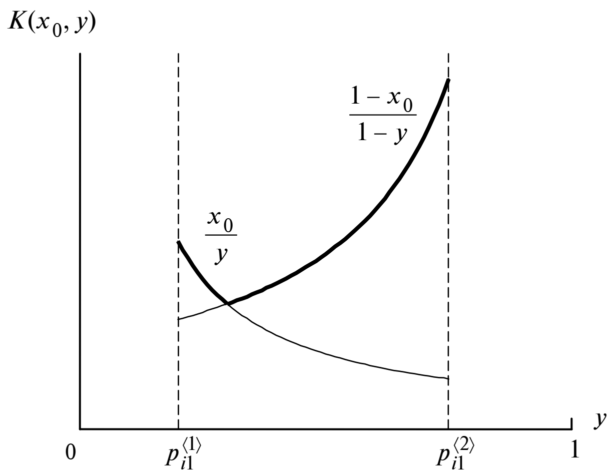
$$K(x,\, y) = \max\left\{\frac{x}{y},\, \frac{1-x}{1-y}\right\} \qquad (3)$$

на квадраті (2). У цій грі першого гравця уособлюють випадкові обставини, а другим гравцем, який прагне мінімізувати найбільший дисбаланс оцінки імовірності перебування активного об'єкта в першому квадраті, є особа, яка відповідає за розв'язок задачі про пошук.

Гра з ядром (3) на квадраті (2) є опуклою [7, 9]. Справді, зафіксувавши деяке значення $x = x_0$, отримаємо функцію

$$K(x_0,\, y) = \max\left\{\frac{x_0}{y},\, \frac{1-x_0}{1-y}\right\}. \qquad (4)$$

Графік цієї функції являє собою пару дуг гіпербол, як і показано на рисунку. При наближенні точки x_0 до точки $p_{i1}^{\langle 1 \rangle}$ або $p_{i1}^{\langle 2 \rangle}$ одна з цих дуг стягується в точку. Таким чином, функція (4) є опуклою функцією змінної y (і, навіть, строго опуклою), тому сама гра є строго опуклою.



Строго опукла функція (4) змінної y

Завдяки строгій опуклості гри з ядром (3) на квадраті (2) оптимальна стратегія другого гравця в ній є єдиною [7, 9, 11], тому максимум обчислюється за формулою

$$\max_{x \in [p_{i1}^{\langle 1 \rangle}; p_{i1}^{\langle 2 \rangle}]} K(x,\, y) =$$

$$= \max\left\{ \max_{x \in [p_{i1}^{\langle 1 \rangle}; p_{i1}^{\langle 2 \rangle}]} \left\{\frac{x}{y}\right\},\ \max_{x \in [p_{i1}^{\langle 1 \rangle}; p_{i1}^{\langle 2 \rangle}]} \left\{\frac{1-x}{1-y}\right\} \right\} =$$

$$= \max\left\{\frac{p_{i1}^{\langle 2\rangle}}{y},\ \frac{1-p_{i1}^{\langle 1\rangle}}{1-y}\right\}. \qquad (5)$$

Єдиною оптимальною стратегією другого гравця буде та його чиста стратегія, на якій досягається мінімум максимуму (5), узятий на сегменті $[p_{i1}^{\langle 1\rangle}; p_{i1}^{\langle 2\rangle}]$. Отже, маємо

$$\min_{y\in[p_{i1}^{\langle 1\rangle};\, p_{i1}^{\langle 2\rangle}]}\ \max_{x\in[p_{i1}^{\langle 1\rangle};\, p_{i1}^{\langle 2\rangle}]} K(x,\ y) =$$

$$= \min_{y\in[p_{i1}^{\langle 1\rangle};\, p_{i1}^{\langle 2\rangle}]}\left\{\max\left\{\frac{p_{i1}^{\langle 2\rangle}}{y},\ \frac{1-p_{i1}^{\langle 1\rangle}}{1-y}\right\}\right\}, \qquad (6)$$

звідки видно, що мінімум (6) досягається на стратегії y_{opt}, яка є коренем рівняння [7, 9]

$$\frac{p_{i1}^{\langle 2\rangle}}{y} = \frac{1-p_{i1}^{\langle 1\rangle}}{1-y} \qquad (7)$$

відносно змінної y. Коренем рівняння (7) є оптимальна чиста стратегія другого гравця [7, 9]

$$y_{\text{opt}}^{\langle i\rangle} = \frac{p_{i1}^{\langle 2\rangle}}{1+p_{i1}^{\langle 2\rangle}-p_{i1}^{\langle 1\rangle}}. \qquad (8)$$

Зазначимо, що для чистої стратегії (8) виконана необхідна умова $y_{\text{opt}}^{\langle i\rangle} \in [p_{i1}^{\langle 1\rangle}; p_{i1}^{\langle 2\rangle}]$, адже для лівого кінця $p_{i1}^{\langle 1\rangle}$ тут послідовно маємо

$$\frac{p_{i1}^{\langle 2\rangle}}{1+p_{i1}^{\langle 2\rangle}-p_{i1}^{\langle 1\rangle}} \geq p_{i1}^{\langle 1\rangle},$$

$$p_{i1}^{\langle 2\rangle} \geq p_{i1}^{\langle 1\rangle} + p_{i1}^{\langle 1\rangle}p_{i1}^{\langle 2\rangle} - (p_{i1}^{\langle 1\rangle})^2,$$

$$p_{i1}^{\langle 2\rangle}(1-p_{i1}^{\langle 1\rangle}) \geq p_{i1}^{\langle 1\rangle}(1-p_{i1}^{\langle 1\rangle}),$$

а для правого кінця $p_{i1}^{\langle 2\rangle}$ справедливі нерівності

$$\frac{p_{i1}^{\langle 2\rangle}}{1+p_{i1}^{\langle 2\rangle}-p_{i1}^{\langle 1\rangle}} \leq p_{i1}^{\langle 2\rangle},$$

$$1 \leq 1 + p_{i1}^{\langle 2\rangle} - p_{i1}^{\langle 1\rangle},$$

де використані умови $p_{i1}^{\langle 1\rangle} > 0$ і $p_{i1}^{\langle 2\rangle} < 1$ $\forall\ i=\overline{1,M}$ та (1), що дає $p_{i1}^{\langle 2\rangle} > p_{i1}^{\langle 1\rangle}$.

Принцип оптимального ведення пошуків

Таким чином, принцип оптимального ведення пошуків на першому рубежі полягає у використанні оптимальної стратегії

$$\mathbf{Q}_{\text{opt}}^{\langle 1\rangle} = [q_{\text{opt}}^{\langle 1\rangle}\quad 1-q_{\text{opt}}^{\langle 1\rangle}] \qquad (9)$$

другого гравця діагональної $\mathbf{V}_1 = (v_{kj}^{\langle 1\rangle})_{2\times 2}$-гри, в якій

$$v_{11}^{\langle 1\rangle} = \frac{p_{11}^{\langle 2\rangle}}{1+p_{11}^{\langle 2\rangle}-p_{11}^{\langle 1\rangle}} \qquad (10)$$

та

$$v_{22}^{\langle 1\rangle} = 1 - v_{11}^{\langle 1\rangle} =$$

$$= 1 - \frac{p_{11}^{\langle 2\rangle}}{1+p_{11}^{\langle 2\rangle}-p_{11}^{\langle 1\rangle}} = \frac{1-p_{11}^{\langle 1\rangle}}{1+p_{11}^{\langle 2\rangle}-p_{11}^{\langle 1\rangle}} \qquad (11)$$

згідно з оптимальною стратегією (8) в моделі усунення часткової $[p_{11}^{\langle 1\rangle}; p_{11}^{\langle 2\rangle}]$-невизначеності на рубежі $i=1$. Діагональні ігри розв'язуються просто [7, 8]:

$$q_{\text{opt}}^{\langle 1\rangle} = \frac{\dfrac{1}{v_{11}^{\langle 1\rangle}}}{\dfrac{1}{v_{11}^{\langle 1\rangle}}+\dfrac{1}{v_{22}^{\langle 1\rangle}}} = \frac{\dfrac{1}{v_{11}^{\langle 1\rangle}}}{\dfrac{v_{11}^{\langle 1\rangle}+v_{22}^{\langle 1\rangle}}{v_{11}^{\langle 1\rangle}v_{22}^{\langle 1\rangle}}} =$$

$$= \frac{v_{22}^{\langle 1\rangle}}{v_{11}^{\langle 1\rangle}+v_{22}^{\langle 1\rangle}} = v_{22}^{\langle 1\rangle} = \frac{1-p_{11}^{\langle 1\rangle}}{1+p_{11}^{\langle 2\rangle}-p_{11}^{\langle 1\rangle}}. \qquad (12)$$

З цього випливає, що відносна частка пошукового загону, що відповідає (12), повинна бути направлена в перший квадрат для пошуку активного об'єкта. Решта пошуковців буде направлена в другий квадрат.

Якщо активний об'єкт перейшов на другий рубіж, то і тут, зрозуміло, виникає $[p_{21}^{\langle 1\rangle}; p_{21}^{\langle 2\rangle}]$-невизначеність щодо імовірності його перебування в першому квадраті цього рубежу. Згідно з (8) на рубежі $i=2$ виникає, як здається, діагональна 2×2-гра з матрицею

$$\begin{bmatrix} y_{\text{opt}}^{\langle 2\rangle} & 0 \\ 0 & 1-y_{\text{opt}}^{\langle 2\rangle} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{p_{21}^{\langle 2\rangle}}{1+p_{21}^{\langle 2\rangle}-p_{21}^{\langle 1\rangle}} & 0 \\ 0 & \dfrac{1-p_{21}^{\langle 1\rangle}}{1+p_{21}^{\langle 2\rangle}-p_{21}^{\langle 1\rangle}} \end{bmatrix}. \qquad (13)$$

Але в елементах матриці (13) не враховується оптимальна поведінка активного об'єкта на попередньому, першому, рубежі у формі оптимальної стратегії (9) з імовірністю (12). Тому замість (13) на другому рубежі породжується діагональна $\mathbf{V}_2 = (v_{kj}^{\langle 2\rangle})_{2\times 2}$-гра, в якій

$$v_{11}^{\langle 2\rangle}=\frac{y_{\text{opt}}^{\langle 2\rangle}q_{\text{opt}}^{\langle 1\rangle}}{y_{\text{opt}}^{\langle 2\rangle}q_{\text{opt}}^{\langle 1\rangle}+(1-y_{\text{opt}}^{\langle 2\rangle})(1-q_{\text{opt}}^{\langle 1\rangle})}=$$

$$=\frac{\dfrac{p_{21}^{\langle 2\rangle}}{1+p_{21}^{\langle 2\rangle}-p_{21}^{\langle 1\rangle}}\dfrac{1-p_{11}^{\langle 1\rangle}}{1+p_{11}^{\langle 2\rangle}-p_{11}^{\langle 1\rangle}}}{\dfrac{p_{21}^{\langle 2\rangle}}{1+p_{21}^{\langle 2\rangle}-p_{21}^{\langle 1\rangle}}\dfrac{1-p_{11}^{\langle 1\rangle}}{1+p_{11}^{\langle 2\rangle}-p_{11}^{\langle 1\rangle}}+\dfrac{1-p_{21}^{\langle 1\rangle}}{1+p_{21}^{\langle 2\rangle}-p_{21}^{\langle 1\rangle}}\dfrac{p_{11}^{\langle 2\rangle}}{1+p_{11}^{\langle 2\rangle}-p_{11}^{\langle 1\rangle}}}=$$

$$=\frac{p_{21}^{\langle 2\rangle}(1-p_{11}^{\langle 1\rangle})}{p_{21}^{\langle 2\rangle}(1-p_{11}^{\langle 1\rangle})+(1-p_{21}^{\langle 1\rangle})p_{11}^{\langle 2\rangle}} \tag{14}$$

та

$$v_{22}^{\langle 2\rangle}=1-v_{11}^{\langle 2\rangle}=1-\frac{p_{21}^{\langle 2\rangle}(1-p_{11}^{\langle 1\rangle})}{p_{21}^{\langle 2\rangle}(1-p_{11}^{\langle 1\rangle})+(1-p_{21}^{\langle 1\rangle})p_{11}^{\langle 2\rangle}}=$$

$$=\frac{(1-p_{21}^{\langle 1\rangle})p_{11}^{\langle 2\rangle}}{p_{21}^{\langle 2\rangle}(1-p_{11}^{\langle 1\rangle})+(1-p_{21}^{\langle 1\rangle})p_{11}^{\langle 2\rangle}} \tag{15}$$

згідно з оптимальною стратегією (8) в моделі усунення часткової $[p_{21}^{\langle 1\rangle};p_{21}^{\langle 2\rangle}]$-невизначеності на другому рубежі із врахуванням оптимальної стратегії (9) з імовірністю (12). Принцип оптимального ведення пошуків на другому рубежі полягає у використанні оптимальної стратегії

$$\mathbf{Q}_{\text{opt}}^{\langle 2\rangle}=[q_{\text{opt}}^{\langle 2\rangle}\quad 1-q_{\text{opt}}^{\langle 2\rangle}] \tag{16}$$

другого гравця діагональної $\mathbf{V}_2=(v_{kj}^{\langle 2\rangle})_{2\times 2}$-гри, де імовірність

$$q_{\text{opt}}^{\langle 2\rangle}=\frac{\dfrac{1}{v_{11}^{\langle 2\rangle}}}{\dfrac{1}{v_{11}^{\langle 2\rangle}}+\dfrac{1}{v_{22}^{\langle 2\rangle}}}=v_{22}^{\langle 2\rangle}=$$

$$=\frac{(1-p_{21}^{\langle 1\rangle})p_{11}^{\langle 2\rangle}}{p_{21}^{\langle 2\rangle}(1-p_{11}^{\langle 1\rangle})+(1-p_{21}^{\langle 1\rangle})p_{11}^{\langle 2\rangle}}. \tag{17}$$

З цього випливає, що відносна частка пошукового загону, що відповідає (17) і діє на другому рубежі, повинна бути направлена в перший квадрат для пошуку активного об'єкта. Решта пошуковців буде направлена в другий квадрат другого рубежу.

Отже, на i-му рубежі породжується діагональна $\mathbf{V}_i=(v_{kj}^{\langle i\rangle})_{2\times 2}$-гра, в ненульових елементах

$$v_{11}^{\langle i\rangle}=\frac{y_{\text{opt}}^{\langle i\rangle}q_{\text{opt}}^{\langle i-1\rangle}}{y_{\text{opt}}^{\langle i\rangle}q_{\text{opt}}^{\langle i-1\rangle}+(1-y_{\text{opt}}^{\langle i\rangle})(1-q_{\text{opt}}^{\langle i-1\rangle})}=$$

$$=\frac{\dfrac{p_{i1}^{\langle 2\rangle}}{1+p_{i1}^{\langle 2\rangle}-p_{i1}^{\langle 1\rangle}}q_{\text{opt}}^{\langle i-1\rangle}}{\dfrac{p_{i1}^{\langle 2\rangle}}{1+p_{i1}^{\langle 2\rangle}-p_{i1}^{\langle 1\rangle}}q_{\text{opt}}^{\langle i-1\rangle}+\dfrac{1-p_{i1}^{\langle 1\rangle}}{1+p_{i1}^{\langle 2\rangle}-p_{i1}^{\langle 1\rangle}}(1-q_{\text{opt}}^{\langle i-1\rangle})}=$$

$$=\frac{p_{i1}^{\langle 2\rangle}q_{\text{opt}}^{\langle i-1\rangle}}{p_{i1}^{\langle 2\rangle}q_{\text{opt}}^{\langle i-1\rangle}+(1-p_{i1}^{\langle 1\rangle})(1-q_{\text{opt}}^{\langle i-1\rangle})} \tag{18}$$

та

$$v_{22}^{\langle i\rangle}=1-v_{11}^{\langle i\rangle}=1-\frac{p_{i1}^{\langle 2\rangle}q_{\text{opt}}^{\langle i-1\rangle}}{p_{i1}^{\langle 2\rangle}q_{\text{opt}}^{\langle i-1\rangle}+(1-p_{i1}^{\langle 1\rangle})(1-q_{\text{opt}}^{\langle i-1\rangle})}=$$

$$=\frac{(1-p_{i1}^{\langle 1\rangle})(1-q_{\text{opt}}^{\langle i-1\rangle})}{p_{i1}^{\langle 2\rangle}q_{\text{opt}}^{\langle i-1\rangle}+(1-p_{i1}^{\langle 1\rangle})(1-q_{\text{opt}}^{\langle i-1\rangle})} \tag{19}$$

якої враховано оптимальну стратегію

$$\mathbf{Q}_{\text{opt}}^{\langle i-1\rangle}=[q_{\text{opt}}^{\langle i-1\rangle}\quad 1-q_{\text{opt}}^{\langle i-1\rangle}] \tag{20}$$

другого гравця в попередній діагональній $\mathbf{V}_{i-1}=(v_{kj}^{\langle i-1\rangle})_{2\times 2}$-грі, де $i=\overline{2,M}$, разом із моделлю усунення часткової $[p_{i1}^{\langle 1\rangle};p_{i1}^{\langle 2\rangle}]$-невизначеності. Тоді очевидний розв'язок $\mathbf{V}_i=(v_{kj}^{\langle i\rangle})_{2\times 2}$-гри у формі оптимальної стратегії

$$\mathbf{Q}_{\text{opt}}^{\langle i\rangle}=[q_{\text{opt}}^{\langle i\rangle}\quad 1-q_{\text{opt}}^{\langle i\rangle}]=[v_{22}^{\langle i\rangle}\quad 1-v_{22}^{\langle i\rangle}]=$$

$$=\left[\frac{(1-p_{i1}^{\langle 1\rangle})(1-q_{\text{opt}}^{\langle i-1\rangle})}{p_{i1}^{\langle 2\rangle}q_{\text{opt}}^{\langle i-1\rangle}+(1-p_{i1}^{\langle 1\rangle})(1-q_{\text{opt}}^{\langle i-1\rangle})}\rightarrow\right.$$

$$\left.\rightarrow\ \frac{p_{i1}^{\langle 2\rangle}q_{\text{opt}}^{\langle i-1\rangle}}{p_{i1}^{\langle 2\rangle}q_{\text{opt}}^{\langle i-1\rangle}+(1-p_{i1}^{\langle 1\rangle})(1-q_{\text{opt}}^{\langle i-1\rangle})}\right] \tag{21}$$

другого гравця вказує, яку частку пошукового загону спрямовувати в перший і другий квадрати i-го рубежу, тобто відносна частка пошукового загону, що становить $v_{22}^{\langle i\rangle}$ за (19) і діє на i-му рубежі, де $i=\overline{2,M}$, повинна бути направлена в перший квадрат, а решта пошуковців буде направлена в другий квадрат цього рубежу. На початковому, першому, рубежі пошуковий загін розподіляється між двома квадратами згідно з (12).

Для прикладу візьмемо область A з чотирма рубежами, де для першого з двох квадратів відомі сегменти

$$[p_{11}^{\langle 1\rangle}; p_{11}^{\langle 2\rangle}] = [0,1;\ 0,15], \quad (22)$$

$$[p_{21}^{\langle 1\rangle};\ p_{21}^{\langle 2\rangle}] = [0,2;\ 0,25], \quad (23)$$

$$[p_{31}^{\langle 1\rangle}; p_{31}^{\langle 2\rangle}] = [0,2;\ 0,3], \quad (24)$$

$$[p_{41}^{\langle 1\rangle}; p_{41}^{\langle 2\rangle}] = [0,4; 0,6]\,. \quad (25)$$

На першому рубежі маємо

$$\mathbf{Q}_{\text{opt}}^{\langle 1\rangle} = \begin{bmatrix} \frac{6}{7} & \frac{1}{7} \end{bmatrix}, \quad (26)$$

тобто при семи пошукових одиницях (коли пошуковий загін складається із семи членів) у перший квадрат першого рубежу слід направити шість членів загону і тільки одного — в другий квадрат. На другому рубежі маємо

$$\mathbf{Q}_{\text{opt}}^{\langle 2\rangle} = \begin{bmatrix} \frac{8}{23} & \frac{15}{23} \end{bmatrix} \quad (27)$$

і при 23 пошукових одиницях вісім з них необхідно направити в перший квадрат, а решту — в другий. На третьому рубежі маємо

$$\mathbf{Q}_{\text{opt}}^{\langle 3\rangle} = \begin{bmatrix} \frac{5}{6} & \frac{1}{6} \end{bmatrix} \quad (28)$$

і при шести пошукових одиницях п'ять із них необхідно направити в перший квадрат і тільки одного — в другий. На останньому, четвертому, рубежі маємо

$$\mathbf{Q}_{\text{opt}}^{\langle 4\rangle} = \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & \frac{5}{6} \end{bmatrix}, \quad (29)$$

тому розподіл членів пошукового загону слід віддзеркалити: п'ятьох направляти вже в другий квадрат і тільки одного — в перший. Таким чином, пошук активного об'єкта в межах області A з елементарним розбиттям кожного рубежу на два квадрати з нечіткими даними (22)–(25) про оцінені імовірності перебування активного об'єкта на чотирьох рубежах цієї області слід здійснювати відповідно до оптимальних стратегій (26)–(29). При цьому необхідно мати в наявності таку кількість пошуковців, яка була б кратною знаменникам [12, 13] у (26)–(29).

Висновки

Запропонована елементарна модель пошуку активного об'єкта в умовах часткової невизначеності у формі багатоетапної діагональної 2×2-гри заснована на поділі пошукового ресурсу згідно з оптимальною стратегією другого гравця (9) з (12) та (21) для $i = \overline{2, M}$. Принцип оптимального ведення пошуків полягає у врахуванні найнесприятливіших умов переховування (чи блукання, коли шукають людину, яка загубилася на незнайомій території) активного об'єкта (яким, до речі, може бути не тільки доросла людина або дитина, яка загубилась і блукає, а й просто матеріальний об'єкт, де припущення про його активність є лише враховуванням найнесприятливіших обставин перебування цього об'єкта в області пошуків), причому для усунення часткової невизначеності $[p_{i1}^{\langle 1\rangle};\ p_{i1}^{\langle 2\rangle}] \subset [0;\ 1]$ на i-му рубежі розв'язується антагоністична гра з ядром (3) на квадраті (2) $\forall\ i = \overline{1, M}$. Перспектива подальшого дослідження полягає в побудові моделі пошуку активного об'єкта в умовах часткової невизначеності з більшим поділом на квадрати кожного рубежу області пошуків. Усунення часткової невизначеності на трьох і більше квадратах одного рубежу передбачається складнішим [10].

В.В. Романюк

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ МОДЕЛЬ ПОИСКА АКТИВНОГО ОБЪЕКТА В УСЛОВИЯХ ЧАСТИЧНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ В ФОРМЕ МНОГОЭТАПНОЙ ДИАГОНАЛЬНОЙ 2×2-ИГРЫ

Предложена модель области поисков активного объекта с элементарным разбиением ее на прямоугольники. Для условий частично неопределенных вероятностей пребывания объекта в области

V.V. Romanuke

AN ELEMENTARY MODEL OF THE ACTIVE OBJECT SEARCH WITHIN PARTIAL INDETERMINANCY IN THE FORM OF A MULTISTAGE DIAGONAL 2×2-GAME

There has been proposed a model of the region of searching the active object with elementarily breaking it into rectangles. In conditions of partial indetermined probabilities of the object sojourn within the поисков разработана модель оптимального ведения поисковых мероприятий. Основой этой модели является многоэтапная диагональная 2×2-игра, элементы матрицы которой определяются через оптимальное поведение игрока на предыдущем этапе с учетом минимизации максимального дисбаланса в оценивании вероятностных данных.

searching region there has been developed the model of optimally holding the search arrangements. This model basis is a multistage diagonal 2×2-game, whose matrix elements are determined through the player optimal behavior on the previous stage with counting the maximal disbalance minimization in evaluating probabilistic data.

1. *Солонніков В.Г., Катеринчук І.С.* Оптимізація розподілу сил та засобів для виконання завдань при проведенні прикордонних (спільних) операцій // Тр. академії. – К.: НАО, 2005. – Вип. 61. – С. 18–24.
2. *Катеринчук І.С., Широбоков С.М., Цибровський М.Ю.* Математична модель визначення імовірних маршрутів руху порушників державного кордону // Зб. наук. пр. – Хмельницький: Вид-во Національної академії Державної прикордонної служби України ім. Б. Хмельницького, 2005. – № 13, ч. І. – С. 48–53.
3. *Катеринчук І.С., Мисик А.Б., Цибровський М.Ю.* Рекомендації щодо вибору раціональних режимів функціонування системи протидії незаконній міграції на державному кордоні // Честь і закон. – Х.: АВВ МВСУ, 2007. – № 1. – С. 58–64.
4. *Юдин Д.Б.* Математические методы управления в условиях неполной информации. – М.: Сов. радио, 1974. – 400 с.
5. *Трухаев Р.И.* Модели принятия решений в условиях неопределенности. – М.: Наука, 1981. – 258 с.
6. *Черноруцкий И.Г.* Методы принятия решений. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 416 с.
7. *Воробьёв Н.Н.* Теория игр для экономистов-кибернетиков. – М.: Наука, Главная редакция физ.-мат. лит-ры, 1985. – 272 с.
8. *Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А.* Теория игр: Учеб. пособие для ун-тов. – М.: Высш. шк., Книжный дом "Университет", 1998. – 304 с.
9. *Романюк В.В.* Модель визначення оптимального рішення проектувальника у задачі про розрахунок повздовжньої стійкості двох елементів будівельної конструкції при дії на них нормованого стискаючого зусилля // Пробл. трибології. – 2010. – № 1. – С. 42–56.
10. *Романюк В.В.* Моделювання дії нормованого одиничного навантаження на три колони однакової висоти у будівельній конструкції і знаходження оптимальної площі кожної опори // Там же. – № 3. – С. 18–25.
11. *Оуэн Г.* Теория игр / Пер. с англ. – 2-е изд. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 216 с.
12. *Романюк В.В.* Моделювання реалізації оптимальних змішаних стратегій в антагоністичній грі з двома чистими стратегіями в кожного з гравців // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2007. – № 3. – С. 74–77.
13. *Романюк В.В.* Метод реалізації принципу оптимальності у матричних іграх без сідлової точки // Вісн. НТУ "ХПІ". Тем. вип.: Інформатика та моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ", 2008. – № 49. – С. 146–154.

Рекомендована Радою
факультету прикладної математики
НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
2 вересня 2010 року