

УДК 537.525

О.В. Анісімова

ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ СТАЦІОНАРНОГО ЖЕВРІЮЧОГО ЦЕНТРАЛЬНО-СИМЕТРИЧНОГО РОЗРЯДУ НИЗЬКОГО ТИСКУ

The paper defines the spatial distribution of parameters of the stationary centrosymmetrical low-pressure glow discharge. To solve this problem, we use the system of nonlinear differential equations comprising charged-particle flow equations taking account drift and diffuse components, Poisson equations on intensity of the electrical field. We propose and implement in software the iteration algorithm for solving the self-consistent system of differential equations that insure reducing the problem to solving the first-order Cauchy problem, which allow minimizing the influence of “network diffusion”. Furthermore, we determine spatial distribution of the intensity of electrical field and the density of charged particles. We study the influence of pressure and of the value of electron temperature as well as of the length of the discharge gap and diffusion processes on the glow discharge characteristics and the dependence of spatial distributions from diffuse processes. The obtained results are consistent with main principles of the classical theory of glow discharge.

Вступ

Жевріючий розряд низького тиску широко використовується в технологічних процесах, пов'язаних з поверхневою модифікацією деталей та елементів конструкцій [1]. Його використання в аномальному режимі дає можливість максимально локалізувати технологічну дію розряду на оброблювану поверхню, що досягається завдяки використанню цієї поверхні як одного з електродів жевріючого розряду.

Характерною для процесів модифікації поверхонь є область тиску близько 0,01–1 мм рт. ст. [2]. За таких значень тиску швидкості збудження внутрішніх ступенів вільності, іонізації та дисоціації молекул у плазмі визначаються електронним ударом, проявляється вплив дифузійних процесів, а процеси рекомбінації стають несуттєвими.

Відповідно до особливостей області низького тиску для визначення параметрів жевріючого розряду в роботі була використана система нелінійних диференціальних рівнянь, що включає в себе рівняння потоків заряджених частинок з урахуванням дрейфової та дифузійної складових, а також рівняння Пуассона щодо напруженості електричного поля.

Числовий розв'язок подібної системи диференціальних рівнянь, як правило, виконується з використанням кінцево-різницевого методів (наприклад, [3, 4]). В цьому випадку може проявитись похибка, пов'язана з неточністю визначення функції в початковій точці, — так звана “сіткова дифузія”. В роботі завдання зводиться до розв'язку задач Коші першого порядку, що дає змогу мінімізувати вплив “сіткової дифузії”.

У переважній більшості праць розрахунки проводяться для анода та катода плоскої фор-

ми (наприклад, [3–7]), іноді — для порожнього катода. В даній роботі розглянуто випадок, коли катод та анод являють собою концентричні сфери, що відповідає експериментальній методиці, наведеній у [2].

Постановка задачі

Мета статті — визначити параметри центрально-симетричного стаціонарного жевріючого розряду низького тиску за допомогою розв'язку самоузгодженої системи диференціальних рівнянь у дифузійно-дрейфовому наближенні.

Вихідні положення

Покладемо, що жевріючий заряд підтримується двома концентричними сферичними поверхнями, причому поверхня внутрішньої сфери є катодом, а зовнішньої — анодом. У сферичній системі координат рівняння для потоків заряджених частинок з урахуванням дрейфової та дифузійної складових і для напруженості електричного поля з урахуванням симетрії системи мають вигляд

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 J_e) - \alpha(E) J_e = 0, \quad (1)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 J_i) + \alpha(E) J_e = 0, \quad (2)$$

$$-D_e \frac{dN_e}{dr} + \mu_e N_e E = J_e, \quad (3)$$

$$-D_i \frac{dN_i}{dr} - \mu_i N_i E = J_i, \quad (4)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 E) = \frac{e}{\epsilon_0} (N_e - N_i), \quad (5)$$

де J_e і J_i – густини потоків електронів та іонів (оскільки потік іонів напрямлений до центра системи, J_i має від’ємний знак); E – модуль напруженості електричного поля; N_e , N_i , D_e , D_i , μ_e , μ_i – концентрації, коефіцієнти дифузії та рухливості електронів та іонів відповідно; $\alpha(E)$ – перший іонізаційний коефіцієнт Таунсенда; e – елементарний заряд; ε_0 – електрична стала.

Для розв’язку задачі як вхідний параметр задається густина струму j_k на катоді. Згідно із законом повного струму густина струму на відстані r визначається як

$$j = j_k (r_k^2 / r^2),$$

а сума потоків заряджених частинок з урахуванням напрямку руху іонів становить

$$(J_e + |J_i|) = j/e.$$

Граничні умови було сформульовано таким чином.

1. Для напруженості електричного поля без урахування процесів рекомбінації виконується критерій відтворюваності Таунсенда (γ – коефіцієнт вторинної іонно-електронної емісії з катода) [5]:

$$\int_{r_k}^{r_a} \alpha(E(r)) dr = \ln((\gamma + 1)/\gamma), \quad (6)$$

де r_k , r_a – радіуси катода та анода відповідно.

2. Вибрані умови для концентрацій заряджених частинок на аноді такі:

$$N_i = 0, \quad dN_e/dr = 0. \quad (7)$$

3. Густина потоків на аноді визначаються як

$$J_i = 0, \quad J_e = j_a/e = j_k (r_k^2 / r_a^2),$$

де j_a – густина анодного струму.

Метод розв’язку

Алгоритм розв’язку задачі складається з таких етапів.

1. Задається початковий розподіл напруженості $E(r)$.

У випадку малих значень густини катодного струму за початковий розподіл вибиралось $E(r) = \text{const}$, при збільшенні густини катодного струму значення $E(r)$ бралось з попередніх розрахунків.

2. Щоб забезпечити умову відтворюваності поля підбирається зміщення напруженості поля E_p , за якого

$$\int_{r_k}^{r_a} \alpha(E(r) + E_p) dr = \ln((\gamma + 1)/\gamma).$$

3. За заданим розподілом поля $E(r)$ з рівнянь (1), (2) знаходяться електронний та іонний потоки:

$$J_e = \frac{j_k r_k^2}{e r^2} \exp\left(-\int_r^{r_a} \alpha(E(r)) dr\right),$$

$$J_i = -\frac{j_k r_k^2}{e r_a^2} \left(1 - \exp\left(-\int_r^{r_a} \alpha(E(r)) dr\right)\right).$$

4. З рівнянь (3), (4) визначаються розподіли концентрацій електронів та іонів, що задаються як

$$N_e = N_e^{(0)} + N_e^{(1)}, \quad N_i = N_i^{(0)} + N_i^{(1)},$$

де початкові наближення $N_e^{(0)}$, $N_i^{(0)}$ визначаються без урахування процесів дифузії:

$$N_e^{(0)} = J_e / \mu_e E, \quad N_i^{(0)} = |J_i| / \mu_i E,$$

а $N_e^{(1)}$, $N_i^{(1)}$ знаходяться з рівнянь

$$N_e^{(1)} = \frac{D_e}{\mu_e E} \left(\frac{dN_e^{(0)}}{dr} + \frac{dN_e^{(1)}}{dr} \right),$$

$$N_i^{(1)} = -\frac{D_i}{\mu_i E} \left(\frac{dN_i^{(0)}}{dr} + \frac{dN_i^{(1)}}{dr} \right).$$

Для визначення концентрацій N_e , N_i використовується ітераційний метод, як вихідні функції $N_e^{(1)}$, $N_i^{(1)}$ беруться

$$N_e^{(1)} = \frac{D_e}{\mu_e E} \left(\frac{dN_e^{(0)}}{dr} + \frac{D_e}{\mu_e E} \frac{d^2 N_e^{(0)}}{dr^2} \right),$$

$$N_i^{(1)} = -\frac{D_i}{\mu_i E} \left(\frac{dN_i^{(0)}}{dr} - \frac{D_i}{\mu_i E} \frac{d^2 N_i^{(0)}}{dr^2} \right).$$

Граничні умови (7) на аноді для концентрацій набувають вигляду

$$N_e^{(1)}(r_a) = 0, \quad N_i^{(1)}(r_a) = 0.$$

5. Напруженість поля визначається з отриманого в (5) рівняння

$$\frac{d}{dr} \ln(r^2 E) = \frac{e}{\epsilon_0 E} (N_e - N_i)$$

як

$$E^{(n)} = C \cdot \frac{1}{r^2} \exp \int_r^{r_a} \frac{e}{\epsilon_0 E(r)} (N_i - N_e) dr.$$

Функція $E(r) = E^{(n-1)}(r)$ береться з попереднього наближення (n – номер ітераційного наближення). Константа інтегрування C знаходиться з умови (6) відтворюваності поля.

6. Збіжність ітераційного процесу визначається максимальним відхиленням напруженості поля

$$\epsilon = \max((E^{(n)}(r) - E(r))/E(r)).$$

Наступне наближення функції $E(r)$ записується як лінійна комбінація попередньої $E^{(n-1)}(r)$ та нової $E^{(n)}(r)$ функцій:

$$E^{(n+1)}(r) = \omega E^{(n-1)}(r) + (1 - \omega) E^{(n)}(r),$$

де ω – деяке число в межах від нуля до одиниці.

Якщо ϵ більше заданої похибки, то пункти 2–6 повторюються, доки процес не зійдеться.

Для розрахунку параметрів жевріючого розряду в середовищі молекулярного азоту було використано таке співвідношення для першого іонізаційного коефіцієнта Таунсенда [5]:

$$\alpha = 12 \exp\left(-\frac{342p}{|E|}\right) \text{ см}^{-1}, \quad (8)$$

де p – тиск (мм рт. ст.).

Коефіцієнти дифузії визначаються як $D_e = \mu_e k T_e / e$, $D_i = \mu_i k T_i / e$, де k – стала Больцмана, $\mu_e = 4,4 \cdot 10^5 p^{-1} \text{ см}^2 \cdot \text{мм рт. ст.} / (\text{В} \cdot \text{с})$ і $\mu_i = 1,44 \cdot 10^3 p^{-1} \text{ см}^2 \cdot \text{мм рт. ст.} / (\text{В} \cdot \text{с})$, $T_i = 300 \text{ К}$, $T_e = 11600 \text{ К}$. Температура T_e оцінювалась за методикою, поданою в [5]. Коефіцієнт вторинної іонно-електронної емісії з катода покладался $\gamma = 0,02$.

Розрахунки проводились при тиску в діапазоні $p = 0,4\text{--}1$ мм рт. ст. та радіусах катода $r_k = 0,2\text{--}2$ см і анода $r_a = 6\text{--}32$ см. Густина анодного струму на катоді змінювалась до $j_k = 20 \text{ мА/см}^2$.

Аналіз числових результатів

Для визначення напруженості поля на кожному кроці ітерації використовувався ваговий коефіцієнт ω . Зменшення ω призводить до істотного покращення збіжності процесу, але збільшує час обчислень.

Застосування вагового коефіцієнта, запропоноване в роботі, дає можливість для розв'язку системи використати явні схеми, незважаючи на те, що напруженість різко змінюється (в катодній області напруженість зменшується на три порядки при зміні відстані менше сантиметра). Ця методика може розглядатись як неявна

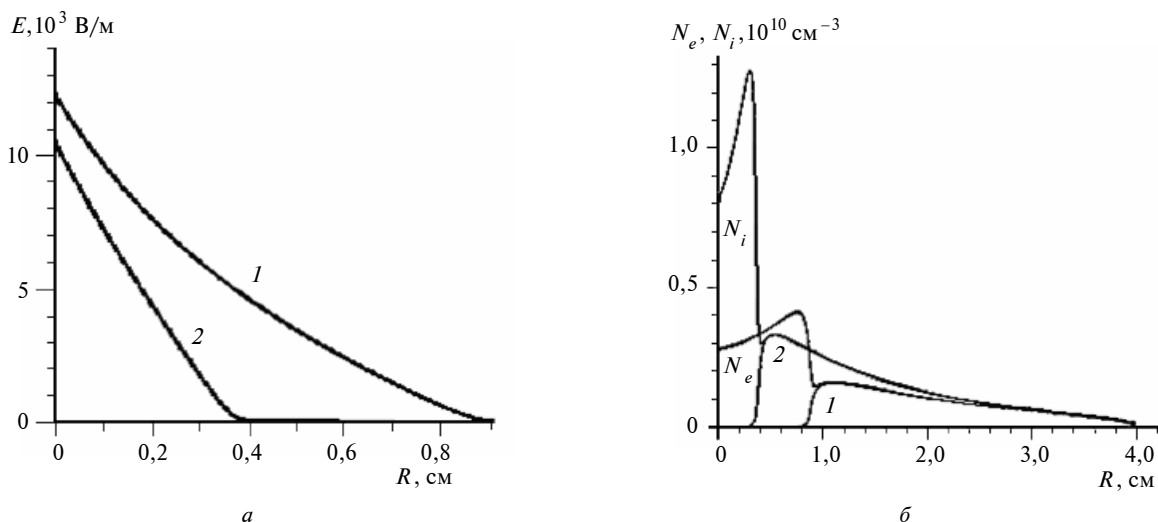


Рис. 1. Параметри жевріючого розряду залежно від тиску ($1 - p = 0,4$ мм рт. ст., $2 - p = 1$ мм рт. ст.) для радіусів катода і анода $r_k = 1$ см, $r_a = 5$ см та густини катодного струму $j_k = 20 \text{ мА/см}^2$: а – $E(R)$; б – $N_e(R)$, $N_i(R)$

модифікація метода продовження за параметром [8] до граничних задач, що описуються звичайними диференціальними рівняннями.

Числове моделювання процесів підтвердило, що незважаючи на те, що збіжність алгоритму контролювалась лише залежністю напруженості поля $E(r)$, розподіли концентрацій носіїв $N_e(r)$, $N_i(r)$ також збігаються.

Деякі результати розрахунку параметрів жевріючого розряду – залежності $E(r)$, $N_e(r)$, $N_i(r)$ – наведені на рисунках. На рис. 1 показано зміну параметрів жевріючого розряду залежно від тиску. За просторову координату тут

вибрано відстань від катода R . Порівняно з областю більш високих тисків ширина області прикатодного падіння потенціалу збільшується, напруженість поля зростає, концентрації носіїв знижуються.

При значеннях густини струму на катоді близько $j_k = 10\text{--}20$ мА/см² починають проявлятися дифузійні процеси, що призводить до істотного перерозподілу концентрацій електронів та іонів в області позитивного стовпа (рис. 2, а). На цьому рисунку крива 1 відповідає бездифузійному наближенню. Однак напруженість поля в цій області невелика, тому

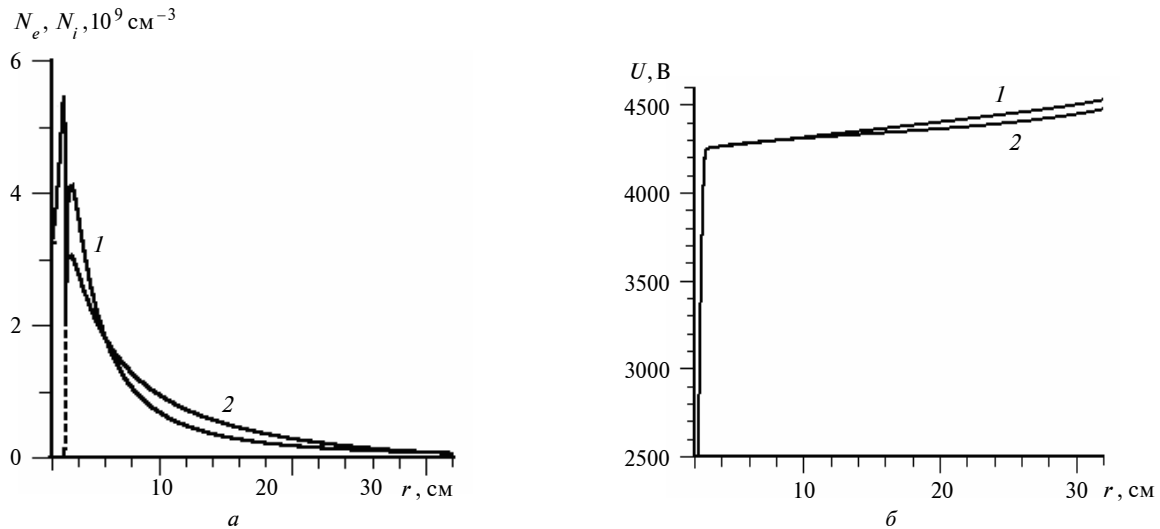


Рис. 2. Вплив дифузійних процесів на розподіл концентрацій носіїв $N_i(r)$, $N_e(r)$ (а) та на залежність потенціалу поля від просторової координати $U(r)$ (б): 1 – бездифузійне наближення, 2 – урахування процесів дифузії за умови $r_k = 2$ см, $j_k = 20$ мА/см²

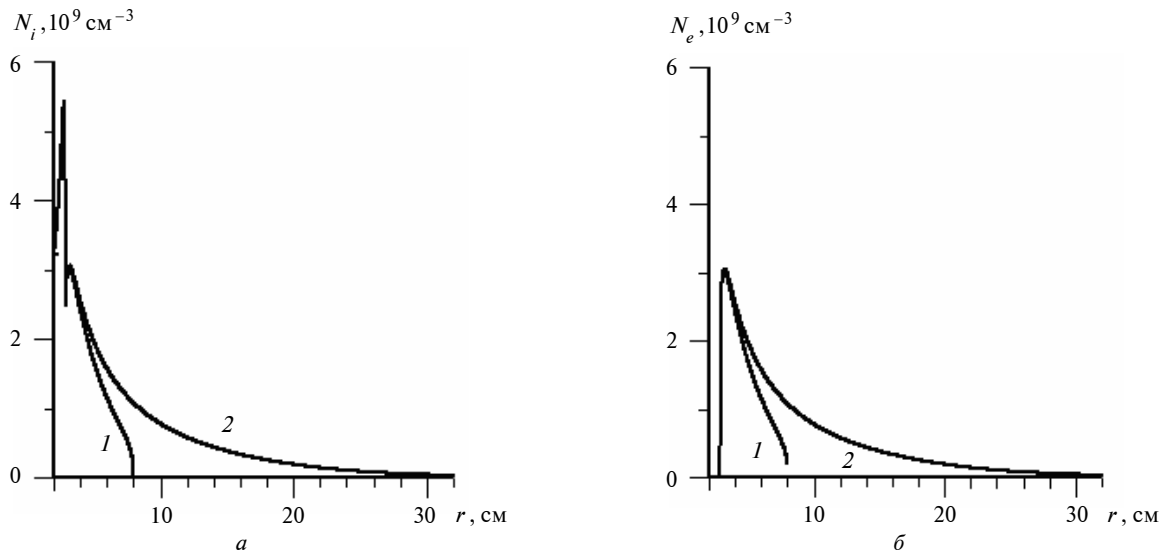


Рис. 3. Просторовий розподіл концентрацій іонів $N_i(r)$ (а) та електронів $N_e(r)$ (б) для проміжків різної довжини: 1 – $(r_a - r_k) = 6$ см, 2 – $(r_a - r_k) = 30$ см за умови $r_k = 2$ см, $j_k = 20$ мА/см²

на залежність $E(r)$ і розподіл потенціалу поля $U(r)$ (рис. 2, б) дифузійні процеси впливають мало.

Розподіл концентрацій носіїв $N_e(r)$, $N_i(r)$, а відповідно, і залежність напруженості поля $E(r)$, практично не змінюються при зміні значення електронної температури ($T_e = 10^3 - 10^5$ К), що свідчить про те, що електрони "підстроюються" під розподіл більш важких (а відповідно, і більш інерційних) позитивно заряджених частинок.

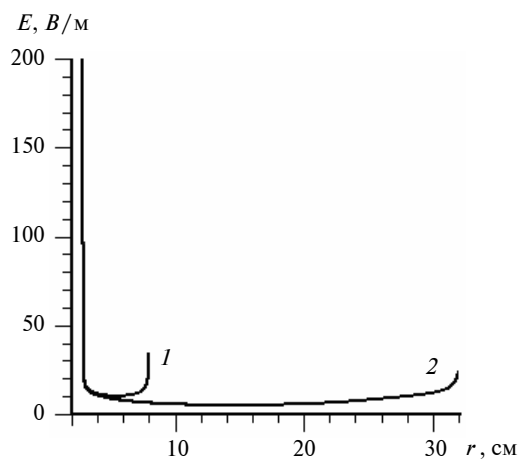


Рис. 4. Залежність $E(r)$ для проміжків різної довжини: 1 – $(r_a - r_k) = 6$ см, 2 – $(r_a - r_k) = 30$ см за умови $r_k = 2$ см, $j_k = 20$ мА/см²

Розрахунки для проміжків різної довжини (різний радіус анода за однакових інших параметрів) показали, що результати відрізняються тільки в області позитивного стовпа. Так, на рис. 3 і 4 наведено залежності $E(r)$, $N_e(r)$, $N_i(r)$ для радіусів катода і анода 2 і 8 см та 2 і 32 см відповідно. До відстані $r = 3$ см наведені залежності збігаються, при збільшенні радіуса вони немовби розтягуються за радіусом.

Висновки

Запропонована методика дає можливість визначити параметри стаціонарного центрально-симетричного жевріючого розряду. Отримані результати добре узгоджуються з основними положеннями класичної теорії жевріючого роз-

ряду [5]: майже лінійна залежність напруженості поля від просторової координати в катодному шарі; збільшення товщини катодного шару зі зменшенням тиску; автономність катодного шару (параметри розряду практично не змінюються при зміні радіуса анода); близькі значення концентрацій носіїв N_i , N_e в області позитивного стовпа.

Хоча в роботі розглядається система зв'язаних рівнянь, розподіл густин потоків J_i , J_e , а також розподіл концентрацій носіїв N_i , N_e однозначно визначаються розподілом напруженості електричного поля. Такий підхід дає можливість перейти до моделі з визначення $N_e(r)$ за допомогою кінетичної теорії. В цьому випадку розподіл концентрації електронів визначається за заданим розподілом поля (як це робиться, наприклад, у праці [6]). Ітераційний алгоритм дає можливість визначити параметри розряду в рамках самоузгодженої моделі: задається розподіл напруженості поля, за ним з кінетичної теорії визначаються розподіл електронів і коефіцієнт іонізації $\alpha(r)$, а з дифузійно-дрейфової моделі – розподіл концентрації іонів. Напруженість електричного поля на наступному кроці ітерації визначиться через розподіли $N_i(r)$, $N_e(r)$ та попереднє значення напруженості.

У даній роботі рівняння для потоків (1), (2) та умова відтворюваності поля (6) базуються на виборі значення коефіцієнта іонізації α . Однак при визначенні коефіцієнта α як для високих значень напруженості поля, так і для малих значень ми виходимо за границі застосовності формули (8). Відомо також, що в катодній області α залежить не лише від напруженості поля, а й від просторової координати (наприклад, [6], [7]), що не було враховано при побудові моделі.

Один із напрямів продовження роботи – це застосування кінетичного рівняння та функції розподілу електронів за швидкостями, що дає можливість визначити коефіцієнт іонізації α та його залежність від просторової координати в усій області значень.

* * *

Автор висловлює подяку Ю.І. Лелюху за підтримку роботи та проведені консультації.

1. *Жовтянський В.А.* Плазмохімічні ефекти та фундаментальні проблеми в фізиці плазми // УФЖ. – 2008. – 5, № 5. – С. 490–496.
2. *Плазмова* модифікація поверхні конструкційних матеріалів / О.Г. Дідик, В.А. Жовтянський, В.Г. Назаренко, В.А. Хомич // Там же. – 53, № 5. – С. 481–487.
3. *Surzhikov S.T., Shang J.S.* Two-component plasma model for two-dimensional glow discharge in magnetic field // J. Comp. Phys. – 2004. – 199, N 2. – P. 437–464.
4. *Петрушев А.С., Суржиков С.Т., Шенг Дж.С.* Двухмерная модель тлеющего разряда с учетом колебательно-го возбуждения молекулярного азота // ТВТ. – 2006. – 44, № 6. – С. 814–822.
5. *Райзер Ю.П.* Физика газового разряда. – М.: Наука, 1987. – 592 с.
6. *Мокров М.С., Райзер Ю.П.* Применение метода Монте-Карло для нахождения коэффициентов ионизации и вторичной эмиссии и вольт-амперной характеристики таусендовского разряда в водороде // ЖТФ. – 2008. – 78, № 4. – С. 48–54.
7. *Кудряцев А.А., Морин А.В., Цендин Л.Д.* Роль нелокальной ионизации в формировании коротких тлеющих разрядов // Там же. – 78, № 8. – С. 71–82.
8. *Григолюк Э.И., Шалашилин В.И.* Проблемы нелинейного деформирования: метод продолжения решения по параметру в нелинейных задачах механики твердого деформированного тела. – М.: Наука, 1988. – 232 с.

Рекомендована Радою
фізико-математичного факультету
НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
17 червня 2009 року