

# ПРИЛАДОБУДУВАННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНА ТЕХНІКА

УДК 535.317

В.Г. Колобродов, Є.А. Сірий

## МОНОХРОМАТИЧНІ АБЕРАЦІЇ КІНОФОРМНОГО ЕЛЕМЕНТА

Based on the aberration model of thin lens, we obtain the monochromatic aberrations of the paraxial kinoform element with a high efficiency in the first diffraction order. We consider the dependence of field aberrations from the aperture position. Moreover, we determine the conditions, under which the kinoform element is free from some aberrations. We also study the conditions of the variation range of each field aberration minimum in the spectral range of 8-12 microns for the element with specific design parameters.

### Вступ

Використання дифракційних оптичних елементів при проектуванні оптичних систем (ОС) набуває все більшого розповсюдження [1–3]. Особлива увага приділяється кіноформним елементам (КЕ), які створюють фазову модуляцію за рахунок рельєфу поверхні [2]. В свою чергу фазова модуляція, на відміну від амплітудної, не зменшує кількість світлової енергії.

На сьогодні проектування КЕ для інфрачервоних систем, що працюють в спектральному діапазоні 8–12 мкм, є актуальним завданням. Наявність КЕ в ОС значно покращує економічні та масогабаритні параметри системи. В праці [2] наведено розрахунок КЕ, який виготовляється з германію, а також виконано розрахунок конструктивних параметрів і дифракційної ефективності. Отримані результати дали підтвердження доцільності використання КЕ в інфрачервоних ОС, що працюють в діапазоні 8–12 мкм. У той же час необхідно провести детальний абераційний аналіз, що дасть змогу дослідити КЕ для його поєднання з іншими оптичними елементами.

### Постановка задачі

Метою дослідження є розрахунок монохроматичних аберацій германієвого КЕ, який буде використовуватися в ОС тепловізора, що працює в спектральному діапазоні 8–12 мкм.

### Суми Зейделя КЕ

Необхідно вивести універсальні вирази сум Зейделя для дифракційного елемента, зокрема КЕ, який розрахований за принципом Гюйгенса–Френеля. При цьому необхідно врахувати, що це тонкий елемент з високою дифракційною ефективністю в першому дифракційному порядку.

Зони КЕ (рис. 1) розраховуються за принципом Гюйгенса–Френеля [4] для заданої довжини хвилі  $\lambda_0$ . Радіус  $m$ -ої зони визначається за таким рівнянням:

$$r_m = \sqrt{2m\lambda_0 f + (m\lambda_0)^2}, \quad (1)$$

де  $f$  – фокусна відстань елемента.

Для параксильної області  $r \ll (f/m)$ , тоді рівняння (1) має вигляд

$$r_m = \sqrt{2m\lambda_0 f}. \quad (2)$$

Отже, дифракційна лінза, зони якої описуються виразом (2), є параксильною дифракційною лінзою, яка і буде розглядатися в даній статті.

Рельєф кожної зони визначається відповідно до принципу Ферма таким чином, щоб в межах зони оптична довжина шляху була сталою.

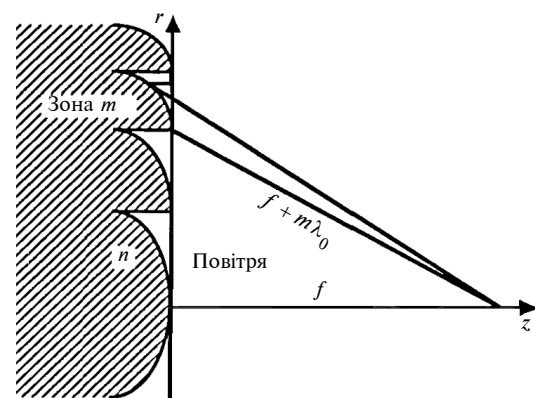


Рис. 1. Кіноформний елемент

Щоб розглянути аберації КЕ скористаємося абераційною моделлю тонкої лінзи. Суми Зейделя для тонкої лінзи згідно з [5] мають такий вигляд:

сферична аберация

$$S_I = \frac{y^4 \Phi^3}{4} \left[ \left( \frac{n}{n-1} \right)^2 + \frac{n+2}{n(n-1)^2} B^2 + \frac{4(n-1)}{n(n-1)^2} BT + \frac{3n+2}{n} T^2 \right] + 8Gy^2(\Delta n), \quad (3)$$

кома

$$S_{II} = \frac{-y^2 \Phi^2 H}{2} \left[ \frac{n+1}{n(n-1)} B + \frac{2n+1}{n} T \right], \quad (4)$$

астигматизм

$$S_{III} = H^2 \Phi, \quad (5)$$

поверхня Петцваля

$$S_{IV} = \frac{H^2 \Phi}{n}, \quad (6)$$

дисторсія

$$S_V = 0. \quad (7)$$

У рівняннях (3)–(7)  $n$  – показник заломлення лінзи;  $y$  – висота променя в площині лінзи;  $\Phi = (c_1 - c_2)(n - 1)$  – оптична сила лінзи ( $c_1$  і  $c_2$  – прогини поверхонь лінзи);  $H = -u'y$  – інваріант Лагранжа;  $G$  – коефіцієнт асферичності поверхні четвертого порядку;  $\Delta n$  – зміна показника заломлення при проходженні через асферичну поверхню;  $B = (c_1 + c_2)/(c_1 - c_2)$  – параметр викривлення;  $T = (u + u')/(u - u')$  – параметр спряженості ( $u, u'$  – кути бокового параксіального променя).

В [3] показано, що оптична сила дифракційного елемента, зокрема КЕ, описується виразом

$$\Phi(\lambda) = \frac{\lambda}{\lambda_0} \frac{1}{f}, \quad (8)$$

де  $\lambda$  – поточна довжина хвилі.

Для параксіального КЕ, зони якого розраховані згідно з (2), асферичний коефіцієнт дорівнює нулю:  $G = 0$ . Будемо вважати, що об'єкт розміщений у нескінченності ( $T = -1$ ), а КЕ є тонкою, плоскою структурою ( $B = 0$ ).

Вважають, що КЕ є тонкою лінзою з великим показником заломлення, що математично можна записати як  $n \rightarrow \infty$  [3]. Тоді рівняння (3)–(7) матимуть такий вигляд:

$$S_I = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{y \Phi^3}{4} \left[ \left( \frac{n}{n-1} \right)^2 + \frac{3n+2}{n} \right] \right) = y^4 \Phi^3, \quad (9)$$

$$S_{II} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{-y^2 \Phi^2 H}{2} \left[ -\frac{2n+1}{n} \right] \right) = y^2 \Phi^2 H, \quad (10)$$

$$S_{III} = \lim_{n \rightarrow \infty} (H^2 \Phi) = H^2 \Phi, \quad (11)$$

$$S_{IV} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{H^2 \Phi}{n} \right) = 0, \quad (12)$$

$$S_V = \lim_{n \rightarrow \infty} (0) = 0. \quad (13)$$

Вирази (9)–(13) визначають значення сум Зейделя КЕ в першому дифракційному порядку при розміщенні апертурної діафрагми (АД) безпосередньо перед елементом. Зазначимо, що в такому випадку плоский КЕ вільний від дисторсії та кривизни поля.

Очевидно, що значення абераций будь-якого елемента залежить від положення АД. Тому аберацийний аналіз для випадку, коли АД зміщена відносно КЕ на величину  $t$ , є доречним. Суми Зейделя (позначені зірочкою) в такому випадку згідно з [5] описуються виразами

$$S_I^* = S_I, \quad (14)$$

$$S_{II}^* = S_{II} + \frac{y'}{y} S_I, \quad (15)$$

$$S_{III}^* = S_{III} + 2 \frac{y'}{y} S_{II} + \left( \frac{y'}{y} \right)^2 S_I, \quad (16)$$

$$S_{IV}^* = S_{IV}, \quad (17)$$

$$S_V^* = S_V + \frac{y'}{y} (3S_{III} + S_{IV}) + 3 \left( \frac{y'}{y} \right)^2 S_{II} + \left( \frac{y'}{y} \right)^3 S_I, \quad (18)$$

де  $y' = tu'$ .

Розглянемо більш детально вирази (14)–(18).

$$S_I^* = \frac{y^4}{f^3} \left( \frac{\lambda}{\lambda_0} \right)^3, \quad (19)$$

$$S_{II}^* = \frac{y^3 u'}{f^3} \left( t \left( \frac{\lambda}{\lambda_0} \right)^3 - f \left( \frac{\lambda}{\lambda_0} \right)^2 \right), \quad (20)$$

$$S_{III}^* = \frac{y^2 u'^2}{f^3} \left( f^2 \left( \frac{\lambda}{\lambda_0} \right) - 2tf \left( \frac{\lambda}{\lambda_0} \right)^2 + t^2 \left( \frac{\lambda}{\lambda_0} \right)^3 \right), \quad (21)$$

$$S_{IV}^* = 0, \tag{22}$$

$$S_V^* = \frac{yu'^3}{f^3} \left[ t^3 \left( \frac{\lambda}{\lambda_0} \right)^3 - 3t^2 f \left( \frac{\lambda}{\lambda_0} \right)^2 + 3tf^2 \left( \frac{\lambda}{\lambda_0} \right) \right]. \tag{23}$$

Отже, вирази (19)–(23) визначають значення сум Зейделя КЕ в першому дифракційному порядку при розміщенні АД на певній відстані від елемента. Зазначимо, що в такому випадку плоский КЕ має невірну сферичну аберацію та вільний від кривизни поля. В той же час наявні польові аберації, зокрема кома, астигматизм і дисторсія.

### Аналіз монохроматичних аберацій КЕ

В статті [2] було розраховано германієвий КЕ для  $\lambda_0 = 10$  мкм з фокусною відстанню 50 мм і відносним отвором 1/2. Проведемо аналіз монохроматичних аберацій такого елемента для поля зору  $2\omega = 10^\circ$ . Як зазначалося вище, при аналізі монохроматичних аберацій будь-якого елемента, зокрема і для КЕ, необхідно враховувати положення АД (рис. 2). Тому для абераційного аналізу КЕ скористаємося виразами (18)–(22).

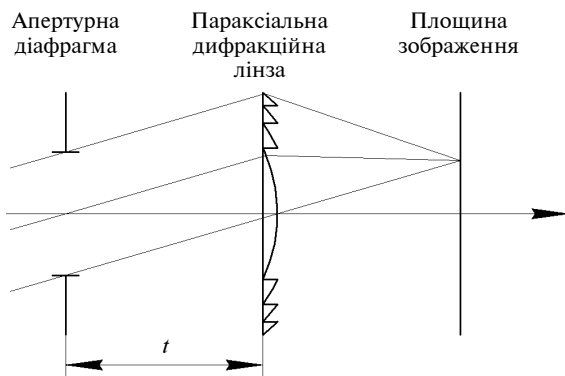


Рис. 2. КЕ з апертурною діафрагмою в передній фокальній площині

Розглянемо кому (19) і астигматизм (20). Очевидно, що одночасно для кожної довжини хвилі  $\lambda$  неможливо виправити кому та астигматизм. Нехай  $\lambda = \lambda_0$ , тоді значення аберацій залежать від положення АД. З виразів (20) і (21) випливає, що при  $t = f = 50$  мм кома й астигматизм КЕ відсутні (рис. 3 і 4).

В той же час нас цікавить мінімальне значення аберацій для всього діапазону 8–12 мкм. Змінюючи  $t$ , можна знайти таке його значення,

при якому діапазон зміни  $\Delta S_{II}$  і  $\Delta S_{III}$  в межах  $\lambda = 8$ –12 мкм буде мінімальним. Були виконані розрахунки, і з точністю до 0,1 мм встановлено оптимальне положення АД. Для коми  $t_{\text{опт}} = 32,9$  мм, а для астигматизму  $t_{\text{опт}} = 16,8$  мм (див. рис. 3 і 4). Зазначимо, для коми при  $t = 32,9$  мм  $\Delta S_{II}$  в 10,5 раза менше, ніж при  $t = 50$  мм; для астигматизму при  $t = 16,8$  мм  $\Delta S_{III}$  в 3,5 раза менше, ніж при  $t = 50$  мм.

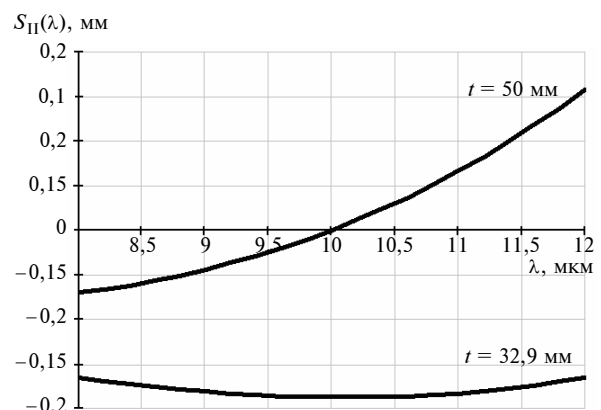


Рис. 3. Кома плоского КЕ

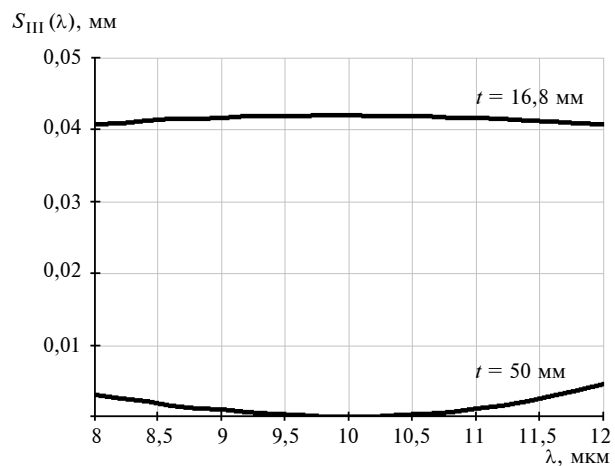
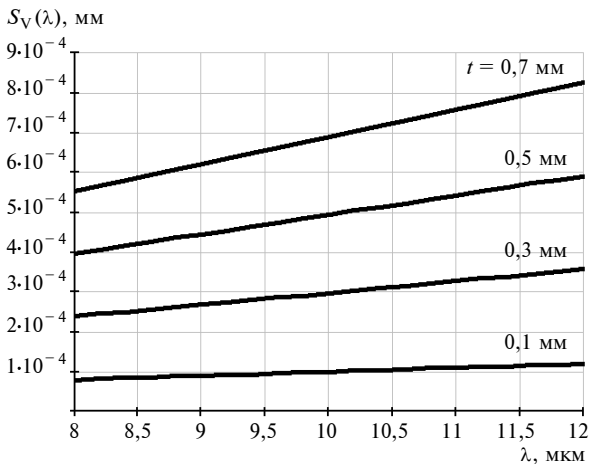


Рис. 4. Астигматизм плоского КЕ

Як видно з (13), дисторсія відсутня при розміщенні АД безпосередньо перед елементом. Вираз (23) показує, що дисторсію неможливо повністю виправити при віддаленій АД. Аналіз показав, що при незначному віддаленні АД від елемента  $\Delta S_V$  буде мати неістотне значення (рис. 5).

Дисторсія (23) для умов  $t = f = 50$ ,  $\lambda = \lambda_0$  описується таким виразом:

$$S_V^* = yu'^3. \tag{24}$$

Рис. 5. Дисторсія плоского КЕ при малих значеннях  $t$ 

Було розраховано, що оптимальне положення АД (при  $t > 0,7$  мм) буде при  $t = 49$  мм (рис. 6).

Для порівняння:  $\Delta S_V$  для  $t = 49$  мм в 6,5 раза більше, ніж при  $t = 0,1$  мм, і в 1,32 раза – при  $t = 0,5$  мм.

Сферична аберация (9), (19) для плоского КЕ має місце завжди. Для її виправлення можна застосувати принцип роботи системи Шмідта [3], а саме встановлення асферичної пластини в площині АД.

### Висновок

Отримані вирази дають змогу оцінити монохроматичні аберации КЕ, що може викорис-

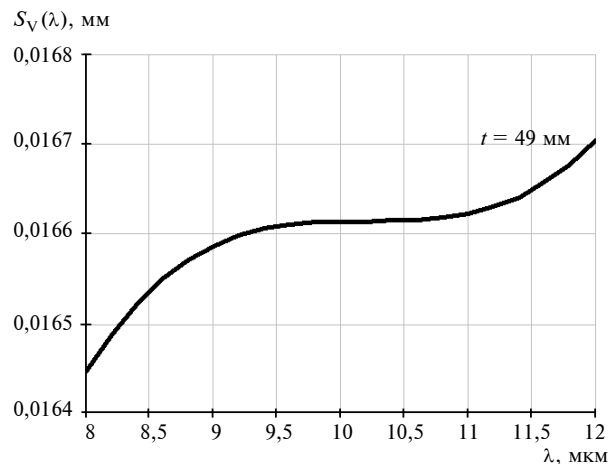


Рис. 6. Дисторсія плоского КЕ

товуватися в тепловізійних системах у спектральному діапазоні 8–12 мкм і дає змогу виявити умови, при яких аберации відсутні або мінімальні.

Плоский КЕ вільний від кривизни поля в площині зображення. Польові аберации кома і астигматизм при віддаленні АД на фокусну відстань можна виправити для певної довжини хвилі, а дисторсія відсутня для всіх довжин хвиль при розміщенні АД безпосередньо перед елементом. В статті було досліджено лише польові аберации, тому залишається актуальним дослідження сферичної аберации. Також в подальшому важливим є дослідженням оптичної передавальної функції елемента.

1. Ган М.А., Бармичева Г.В., Старков А.А. Анализ эффективности применения асферико-дифракционных элементов в оптических системах для ИК области // IX Междунар. науч.-техн. конф. "Прикладная оптика-2010": Сб. докладов, 18–22 октября 2010. – Санкт-Петербург: ИТМО, 2010. – С. 227.
2. Колобродов В.Г., Сірий Є.А. Використання дифракційних елементів в тепловізійних системах // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2010. – № 2. – С. 58–62.
3. Buralli D.A., Morris G.M. Design of a wide field diffractive landscape lens // Applied optics. – 1988. – 28, N 18. – P. 3950.
4. Колобродов В.Г., Тимчик Г.С. Дифракційна теорія оптичних систем. – К.: НТУУ "КПІ", 2011. – 148 с.
5. Welford W.T. Aberrations of Optical Systems. – Oxford: Taylor & Francis, 1986. – P. 284.

Рекомендована Радою  
приладобудівного факультету НТУУ  
"КПІ"

Надійшла до редакції  
1 березня 2011 року