

УДК 004.932

І.Л. Макеєнко, С.А. Смирнов,  
А.В. Сидоренко**СУБПІКСЕЛЬНЕ ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ ОБ'ЄКТІВ ЗА АЕРОКОСМІЧНИМИ ЗНІМКАМИ****Вступ**

Актуальними задачами в наш час є задачі локалізації на зображеннях центрально-симетричних об'єктів, які мають важливе прикладне значення. У статті запропоновано метод для розв'язання таких задач. Розроблений метод порівняно з іншими відомими і показано, що він працює швидше та дає більш точний результат.

Наприклад, за методом, описаним у статті [1], проводиться аналіз вектора-градієнта яскравості в точках зображення. Знаходяться пари точок, де вектори градієнта протилежно напрямлені та застосовуються як граничні. Метод не використовує внутрішніх точок та має похибку, більшу за розміри пікселя, але дає можливість знаходити об'єкти при наявності на зображенні кількох кіл. Класичним є метод, оснований на узагальненому перетворенні Хафа [2], що дає можливість знайти кілька кіл за їх границями, але час його роботи становить  $O(n^5)$  (де  $n$  – розмір зображення в пікселях). Він також не враховує внутрішності кола. В [3] описано метод визначення параметричних об'єктів, який можна застосовувати до знаходження кіл. В [4] запропоновано використання генетичного алгоритму для отримання кіл за їх границею. Недоліком знову є недостатня точність результату. У статті [5] пропонується знаходження і підрахунок кіл за їх границями. Запропоновано досить швидкий алгоритм при умові близьких значень радіусів кіл. Загалом, за всіма існуючими методами спочатку визначаються границі кіл. Для цього застосовуються різноманітні фільтри, оператори диференціювання різного порядку. Прикладами такого підходу є методи, запропоновані в [6]. Існують також різні модифікації для алгоритму Хафа, наприклад у праці [7] запропоновано шукати кола, використовуючи властивість серединних перпендикулярів хорд перетинатися в центрі, а у [8] – метод для оцінювання кривизни елементів кола для знаходження викривлень лінзи. Всі відомі підходи до отримання центра кола на зо-

браженні дають точність, не більшу за піксель (крім методу [9], швидкість роботи якого є незадовільною).

**Постановка задачі**

Метою даної статті є розробка методу для оцінювання параметрів кола (центра, радіуса) з точністю, вищою за розміри одного пікселя (субпіксельне оцінювання), тобто за цифровим зображенням, отриманим за допомогою космічної зйомки, потрібно відтворити справжні параметри об'єктів (просторова прив'язка). Крім того, важливо розробити метод оцінювання помилки та впливу шумів на точність розрахунків, що дають можливість вибрати розмір світлочутливого елемента матриці фотокамери (пікселя), при якому оцінювання відбувається максимально точно. Треба враховувати, що вибравши розмір пікселя малим, маємо проблеми зниження відношення сигнал/шум. Якщо ж вибрати піксель великим, то втрачається просторова деталізація. Відтак, при зніманні зіркового неба, якщо піксель – малих розмірів, спотворюється значення яскравості точкового об'єкта через вплив шумів, а при великому розмірі пікселя втрачаємо просторове розрізнення.

У результаті проектування симетричного об'єкта на зображенні існує яскрава область (коло або еліпс) з центрально-симетричним відносно центра області розподілом яскравості. Еліпс описується окремо, оскільки в подальшому увага буде зосереджена на колі. Коло або фігура, наближена до кола, частіше виникає в прикладних задачах, пов'язаних з обробкою зображень, отриманих за допомогою космічної зйомки. Метод для знаходження параметрів кола не є загальним (використовується симетрія), проте має більшу точність визначення параметрів та менший час роботи алгоритму.

**Математична постановка задачі****Математична модель вхідного зображення.**

Дано цифрове зображення круглого (еліптичного) об'єкта. Уточнення: внаслідок обертальної симетрії об'єкта, середовища поширення випромінювання, оптичної системи камери всі викривлення, що мають місце при формуванні зображення, не зміщують центр об'єкта. Але найбільше спотворення виникає внаслідок просторового квантування (дискретизації), коли яскравість пікселя пропорційна площі частини кола, що покриває цей піксель.

**Постановка задачі оцінювання параметрів об'єктів.** Розглянемо зображення, на якому є лише один об'єкт. Виникає задача пошуку таких параметрів об'єкта, що згенероване за ними зображення найближче до пред'явленого (відстань від згенерованого до пред'явленого зображення найменша). Нехай вхідне зображення має розміри  $m \times n$  пікселів. У множину  $U$  увійдуть зображення кіл, центр яких  $(x_c, y_c)$  лежить в області  $[0; m \cdot d] \times [0; n \cdot d]$ , де  $d$  – розмір пікселя, а їх радіуси такі, що забезпечується перетин кола з пікселями ненульової яскравості. Оскільки зображення дискретне, то  $U$  – скінченна множина.

Зображення

$$f : \Gamma \rightarrow B^{m \cdot n} \quad (1)$$

це функція, де  $\Gamma$  – поле зору (множина пікселів);  $B$  – скінченна множина значень яскравостей, яких набувають пікселі.

У праці [8] запропоновано визначати відстань між зображеннями, користуючись метрикою Хаусдорфа, але при наявності шумів вона не є задовільною. Тому використовується евклідова відстань між елементами множини  $U$

$$\rho(f_1, f_2) = \left( \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |f_1(i, j) - f_2(i, j)|^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2)$$

Отже, задача полягає в знаходженні таких параметрів об'єкта  $(a_1, \dots, a_n)$  (для кола – радіуса і центра), що зображення  $\tilde{f}(a_1, \dots, a_n)$ :

$\Gamma \rightarrow B^{m \cdot n}$  з множини  $U$ , згенероване за описаними правилами та цими параметрами, буде найближчим у розумінні відстані (2) до вхідного зображення  $f$ , тобто  $\tilde{f}(a_1, \dots, a_n) : \rho(f, \tilde{f}) \rightarrow \min$ .

### Субпіксельне оцінювання центра і радіуса об'єкта

При заданій постановці задачі можна дуже швидко провести оцінювання положення центра та значення радіуса для кола за його зображенням. Основою процедури є метод центра мас.

**Знаходження положення центра.** Метод центра мас адаптований таким чином: у ролі маси виступають значення яскравостей пікселів. У випадку кола центром мас є його центр. Саме такий метод задовольняє постановку задачі та дає змогу швидко (час пропорційний кількості пікселів) визначити положення цен-

тра кола. Отже, положення центра обчислюється за формулою

$$\begin{pmatrix} x_c \\ y_c \end{pmatrix} = \frac{\sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} b(i, j) \begin{pmatrix} id + \frac{1}{2} \\ jd + \frac{1}{2} \end{pmatrix}}{\sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} b(i, j)}, \quad (3)$$

де  $m \times n$  – розмір зображення в пікселях;  $b(i, j)$  – яскравість пікселя з індексами  $(i, j)$ ;  $d$  – розмір пікселя (піксель вважається квадратним). Цей метод підходить для визначення центра еліпса та є стійким до наведених вище викривлень.

**Оцінювання радіуса кола.** Пропонуються два методи для оцінювання радіуса кола. Перший базується на тому, що в чотирьох напрямках від знайденого центра кола (вгору, вниз, вправо та вліво) його границя проходить на однакових відстанях. Знаходиться такий радіус, який найкраще задовольняє цю умову. Але такий підхід нестійкий до шумів, що можуть змінити положення перепадів або додати ще кілька "хибних" перепадів. Розв'язувати цю проблему можна, розглядаючи більше ніж чотири напрямки, але тоді збільшується час на виконання алгоритму. Тому було розроблено інший, стійкий до шумів, алгоритм підрахунку радіуса. Оцінка проводиться за таким співвідношенням:

$$r = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} b(i, j) d^2}{\pi b_{\max}}}, \quad (4)$$

де  $r$  – радіус кола;  $b_{\max}$  – максимальне значення яскравості пікселя. Обчислення радіуса і центра кола ведуться одночасно, що прискорює процедуру.

Всі методи було реалізовано програмно та досліджено на прикладах.

### Визначення похибки оцінювання

Похибкою оцінювання  $\varepsilon$  є величина, яка дорівнює абсолютному значенню відхилення  $|e|$ :

$$\varepsilon = \sqrt{(x_c - \hat{x}_c)^2 + (y_c - \hat{y}_c)^2}, \quad (5)$$

де  $\hat{\mathbf{r}}_c = (\hat{x}_c, \hat{y}_c)$  – оцінка вектора центра кола;  $\mathbf{r}_c = (x_c, y_c)$  – дійсне положення центра кола.

Даний метод дає можливість отримати похибку  $\epsilon$ , меншу за  $d$ , тобто меншу за розміри пікселя (субпіксельне оцінювання).

**Механізми виникнення помилок при оцінюванні.** Основними причинами виникнення похибки є наявність шумів та дискретизація зображення. Основними факторами при оцінюванні похибки є розмір пікселя (просторове квантування) та глибина кольору (квантування сигналу за рівнем). При нескінченній точності передачі яскравості пікселя та нескінченно малому розмірі пікселя похибка, що задається формулою (5), прямує до нуля. Оцінити розмір помилки аналітично досить складно, тому було розроблено метод для чисельної оцінки описаної помилки.

**Формування статистичної вибірки.** Для оцінювання похибки потрібно згенерувати послідовність зображень із заданими значеннями радіуса і глибини кольору та з різними координатами центра, а також визначити описаним методом центр кола на згенерованому зображенні та обчислити похибку (5) явно. При такому підході доцільно генерувати вибірку із зображень з центром, що лежить тільки в 1/4 частині пікселя та надається генератором випадкових чисел (на похибку впливають також “хибні” перепади). Адже дзеркальні відображення відносно осей симетрії пікселя не змінюють похибку (тому при центрі кола в точках  $O_1-O_3$  похибка така ж, як і в точці  $O$ ). При зсуві на піксель вздовж осей зображення похибка також не змінюється (тому при центрі кола в точках  $O_4-O_8$  похибка така ж, як і в точці  $O$ ) (рис. 1). Отже, вказана вибірка є показовою.

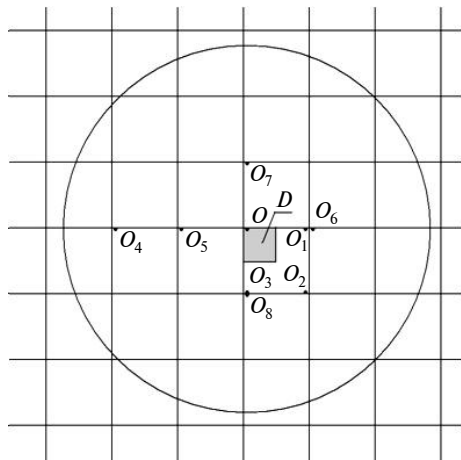


Рис. 1. Область для значень координат центра згенерованого кола при визначенні похибки оцінювання при фіксованих радіусі та глибині кольору;  $O$  – центр згенерованого кола;  $O_1-O_8$  – точки, для яких похибка оцінювання така ж, як і для точки  $O$ ;  $D$  – область, з якої беруться координати центра кола

**Визначення яскравості пікселів.** При генеруванні цифрового зображення яскравість пікселя  $(i, j)$  обчислюється за формулою

$$b(i, j) = b_{\max} \frac{S}{d^2}, \quad (6)$$

де  $b_{\max}$  визначається глибиною кольору на зображенні;  $S$  – площа пікселя, що покрита колом (рис. 2).

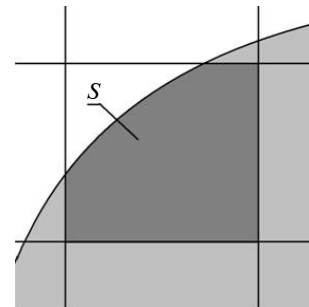


Рис. 2. Частина пікселя, покрита колом (пропорційна площі  $S$ ), визначає його яскравість

Площа  $S$  обчислюється за формулою

$$S = \iint_{\Gamma} I_{\{(x,y) \in A\}} dx dy, \quad (7)$$

де  $\Gamma = \{(x, y) \mid (x, y) \in (di, d(i+1)) \times (dj, d(j+1))\}$  – область, що задає внутрішність пікселя з індексами  $(i, j)$ ;  $d$  – розміри пікселя;  $A$  – область, що задає фігуру, зображення якої генерується; у випадку кола  $A = \{(x, y) \mid \sqrt{(x-x_c)^2 + (y-y_c)^2} \leq r\}$  де  $(x_c, y_c)$  – центр кола;  $r$  – радіус кола.

На рис. 3 наведено приклад згенерованого зображення для радіуса і глибини кольору, де число означає яскравість відповідного пікселя. Для цього зображення значення помилок, отримані за допомогою розробленого методу, такі: мінімальна – 0 розмірів пікселя, максимальна – 0,0042 розмірів пікселя, середня – 0,0022 розмірів пікселя.

Для статистичної оцінки похибки, що виникає при визначенні центра кола заданого радіуса, треба згенерувати близько 100 зображень з різними положеннями центра в області  $D$  (див. рис. 1). Для прискорення генерування зображень розроблений метод базується на врахуванні дискретності зображень та кількох нескладних міркуваннях.



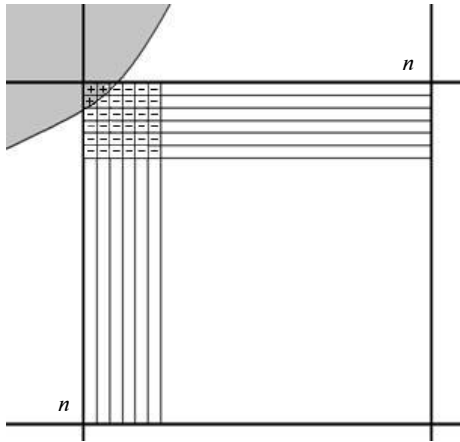


Рис. 5. Чисельний підрахунок площі частини кола, що накриває піксель; - - даний квадратик вважається не накритим, + - накритим

**Результати обчислень і порівняння із стохастичною похибкою**

На основі розроблених алгоритмів було написано “Програмне забезпечення”, яке протестовано на багатьох прикладах. Час роботи розробленого алгоритму  $O(n)$ . Результати моделювання наведено на рис. 6.

У праці [9] на основі стохастичної моделі формування зображення (без врахування ефектів квантування) отримано формулу для похибки оцінювання положення центра кола:

$$(\Delta \bar{x})^2 = \sum_i p_i^2 m_x^2 + \sum_i \frac{(x_i - \bar{x})^2 m_u^2}{\left(\sum_i u_i\right)^2}$$

$$(\Delta \bar{y})^2 = \sum_i p_i^2 m_y^2 + \sum_i \frac{(y_i - \bar{y})^2 m_u^2}{\left(\sum_i u_i\right)^2},$$

де  $m_x$  і  $m_y$  – розміри світлочутливого елемента матриці (пікселя) по осях  $x$  і  $y$ , відповідно;  $m_u$  – величина граничної освітленості;  $x_i$  і  $y_i$  – координати  $i$ -го елемента матриці;  $u_i$  – яскравість, зафіксована в  $i$ -му елементі матриці знімальної камери;  $p_i = \frac{u_i}{\sum_i u_i}$  – відносна освітленість  $i$ -го елемента;  $\frac{m_{ui}}{\sum_i m_{ui}}$  – відношення

шум/сигнал.

Для порівняння побудовано за наведеною формулою графік залежності похибки від радіуса в пікселях (відношення радіуса до розмірів пікселя) та графік похибки, розрахованої за розробленим у статті методом (див. рис. 6). Початкова точка вимірювання – 1 (розміри одного пікселя). З графіка видно, що “фактична” похибка набагато менша за теоретичну похибку, а отже, розроблений метод є більш точним.

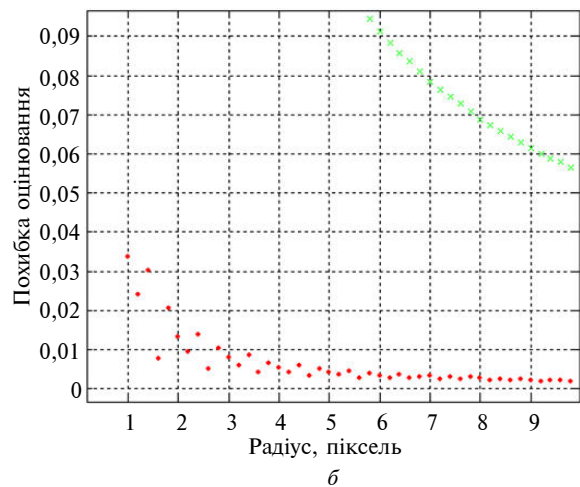
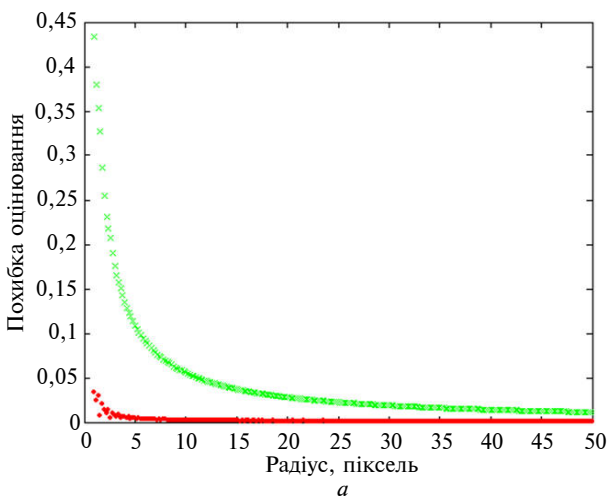


Рис. 6. Порівняльні графіки для обчислення похибок теоретичним і розробленим методами (а): × – лінія похибки оцінювання, що виникає при обчисленні параметрів об’єктів за методом, розробленим у даній статті; • – теоретична похибка; б – збільшений фрагмент з а

## Висновки

Розроблений метод визначення центра і радіуса симетричних об'єктів за зображеннями, отриманими космічною зйомкою, дав можливість вперше врахувати вплив просторового квантування при формуванні цифрового зображення. За цим методом отримано результати, які мають похибку оцінювання, меншу за розміри одного пікселя (субпіксельне оцінювання). Програмна реалізація і порівняння з відомими підходами показали, що даний метод є не лише точнішим, але теоретично та прак-

тично швидшим. Дослідження похибки оцінювання також засвідчили, що вона залежить від параметрів зйомки та об'єктів.

Задача визначення центра кола є актуальною і має своє продовження: необхідно буде повністю врахувати вплив шумів, для чого повинна проводитись характеристика та оцінювання оптичних викривлень (підрахунок оптичної передатної функції (ОПФ)) при формуванні зображення. Ці алгоритми допоможуть значно спростити та прискорити процес обробки цифрових зображень.

И.Л. Макеенко, С.А. Смирнов, А.В. Сидоренко

### СУБПИКСЕЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОБЪЕКТОВ ПО АЭРОКОСМИЧЕСКИМ СНИМКАМ

Исследован метод центра тяжести для нахождения характеристик симметричных объектов на цифровых изображениях. Оценки имеют ошибку, меньшую, чем размеры пикселя (субпиксельная точность). Показано, что метод является не только более точным, чем аналоги, но и более быстрым. Полученные результаты дают возможность оценить оптимальные размеры тест-объектов для калибровки космических сканеров, а также параметры дефокусировки для перспективных звездных камер.

I.L. Makeyenko, S.A. Smirnov, A.V. Sidorenko

### ESTIMATION OF SUBPIXEL OBJECT'S PARAMETERS USING THE DIGITAL SPACE IMAGES

In this paper, we study the method of center gravity for determining the characteristics of symmetric objects on digital images. Moreover, an estimate error is less than the size of one pixel (subpixel accuracy). We show that this method is not only more precise, but also more rapid than other methods. Specifically, the research results allow estimating an optimum size of the test objects for calibration of space scanners and parameters of defocusing for the star chambers of orientation sensors.

1. *Bräuer-Burchardt C.* Automatic Circle Detection for Radial Lens Distortion Correction in Single Images // From Proceeding Robotics and Applications. – 2003. – P. 309.
2. *Nakamura A., Aizawa K.* Digital Circles // CVGIP. – 1984. – 26, N 2. – P. 242–255.
3. *Kulpa Z., Doros M.* Freeman Digitization of Integer Circles Minimizes the Radial Error // CGIP. – 1981. – 17, N 2. – P. 181–184.
4. *Fabrice Mairesse, Tadeusz Sliwa, Stéphane Binczak, Yvon Voisin.* Subpixel determination of imperfect circles characteristics. – Pattern Recognition. – 2008. – 41. – P. 250–271.
5. *Сендов Б.Х.* Хаусдорфово расстояние и обработка изображений // УМН. – 2004. – 127 с.
6. *Скворцов В.А.* Примеры метрических пространств // Библиотека “Математическое просвещение”. – 2001. – Вып. 9.
7. *Гонсалес Р., Вудс Р.* Цифровая обработка изображений. – М.: ТЕХНОСФЕРА, 2005. – 1072 с.
8. *Назаров А.С.* Фотограмметрия. – Минск: ТетраСистемс, 2006. – 368 с.
9. *Аковецкий В.И.* Дешифрирование снимков. – М.: Недра, 1983. – 376 с.