

УДК 004.032+530.145

В.Я. Данилов, А.Ю. Зінченко, П.П.Марчук

РОЗРОБКА ІНФОРМАЦІЙНОЇ ТЕХНОЛОГІЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ДИНАМІЧНОГО ХАОСУ ТА ПСЕВДОФАЗОВОЇ РЕКОНСТРУКЦІЇ АТРАКТОРІВ ОДНОВИМІРНИХ РЕАЛІЗАЦІЙ

In this paper, we have offered the information technology of chaotic behavior identification of one-dimensional scalar realization of dynamic systems, scalar time series and the pseudophase reconstruction of their attractors. The applied methodology is based on 14 different modern methods. To optimize the computations, we have used the method of length estimation for partitioning phase trajectories. It led to modification of some methods that utilize correlation integrals. In addition, we have estimated the minimum distance between 2 points on the phase trajectory. By presenting the examples of stocks dynamics of a leading issuer according to the capital rating of the PFTS stock exchange, as well as of one-dimensional signal, obtained by calculating the dynamic system, we have conducted the research of chaotic dynamics, have discovered chaotic attractors and have also reconstructed their pseudophase space.

Вступ

Одним із провідних наукових напрямів, що інтенсивно розвивається в останній час, є дослідження складної динаміки і хаосу в нелінійних системах та ідентифікація параметрів і структур математичних моделей складних процесів і систем на основі точних і неповних вимірювань. Як правило, вони будуються із врахуванням найбільш важливих факторів, що впливають на поведінку системи. Задача моделювання реальних дисипативних систем, що проявляють хаотичну поведінку, гранично ускладнюється, якщо інформація про об'єкт дослідження обмежена одновимірною реалізацією однієї із координат стану системи або наявністю лише спостережуваних скалярних часових послідовностей на аттракторі. В цьому випадку для побудови математичних моделей в [1] було доведено теорему про вкладення, що забезпечує умови, при яких довільна множина точок фрактальної розмірності Мінковського (гладкий аттрактор) може бути реконструйована за спостереженнями, зробленими з допомогою узагальнених функцій категорії Бера (пізніше – інших класів). В праці [2] запропоновано алгоритм глобальної реконструкції з подальшими модифікаціями [3, 4], що реалізується в три етапи. На першому етапі виконуються візуалізація ряду, виділення тренду, виявлення перехідного режиму, процесу накопичення даних, сталого процесу хаотичних коливань, ідентифікація та аналіз хаотичної динаміки; на другому – визначаються розмірність простору вкладень, часова затримка та реконструюються замкнені траєкторії за скалярним часовим рядом $x_i = x(i\Delta t)$, $i = 1, \dots, N$; на третьому – здійснюються апріорне задання системи звичайних диференціальних рівнянь 1-го порядку заданої структури і визначення оператора еволюції, наприклад методом найменших квадратів (МНК).

Зрозуміло, що для повного опису всієї поведінки реальних процесів третій етап обмежується лише для вдало вибраних заданих класів породжувальних функцій нелінійної динаміки [1, 4, 5]. Тому, незважаючи на досягнення теорії нелінійного аналізу та суміжних з нею напрямів, задача побудови узагальненої математичної моделі лише за однією одновимірною реалізацією ще не розв'язана остаточно.

Запропоновані підходи та побудовані на їх основі сучасні математичні пакети не можуть повністю забезпечити розв'язання задачі дослідження вже на першому етапі, оскільки числові методи дослідження є досить складними, а початкові дані істотно залежать від виявлення перехідного режиму і аналізу хаотичної динаміки. Зазначимо також, що як у вітчизняній, так і у зарубіжній літературі практично відсутня методологія числової реконструкції моделі, оскільки праці, присвячені цій тематиці, переважно теоретичні. Так, наприклад, в числових методах, що використовують кореляційні інтеграли, немає вказівок на оптимальний вибір оцінки довжини розбиття фазових траєкторій, що, на думку авторів, є недоліком, адже заделегіть невдало вибрана довжина розбиття (занадто мала чи велика) може призвести до неможливості адекватно оцінити розмірність вкладення апроксимацією лінійною регресією, якщо вибірка занадто мала, і до трудомістких обчислень, якщо вибірка занадто велика. Зауважимо, що дана стаття є продовженням дослідження, розпочатого авторами в [6], і базується на наведеній там методології.

Постановка задачі

Мета дослідження – розробити інформаційну технологію виявлення хаотичної поведінки скалярних часових рядів і псевдофазової реконструкції їх атракторів; для оптимізації обчислень запропонувати власні методику оцінки довжини розбиття фазових траєкторій, модифікувавши при цьому ряд методів, що використовують кореляційні інтеграли, та методику оцінки мінімальної відстані між двома точками на фазовій траєкторії атрактора.

Для перевірки інформаційної технології необхідно дослідити хаотичну динаміку акцій провідного емітента за рейтингами цінних паперів фондової біржі ПФТС, а саме: обчислити кількісні та якісні характеристики динаміки скалярного часового ряду, виділити перехідні режими, знайти хаотичні атрактори та реконструювати їх у псевдофазовому просторі розмірністю 2.

Для динамічних систем при спостереженні одновимірного сигналу, отриманого числовим розв'язанням рівнянь вибраної автономної системи при заданих керуючих параметрах, необхідно дослідити виявлення режимів динаміки і порівняти їх зі знайденими іншим підходом, наприклад в [6].

Об'єктом дослідження є нелінійні динамічні системи з хаосом. Предметом дослідження є вдосконалення методів псевдофазової реконструкції атракторів на основі точних вимірю-

вань частини вектора фазових координат і створення програмного комплексу дослідження нелінійної динаміки.

Методи дослідження експериментальних даних

Основною задачею нелінійної динаміки є дослідження хаотичної динаміки і побудова химерних атракторів [1, 2]. Важливою в теорії дисипативних систем є задача реконструкції атрактора за спостереженнями однієї чи кількох фазових координат автономної системи диференціальних рівнянь або реконструкція атрактора за спостереженнями у вигляді часових рядів [1–4].

У даній статті описано відомі алгоритми виявлення, побудови та реконструкції атракторів та вперше запропоновано методику оцінки довжини розбиття фазових траєкторій, що використовуються при обчисленні кореляційних інтегралів, і оцінки мінімальної відстані між двома точками на фазовій траєкторії атрактора. Даний підхід реалізований у вигляді програмного комплексу, що дає змогу, використовуючи синтаксичний аналізатор, повністю досліджувати введenu користувачем відкриту систему чи завантажений скалярний часовий ряд і виводити результати на екран чи у файл.

Архітектура інформаційної технології (діаграми прецедентів і класів об'єктно-орієнтованого програмування зображені на рис. 1 і 2 від-



Рис. 1. Діаграма прецедентів у нотатції UML

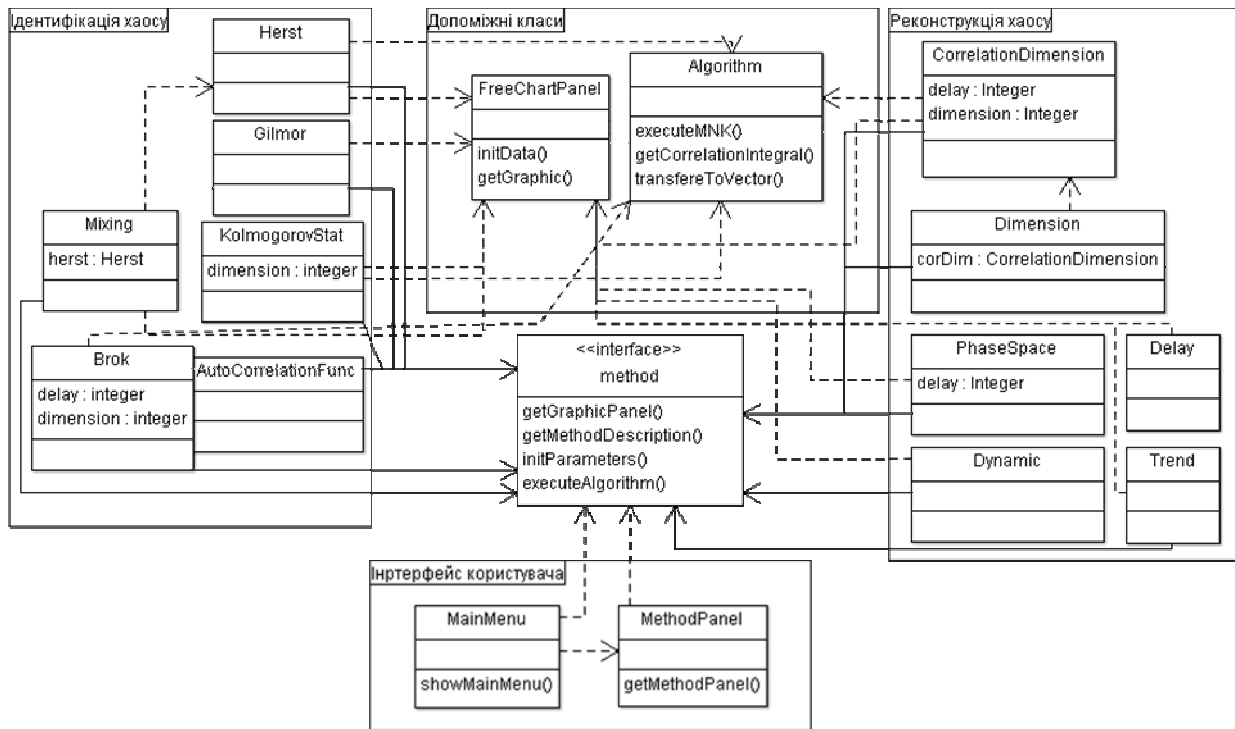


Рис. 2. Діаграма класів у нотатції UML

повідно) реалізована на мові програмування Java і складається із програмної оболонки (реалізує MDI-інтерфейс користувача та взаємодію програмних компонентів), шаблону системи (визначення параметрів доступних числових методів та одновимірних реалізацій), пакета числових методів і графічного інтерпретатора (візуалізація результатів дослідження). Детальніше архітектура інформаційної технології (UML-діаграми розроблені за допомогою Enterprise Architect 7.5) разом із методологією дослідження описані авторами в праці [6].

Реконструкція атрактора системи базується на отриманих (у другому прикладі – числовим розв’язанням динамічної системи ітеративними методами) одновимірних реалізаціях

$$x_i = [x(i\Delta t), i = 1, \dots, N], \quad (1)$$

де x – значення реалізації в момент часу $i\Delta t$; Δt – інтервал дискретизації; N – довжина реалізації. Псевдофазова реконструкція атракторів в просторі точок із затримками

$$x_i^{(m)} = [x(i\Delta t), x(i\Delta t + \tau), \dots, x(i\Delta t + (m-1)\tau)] \in \mathbb{R}^m, \quad (2)$$

де m – розмірність простору вкладення, τ – часова затримка (в дискретах часу), $i\Delta t$ – дискрет-

ний час ($i\Delta t = ((m-1)\tau + 1)/N$), зберігає важливі топологічні властивості і динаміку оригінального атрактора і здійснювалася знаходженням часової затримки методом взаємної інформації [5, 7] та розмірності простору вкладення методом кореляційної розмірності [8, 7].

Нехай $(a, b) \in \mathcal{R}^1$ – мінімальний інтервал, який містить всі значення одновимірної реалізації (1). Розіб’ємо цей інтервал на L рівних частин (кількість інтервалів розбиття зазвичай вибирається за відомою формулою Старка $L = (\lceil \log_2 N \rceil + 1)$). Позначимо подію “значення $x(i\Delta t)$ належить i -му інтервалу” A_i , а подію “значення $x(i\Delta t + \tau)$ належить j -му інтервалу” – B_j . Тоді функція взаємної інформації визначається співвідношенням

$$I(\tau) = -\sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L P(A_i B_j) \cdot \log_2 \frac{P(A_i B_j)}{P(A_i)P(B_j)},$$

де $P(\bullet)$ – імовірність відповідної події. Функція взаємної інформації є більш точною мірою незалежності, ніж автокореляційна. Оптимальна затримка вибирається відповідно до першого мінімуму функції $I(\tau)$.

Метод кореляційної розмірності для знаходження розмірності простору вкладення m базується на обчисленні кореляційної розмірності D_2 скалярної часової послідовності:

$$D_2 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} [\ln C_m(\varepsilon) / \ln \varepsilon], \quad (3)$$

де ε – довжина грані m -вимірного куба, тобто довжина розбиття фазової траєкторії, а $C_m(\varepsilon)$ – кореляційний інтеграл, для обчислення якого використовують алгоритм Грассберга–Прокаччіа [8, 7]:

$$C_m(\varepsilon) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \theta(\varepsilon - \|x_i - x_j\|),$$

де $\theta(\cdot)$ – ступенева функція Хевісайда,

$$\theta(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 1, & x \geq 0. \end{cases}$$

Кореляційний інтеграл $C_m(\varepsilon)$ – це усереднена імовірність того, що стани системи у два різні моменти часу здаються близькими. Він характеризує відносне число пар точок, які належать аттрактору, віддалених на відстань меншу ε . Тангенс кута нахилу кривої $\ln C_m(\varepsilon) / \ln \varepsilon$ при $\varepsilon \rightarrow 0$ чисельно дорівнює кореляційній розмірності аттрактора D_2 в m -вимірному фазовому просторі, яка знизу оцінює фрактальну розмірність. Всі виявлені до цього часу аттрактори мають дробову розмірність Хаусдорфа D [7], а отже, і її нижню границю – кореляційну розмірність $D_2 < D$.

Нехай маємо скалярну часову послідовність (1) і обчислену часову затримку τ . Тоді, зафіксувавши конкретне ціле m і застосувавши ідею псевдофазової реконструкції (2), можна отримати набір точок $x_i^{(m)}$. Для вибраного m , послідовно розглядаючи $m = 1, 2, 3, \dots$, і отриманої вибірки $x_i^{(m)}$ лінійною регресією за МНК, використовуючи формулу (3), обчислюють кореляційну розмірність $D_2(m)$. Починаючи з деякої розмірності m , кореляційна розмірність D_2 досягає насиченості і перестає змінюватися. Числове значення цього рівня дає оцінку кореляційній розмірності аттрактора D_2 , а значення m , при якому досягається насиченість, є оцінкою мінімальної розмірності вкладення, тобто найменшою цілою розмірністю простору, що містить весь аттрактор [8].

Застосовуючи розроблену інформаційну технологію до одновимірних реалізацій, отриманих при інтегруванні рівнянь генератора Ван-дер-Поля, системи Реслера, Лоренца [7] та інших, автори переконалися в тому, що залежність від $\|x_i - x_j\|_{i,j=1,\dots,N}$ кожної довжини грані m -вимірного куба $\varepsilon_{1,\dots,l}$, $l \in (\Delta t, \dots, N\Delta t)$ окремо демонструє збіжність до деяких “оптимальних” значень $\varepsilon_{1,\dots,l}^0$ при збільшенні $\varepsilon_{1,\dots,l}$, які за алгоритмом Грассберга–Прокаччіа прямують до нуля. При цьому отримуємо оптимальні значення кореляційних інтегралів $C_m^0(\varepsilon_{1,\dots,l})$. Адже якщо $\varepsilon_{1,\dots,l}$ вибирають занадто малими порівняно з $\|x_i - x_j\|_{i,j=1,\dots,N}$, то це призведе до занадто малої кількості $C_m(\varepsilon_{1,\dots,l})$ у вибірці ($C_m(\varepsilon_{1,\dots,l}) = 0$ при малих $\varepsilon_{1,\dots,l}$), а отже, до неможливості оцінювання лінійною регресією (МНК) розмірності вкладення m та кореляційної розмірності $D_2(m)$. Якщо ж $\varepsilon_{1,\dots,l}$ вибрані занадто великими відносно $\|x_i - x_j\|_{i,j=1,\dots,N}$, то всі відстані між двома довільними точками на фазовій траєкторії задовольняють умову функції Хевісайда і приводять до занадто великої послідовності $C_m(\varepsilon_{1,\dots,l})$, що, у свою чергу, призводить до неточності при знаходженні розмірності m .

Введемо величину відносної похибки

$$\delta_{1,\dots,l}^{[x_i - x_j]_{i,j=1,\dots,N}} = \|\varepsilon_{1,\dots,l} - \varepsilon_{1,\dots,l}^0\| / \|\varepsilon_{1,\dots,l}^0\|,$$

$$l \in (\Delta t, \dots, N\Delta t)$$

вибору довжини грані $\varepsilon_{1,\dots,l}$, що зумовлює коректний підбір $[x_i - x_j]_{i,j=1,\dots,N}$, а значить, правильне визначення кореляційної розмірності $D_2(m)$ та розмірності простору вкладення m . Задавши величину допустимої похибки $\delta_{1,\dots,l}^{\max}$ за допомогою обвідної $\varepsilon_{1,\dots,l}([x_i - x_j]_{i,j=1,\dots,N})$, можна визначити мінімальну відстань між двома точками на фазовій траєкторії аттрактора $[x_i - x_j]_{i,j=1,\dots,N}^{\min}$ як таку, що для будь-якої відстані $[x_i - x_j]_{i,j=1,\dots,N} > [x_i - x_j]_{i,j=1,\dots,N}^{\min}$ значення $\delta_{1,\dots,l}^{[x_i - x_j]_{i,j=1,\dots,N}}$ буде менше $\delta_{1,\dots,l}^{\max}$. Оцінка $[x_i - x_j]_{i,j=1,\dots,N}^{\min}$ дає можливість вказати мінімаль-

ну відстань між двома точками на фазовій траєкторії атрактора, необхідну для визначення оптимальних довжин грані m -вимірного куба $\varepsilon_{1,\dots,l}^0$ із задалегідь заданою точністю.

На практиці оптимальні оцінки розбиття фазової траєкторії $\varepsilon_{1,\dots,l}^0$ були одержані за таким алгоритмом. На першому кроці величини $[x_i - x_j]_{i,j=1,\dots,N}$ впорядковуються за зростанням і відкидаються однакові елементи. Отриману послідовність позначимо $P_{s=1,\dots,N^2-h}$, де h – кількість відкинутих елементів, $N^2 - h \geq l$. Тоді $\varepsilon_1^0 = P_1$, оскільки при виборі меншого ε_1^0

$$C_m(\varepsilon_1) = 0 \Rightarrow \ln C_m(\varepsilon_1) = -\infty,$$

що унеможливорює подальші розрахунки. Мінімальними значеннями $\varepsilon_{2,\dots,l}^0$, при яких змінюються відповідні кореляційні інтеграли $C_m(\varepsilon)$, є значення $P_{s=2,\dots,N^2-h}$, $N^2 - h \geq l$. Якщо для деякого $\varepsilon_{1,\dots,l}^0$ відповідний кореляційний інтеграл $C_m(\varepsilon)$ міститься в околі 1 або якщо для деякого g , $g \in 1,\dots,l$, виконується умова

$$\begin{aligned} & \varepsilon_{1,\dots,g}^0 \geq \\ & \geq [(\max[x_i - x_j]_{i,j=1,\dots,N} - \min[x_i - x_j]_{i,j=1,\dots,N})/2], \end{aligned}$$

то доцільно завершити вибір $\varepsilon_{1,\dots,l}^0$.

Якщо вважати, що (1) – довільний часовий ряд спостережень деякого показника, то важливими кількісними та якісними характеристиками хаотичної динаміки у фазовому просторі довільної розмірності, які ідентифікують динамічний хаос за різними критеріями на першому етапі глобальної реконструкції [2], є алгоритми обчислення [6–14]: старшого показника Ляпунова (СПЛ) Λ_1 ; ентропії Колмогорова K ; показника Херста H ; автокореляційної функції; фрактальної розмірності Мінковського; показника Херста та кореляційної розмірності перемішаних випадковим способом даних; проведення тестів Гілмора і залишків Брока; а також виділення тренду та візуалізація динаміки одновимірних реалізацій. Докладніше із цими методами можна ознайомитися в [7]. Коротко опишемо їхні основні властивості для систем з дискретним часом.

Показник Ляпунова характеризує ступінь експоненціального розходження траєкторій і визначається таким співвідношенням [12]:

$$\lambda_1 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln \frac{d(n)}{d(0)},$$

де $d(0)$ – початкова відстань між двома точками, $d(n)$ – відстань між цими точками через n кроків.

Для числової оцінки СПЛ використовувався алгоритм Вольфа [7, 12, 14], основна ідея якого полягає у відслідковуванні еволюції двох точок атрактора системи – опорної та збуреної. Якщо $\Lambda_1 < 0$, то рух локально стійкий і регулярний (точніше періодичний чи квазіперіодичний), а якщо $\Lambda_1 > 0$, то рух локально нестійкий (хаотичний).

Ентропія Колмогорова K характеризує середню швидкість втрати інформації про систему в часі і є мірою хаосу: $K = 0$ – для регулярного руху, $K \rightarrow \infty$ – для випадкових систем, $0 < K < \infty$ – для систем із детермінованим хаосом. Таким чином, химерний атрактор визначається як атрактор з додатною ентропією [7].

Показник Херста H визначається оцінюванням значень параметрів рівняння $\ln(R/S) = H \cdot \ln(\tau) + b$ лінійною регресією за МНК, де R – “розмах” часового ряду $x_i = x(t)$ на проміжку часу τ :

$$\begin{aligned} R &= \max \int_0^\tau (x(t') - \bar{x}(t)) dt' - \\ & - \min \int_0^\tau (x(t') - \bar{x}(t)) dt', t' \in x_i, \end{aligned}$$

S – стандартне відхилення ряду на тому ж інтервалі:

$$S = \left[\frac{1}{\tau} \int_0^\tau (x(t') - \bar{x}(t))^2 dt' \right]^{1/2}.$$

Середнє значення $\bar{x}(t)$ за період часу τ визначається як $\bar{x}(t) = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau x(t) dt$. Кутовим коефіцієнтом лінійної регресії основного рівняння H і є показник Херста. Якщо його значення для динамічного хаосу $0,5 < H < 1,0$, то маємо персистентний, або трендостійкий, ряд; якщо

ряд зростає (спадає) у попередній період, то імовірно, що він буде зберігати цю тенденцію певний час у майбутньому. Зазначимо, що $H = 0,5$ вказує на випадковий ряд, а $0 < H < 0,5$ – на антиперсистентний. При цьому фрактальна розмірність Мінковського визначається як $D_m = 2 - H$.

Внаслідок випадкового перемішування даних одновимірних реалізацій розподіл їх частот залишається незмінним тому, що спостереження залишаються такими ж. Обчислений показник Херста та оцінка кореляційної розмірності цих перемішаних даних не зміняться, якщо ряд дійсно був незалежним (не містить жодної нелінійної структури та породжується випадковим процесом). Якщо мав місце ефект довготривалої пам'яті, то порядок даних дуже важливий. Оцінка показника Херста при цьому змінюється і наближається до 0,5 навіть якщо розподіл частот спостережень не змінився. А оцінка кореляційної розмірності тасованого ряду є значно більшою, ніж оцінка розмірності вихідного ряду.

Тест залишків Брока ґрунтується на одній із властивостей часових рядів із нелінійною структурою – інваріантності до лінійних перетворень. Якщо здійснити лінійне перетворення хаотичних даних, то і вихідний, і трансформований ряди мають одну і ту саму кореляційну розмірність і однакові показники Ляпунова. Якщо обчислені оцінки кореляційної розмірності і показників Ляпунова для перетвореного ряду істотно відрізняються, то гіпотеза про наявність детермінованого хаосу відхиляється. В дослідженні було вибрано таке лінійне перетворення $x_i = \bar{x}$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \bar{x} = \bar{y},$$

де \bar{y} – трансформований ряд.

Автокореляційна функція (або просто автокореляція) – це кореляція функції із самою собою, але зміщеною на певну величину незалежної змінної. Автокореляція використовується для знаходження закономірностей в часових рядах даних, таких як періодичність. Для ергодичних сигналів ймовірність може бути записана через границю середнього часу. Зважаючи на це, автокореляція ергодичних дискретних сигналів визначається як

$$R_{xx}(j) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x_i \bar{x}_{i-j}.$$

Важливими є такі дві властивості автокореляційної функції.

1. Якщо автокореляційна функція періодична (квазіперіодична), то досліджуваний сигнал, періодичний або квазіперіодичний.

2. Якщо $R_{xx}(j) \rightarrow 0$ при $j \rightarrow \infty$, то це є доказом хаотичної поведінки (відсутність кореляції між минулим та майбутнім, тобто система “забуває” минуле).

Тест Гілмора [7, 11, 14] полягає в тому, що він виявляє нестійкі періодичні орбіти, вміщені в аттракторі. Вихідним об'єктом для тесту є скалярний часовий ряд $x_i = x(i\Delta t)$, $i = 1, \dots, N$. Якщо якийсь спостереження x_i виявиться біля періодичної орбіти, то наступні спостереження будуть просуватися вздовж цієї орбіти впродовж деякого часу, поки не відійдуть від неї. Якщо спостереження просуваються вздовж орбіти значний час, то вони повернуться в окіл точки x_i через деякий інтервал часу T , де період часу T вказує на довжину орбіти. Це означає, що відстань $\|x_i - x_{i+T}\|$ буде малою. Тоді x_{i+1} буде біля x_{i+1+T} , x_{i+2} буде біля x_{i+2+T} і так далі. Таким чином, має сенс шукати серії послідовних даних, для яких $\|x_i - x_{i+T}\|$ буде малим.

Для того щоб наочно зобразити вказані області “тісного повернення”, у множині даних будується графік. Обчислюють всі різниці $\|x_i - x_{i+T}\|$. Якщо така різниця менша, ніж ε , то це позначається чорною точкою на графіку, якщо ж більша – білим кольором. По горизонтальній осі відкладається номер спостереження i , де $i = 1, 2, \dots, N$, а вертикальна вісь позначає часову затримку t , де $t = 1, 2, \dots, N - i$. На наявність у даних тісного повернення вказують горизонтальні, діагональні або вертикальні відрізки прямих. Крім того, якщо множина даних була стохастичною, виникає область рівномірно розподілених чорних точок.

Для обчислення відповідного значення ε для одновимірної реалізації авторами запропоновано такий підхід. Спочатку обчислюється максимальна відстань між двома спостереженнями в реалізації. Початкове значення ε вибирається рівне 0,01 цієї різниці, і будується графік “тісного повернення”. Потім, якщо на графіку менше 15 % чорних пікселів, то вибра-

не ε потрібно збільшувати на 20 % так, щоб воно перевищувало середньоквадратичне відхилення одновимірної реалізації, оскільки на графіку недостатньо чорних точок для ідентифікації зображення. Якщо ж на графіку більше 75 % чорних пікселів, то ε потрібно зменшувати на 20 % так, щоб воно в результаті перевищувало середньоквадратичне відхилення одновимірної реалізації, оскільки зображення приховане і затінене чорними областями.

Слід зазначити, що тест Гілмора також вказує на лабільність областей перемешування, “вікна періодичності”, частотний спектр циклів та варіації типів джокерів [7]. Наявність пе-

ремежовування та суцільних ліній характерна для точкових джокерів, а шумових циклів і “порожніх острівців” – для інтервальних.

Приклад 1. Було досліджено динаміку провідного емітента за рейтингами цінних паперів фондової біржі ПФТС – компанії ВАТ “Укрнафта”, що є найбільшою нафтодобувною компанією України (видобуває понад 86 % нафти, 28 % газового конденсату та 16 % газу від загального видобутку вуглеводнів в Україні). Динаміка акцій фондовою біржею оцінювалася щоденно (близько 10 базових коливань) впродовж 6 років (усього 21564 спостереження). На рис. 3–7 наведено результати дослідження.

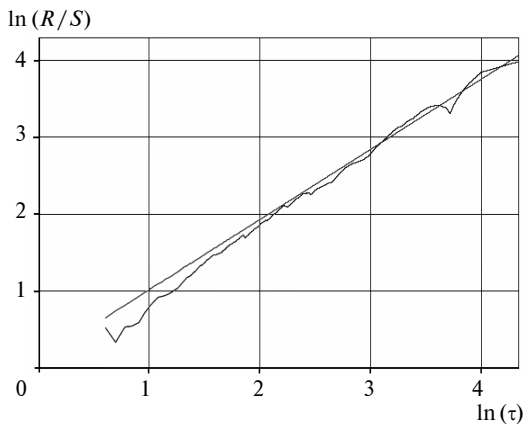


Рис. 3. Лінійна регресія оцінки показника Херста

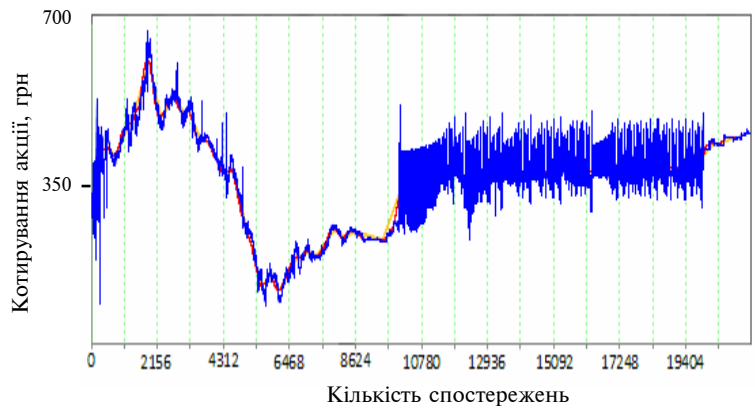


Рис. 4. Динаміка акцій ВАК “Укрнафта”

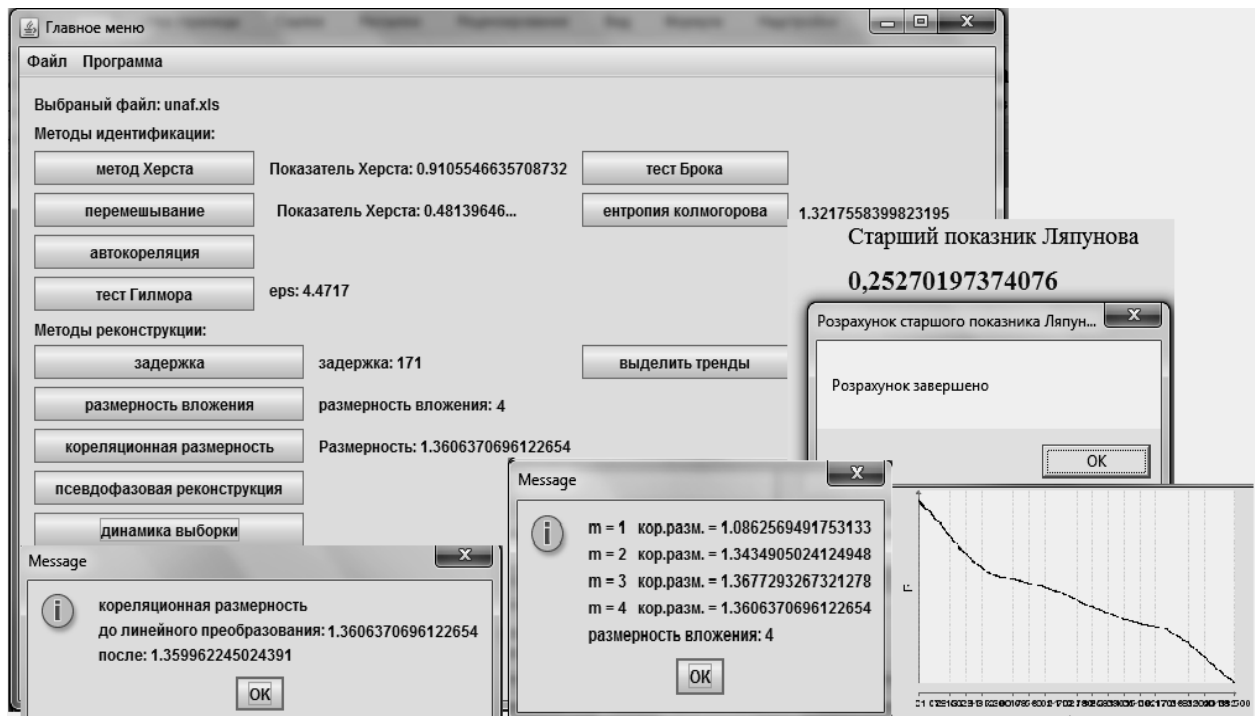


Рис. 5. Результати роботи програмного комплексу (зліва направо: тест Брока, розмірність вкладення, автокореляція)

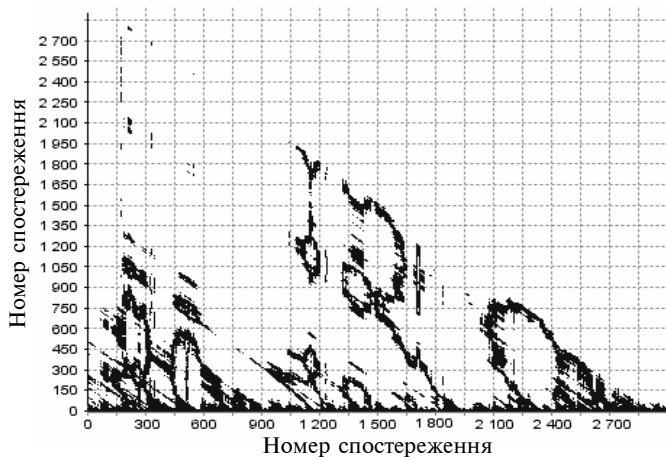
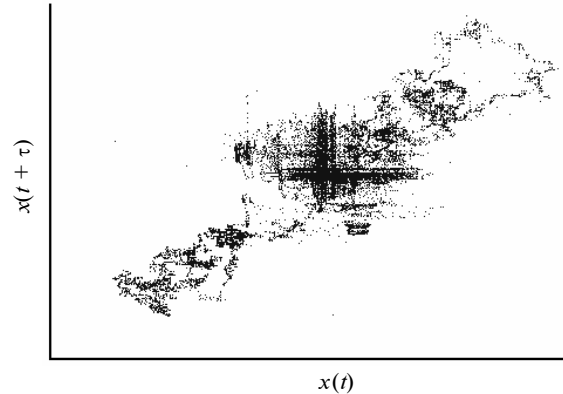


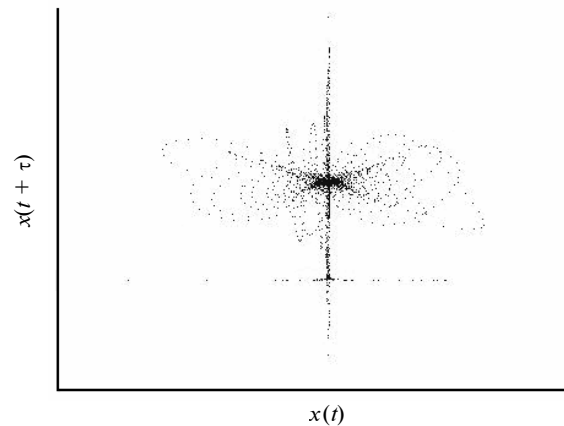
Рис. 6. Тест Гілмора: інтервальний джокер

На рис. 5 зображено основне вікно розробленого авторами програмного комплексу, з якого слідує: показник Херста становить 0,9105; розмірність Мінковського – 1,09; автокореляція збіжна до 0 (графік знизу справа); показник Херста після випадкового перемішування становить 0,4813; тест Брока до і після лінійного перетворення – $D_2 = 1,3606$ і $D_2 = 1,35996$ відповідно. Це вказує на наявність у скалярному часовому ряді динамічного хаосу. Крім того, тест Гілмора вказує на наявність інтервального джокера, а СПЛ – на наявність дивного атратора. З динаміки сигналу, який зображено на рис. 4, видно перехідний режим і режим усталеного процесу хаотичних коливань. На рис. 7 зображено псевдофазову реконструкцію скалярного часового ряду розмірністю 2, яка підтверджує наявність хаотичного атратора в динаміці акцій 2–3 роки назад, вкладеного в простір розмірністю 4 із затримкою 1,71 с.

Приклад 2. У працях [6, 14] досліджено економічну модель (4) на наявність хаотичних і регулярних режимів. Авторами встановлено, що при керуючих параметрах $k_1 = k_2 = 0,2$; $k_3 = 0,5$; $k_4 = 5$; $k_5 = 1$; $k_6 = 0,3$; $k_7 = 1,5$; $k_8 = 1$; $p_1 = 1$; $p_2 = 0,01$; $p_3 = 1$; $p_4 = 0,1$ в системі існує дивний атратор типу “гвинта”. На рис. 8 наведено результати дослідження хаотичної динаміки одновимірного сигналу цієї системи, отриманого числовим розв’язанням системи з використанням алгоритму Дорманда–Принса [6] зі змінним кроком інтегрування, що належить до сімейства числових методів Рунге–Кутти.

Рис. 7. Псевдофазова реконструкція сигналу (затримка $\tau = 1,71$ с). Значення $x(t)$ відповідає часовому ряду, що описує динаміку акцій для прикладу 1

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = k_1 y - k_2 x, \\ \frac{dy}{dt} = -k_3 y + k_4 x + k_5 z + p_1 x z + p_2 x^2 z, \\ \frac{dz}{dt} = k_6 z + k_7 z - k_8 y - p_3 x^2 + p_4 x z. \end{cases} \quad (4)$$

Рис. 8. Псевдофазова реконструкція сигналу (атратора системи) із часовою затримкою $\tau = 3,05$ с. Значення $x(t)$ відповідає першій координаті системи (4)

З таблиці видно, що сигнал є квазіперіодичним (на що вказує автокореляція) і антиперсистентним (наявні реверси “ріст–спад”). Показники Херста для початкових і перемішаних даних, кореляційна розмірність і розмірність Мінковського, а також візуалізація сигналу вказують на хаотичну динаміку. Крім того, ентропія Колмогорова та тест Брока також вказують на детермінований хаотичний процес, тест Гілмора – на точковий джокер, а додатний старший показник Ляпунова – на дивний ат-

Таблиця. Кількісні та якісні характеристики хаотичної динаміки сигналу

Характеристика	Результат	Характеристика	Результат
Показник Херста	0,31	Тест Брока	1,4347 і 1,4128
Тест Гілмора і ϵ	Точковий джокер, $\epsilon = 302$	СПЛ	0,24
Кореляційна розмірність	1,4347	Розмірність вкладення	3
Показник Херста після перемішування	0,53	Ентропія Колмогорова	0,12528
Автокореляція	Квазіперіодична	Часова затримка	3,05 с
Візуалізація сигналу	2 перехідні і 2 хаотичні періоди	Розмірність Мінковського	1,69

рактор. Таким чином, ідентифікований хаос є детермінованим, тобто породженим певною системою, про що і свідчить псевдофазова реконструкція сигналу (атрактора динамічної системи при знайдених керуючих параметрах).

Висновки

Розроблений новий алгоритм оцінювання довжини розбиття фазових траєкторій вихідного сигналу і запропонована методика оцінки мінімальної відстані між двома точками на фазовій траєкторії атрактора дали можливість оптимізувати обчислення кореляційних інтегралів у методах кореляційної розмірності, розмірності вкладень, ентропії Колмогорова і тесту Брока за критерієм $\delta_{1,\dots,l}^{[x_i-x_j]_{i,j=1,\dots,N}}$.

Запропонований авторами метод обчислення відповідного значення ϵ застосовано для одновимірної реалізації в тесті Гілмора, який виявився більш ефективним, ніж стандартний, для відображення і побудови графіка “тісного повернення” при занадто малій (10^{-10}) чи занадто великій (10^{-3}) максимальній відстані між двома спостереженнями.

Авторами вдосконалено існуючі методи виявлення хаосу, дослідження перемежовування, реконструкції атракторів для динамічних систем. Методи дослідження фрактальних структур часових рядів еволюційних процесів, що містять 14 різних методик, об’єднано в єдину відкриту інформаційну технологію для дослідження динамічних систем різної природи.

Можливості розробленої інформаційної технології підтверджені побудовою атракторів різних динамічних систем [6], а в даній статті – псевдофазовою реконструкцією атрактора та ідентифікацією типів джокерів і динамічного (детермінованого) хаосу як для системи (4) при спостереженнях за першою координатою, так і для скалярного часового ряду реальних даних емітента фондової біржі ПФТС.

У ході подальших досліджень планується розробити підхід для глобальної реконструкції математичних моделей за одновимірними реалізаціями, що породжуються узагальненими функціями певного класу, наприклад дискретними однопараметричними групами симетрій.

1. Takens F. Detecting strange attractors in turbulence // Dynamical systems and turbulence: Lecture Notes in Mathematics / Ed. by D.A. Rand and L.-S. Young. – Berlin: Springer-Verlag, 1981. – N 898. – P. 366–381.
2. Crutchfield J.P., McNamee B.S. Equations of motion from a data series // Complex Systems. – 1987. – N 1. – P. 417–452.
3. Павлов А.Н., Янсон Н.Б., Капитаниак Т., Анищенко В.С. Реконструкція динамічних систем по сигналам малої дальності // Письма в ЖТФ. – 1999. – 25, вып. 11. – С. 7–13.
4. Voss H., Kurths J. Reconstruction of nonlinear time delay models from data by the use of optimal transformations // Phys. Lett. A. – 1997. – N 234. – P. 336–344.
5. Rosenstein M.T., Collins J.J., De Luca C.J. Reconstruction expansion as a geometrybased framework for choosing proper delay time // Physica D. – 1994. – N 73. – P. 82–98.
6. Данилов В.Я., Зінченко А.Ю. До реалізації інструментарію дослідження хаотичної та регулярної поведінки динамічних систем і реконструкції оператора еволюції динамічних систем // Наукові праці ЧДУ ім. Петра Могили. Сер. Комп’ютерні технології. – 2010. – 130, вип. 143. – С. 30–38.
7. Данилов В.Я., Зінченко А.Ю. Синергетичні методи аналізу: Метод. вказівки і завдання до виконання самостійних робіт. – К.: ІПСА НТУУ “КПІ”, 2011. – 222 с. [свідчення про надання грифу НМУ № Е 10/11 –

- 225 від 24.02.2011 р.]. – <http://libraty.kpi.ua:handle/123456789/891>
8. *Grassber P., Procaccia I.* Measuring the strangeness of strange attractors // *Physica D.* – 1983. – N 9. – P. 189–208.
 9. *Данилов В.Я., Зінченко А.Ю., Яремчук О.Я.* Виявлення хаосу та прогнозування динаміки в нелінійних економічних системах // *Інформаційна та комп'ютерна інженерія.* – 2009. – № 3. – С. 30–37.
 10. *Данилов В.Я., Зінченко А.Ю., Яремчук О.Я.* Ідентифікація хаосу та прогнозування динаміки нейронною мережею в економічних нелінійних системах // *Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах.* – 2009. – № 1 – С. 122–128.
 11. *Gilmore G.C.* A New Test for Chaos // *J. of Economic Behavior and Organization.* – 1993. – N 22. – P. 209–237.
 12. *Wolf A., Swift J., Swinney H., Vastano J.* Determining Lyapunov exponents from time series // *Physica D.* – 1985. – N 16. – P. 285–301.
 13. *Holger Kantz and Thomas Schreiber.* *Nonlinear time series analysis.* – 2nd ed. – Cambridge: Cambridge University Press. – 369 p.
 14. *Данилов В.Я., Зінченко А.Ю.* Синергетичні методи аналізу: Навч посібник. – К.: ВПІ НТУУ “КПІ”, 2011. – 339 с.
 15. *Dormand J.R., Prince P.J.* A family of embedded Runge–Kutta formulae // *J. Comput. Appl. Math.* – 1980. – 6. – P. 19–26.

Рекомендована Радою
Навчально-наукового комплексу
“Інститут прикладного системного
аналізу” НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
17 січня 2011 року