УДК 537.312.5, 539.21

В.В. Куліш

ОДНОЕЛЕКТРОННІ ОПТИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ НАНОЯЄЦЬ

The aim of this paper is to investigate single-electron optical properties of a spherical nanoegg comprising a dielectric core and a thin metal shell with a slight shift of the core center relative to the geometric center of the nanoparticle. Furthermore, we propose a model for this type of the composite nanoparticle. It allows calculating the wave functions and the electron wavenumber spectrum of the electron in the metal shell of the nanoegg. Specifically, the contribution of the latter dominates in the optical properties of the whole particle. Using this model, we obtain the matrix elements of optical transitions and an optical conductivity of the nanoegg in a quasi-classical approximation. The conductivity obtained differs from the conductivity of a spherical nanoshell by an amount squarely proportional to the magnitude of the core center shift relative to the geometric center of the nanoparticle as well as inversely proportional to the square of the average thickness of the shell. The obtained expressions fall within the domain of the frequency range, where the contribution of a single-electron component is essential.

Вступ

Як відомо, останнім часом популярними стали нанотехнології, що використовують металеві наночастинки. З розвитком цих технологій з'явилися нові технології, які використовують так звані нанооболонки [1–4], що стало можливим після того, як були отримані металеві наночастинки такого типу. Нанооболонки – це композитні наночастинки, що складаються з діелектричного ядра і тонкої металевої оболонки.

Застосування металевих наночастинок у техніці базується передусім на їхніх унікальних оптичних властивостях. Так, ці частинки ефективно поглинають світло на заданій довжині хвилі. Композитні наночастинки такого типу становлять особливий інтерес для технічних застосувань, оскільки дають можливість розширення робочого діапазону довжин хвиль порівняно з традиційними суцільними металевими наночастинками. Крім того, нанооболонки є перспективними для нових технічних застосувань, оскільки їхні оптичні властивості можна регулювати більш гнучко, ніж у традиційних системах. Така гнучкість пов'язана з тим, що внутрішній і зовнішній радіуси металевої оболонки (оптичний відгук якої є визначальним для всієї частинки) можуть змінюватися незалежно.

Зауважимо, що такі оболонкові частинки стали об'єктом дослідження порівняно нещодавно. Вони активно досліджувались як теоретично [5–11] (з використанням класичного і квантового підходів), так і експериментально [3, 5, 12, 13]. Проте їхні оптичні властивості вивчались переважно в околі плазмонного резонансу. Однак в областях частот, далеких від плазмонного резонансу, внесок індивідуальних переходів у поглинання світла стає домінуючим.

Зауважимо також, що у попередніх працях, присвячених дослідженню поглинання світла в таких оболонках, вивчалось передусім магнітне поглинання (див., наприклад, [14–16]), яке є тільки одним із компонентів (пов'язаним з магнітним вектором електромагнітної хвилі) повного поглинання. Проте, як відомо [17], у малих металевих частинках залежно від їх форми і розміру та частоти електромагнітної хвилі може домінувати як магнітне, так і електричне поглинання.

Відомо, що одна з унікальних властивостей наночастинок полягає у залежності оптичних властивостей частинки від її форми та розміру. Тому оптичні властивості досліджуються окремо для наночастинок різних форм, як суцільних, так і композитних, що становлять ще ширший діапазон конфігурацій.

У даній статті досліджується різновид композитних наночастинок, що потрапив у поле зору дослідників порівняно нещодавно – так звані нанояйця [18–20]. Нанояйцями називають звичайні (близькі до сферичної форми) нанооболонки з порушенням симетрії, тобто нанооболонки, центр ядра яких зміщений відносно центра всієї наночастинки. Крім зовнішнього розміру та співвідношення розмірів діелектричного ядра та оболонки, параметром, що визначає оптичні властивості нанояйця, є також і відносне зміщення центрів ядра та наночастинки. Отже, такі композитні наночастинки мають ще більш широкий діапазон застосувань і їхні оптичні властивості можуть бути змінені ще більш гнучко, ніж для симетричних композитних наночастинок.

Постановка задачі

Метою статті є теоретичне дослідження оптичних властивостей нанояйця зі слабким зміщенням центра діелектричного ядра відносно геометричного центра наночастинки, тобто зі слабким порушенням симетрії. Зокрема, необхідно знайти оптичну провідність (з урахуванням електричного поглинання) зазначеної нанооболонки в одноелектронному наближенні для частот, далеких від плазмонного резонансу.

Робоча модель

Розглянемо нанояйце, що складається з діелектричного ядра і тонкої металевої оболонки. Вважатимемо, що як зовнішня границя нанояйця, так і границя діелектричного ядра мають форму, близьку до сферичної. Внутрішній та зовнішні радіуси оболонки позначимо a і b відповідно. Розглядатимемо тонку оболонку, таку, що виконується нерівність $\frac{b-a}{b} \ll 1$.

Розглянемо нанояйце, внутрішній і зовнішній центри якого (тобто геометричні центри діелектричного ядра та зовнішньої границі оболонки відповідно) зміщені один відносно одного на малу величину Δl так, що $\frac{\Delta l}{a} \ll 1$, $\frac{\Delta l}{b-a} \ll 1$ і, відповідно, $\frac{\Delta l}{b} \ll 1$. Подібне мале зміщення можна врахувати, застосувавши відому модель симетричної сферичної нанооболонки [21] та обчисливши малу поправку до оптичної провідності оболонки, зумовлену відносним зміщенням центрів ядра та оболонки. Згідно з [21], ми розглядаємо сферичну металеву оболонку (діелектричне ядро не дає істотного внеску в провідність частинки), моделюючи її безмежно глибокою потенційною ямою для електронів (можливість застосування такої моделі витікає зі співвідношення між енергією Фермі та роботою виходу для типових металів) і застосовуючи одноелектронну модель.

Нехай на описане вище нанояйце падає електромагнітна хвиля, довжина якої набагато більша за зовнішній розмір оболонки, так що поле хвилі в оболонці можна вважати однорідним; виберемо вісь OZ у напрямку розповсюдження хвилі. Розглянемо випадок, коли цей напрямок збігається з напрямком зміщення центрів у оболонці так, що мале зміщення Δl центрів у відповідній сферичній системі координат (r, θ, φ) можна описати, замінивши

$$b \to b(1 \pm \alpha \cos\theta), \quad \alpha = \frac{\Delta l}{b} \ll 1, \tag{1}$$

де знак "+" відповідає випадку, коли центр зовнішньої сфери зміщено відносно внутрішнього у напрямку розповсюдження хвилі, "–" – у протилежному випадку. Відповідність такого зміщення напрямку розповсюдження хвилі можна прослідкувати через формули переходу до декартових координат:

$$\begin{cases} x = r\cos\varphi\sin\theta, \\ y = r\sin\varphi\sin\theta, \\ z = r\cos\theta. \end{cases} \tag{2}$$

З умови $\frac{\Delta l}{b-a} \ll 1$ слідує, що товщина оболонки змінюється повільно і на малу величину. Оскільки задача про знаходження хвильових функцій, спектра енергії та хвильових чисел електрона в тонкій оболонці зводиться до квазіодновимірної задачі (електрон у одновимірній потенційній ямі), то при малій і повільній зміні товщини ми можемо для кожного напрямку (θ, φ) використати відповідний вираз для сферичної оболонки. Отже, при знаходженні поправки до оптичної провідності, пов'язаної з малим зміщенням центрів, ми можемо використовувати хвильові функції та спектр хвильових чисел сферичної нанооболонки у слабко деформованій (відносно сферичної $r = a$, $r = b$) потенційній ямі, границі якої у сферичних координатах задаються рівняннями $r = a$, $r = b(1 \pm \alpha\cos\theta)$ з подальшою підстановкою цих хвильових функцій та спектра в матричний елемент оптичного переходу.

Отже, задача полягає у знаходженні оптичної провідності описаного вище нанояйця при падінні на нього електромагнітної хвилі з великою (порівняно з розміром нанояйця) довжиною хвилі.

Розрахунок оптичної провідності

Згідно з методикою, наведеною в [21], компоненти тензора провідності нанооболонки можна обрахувати через матричні елементи оптичного переходу електрона. Оптична провідність в напрямку розповсюдження хвилі (вісь OZ) записується через матричні елементи оператора координати таким чином:

$$\sigma = \frac{\pi e^2 \omega}{V_s} \sum_{i,f} |\langle i \,|\, z \,|\, f \rangle|^2 f(E_i)(1 - f(E_f)) \times$$

$$\times\,\delta(E_f - E_i - \hbar\omega), \qquad (3)$$

де V_s – об'єм нанооболонки; ω – частота хвилі; індексами i та f позначено початковий і кінцевий стани електрона відповідно; E_i і E_f – енергія електрона в початковому та кінцевому станах відповідно; $f(E)$ – електронна функція розподілу по енергіях. Таким чином, для знаходження оптичної провідності потрібно знайти хвильові функції та енергетичний спектр (або спектр хвильових чисел) електрона в оболонці, використовуючи їх, обчислити матричні елементи оператора координати z і, нарешті, просумувати по початкових та кінцевих станах електрона, отримавши власне провідність.

Розглянемо спочатку симетричну сферичну оболонку. Хвильові функції та спектр хвильових чисел для такої оболонки отримуються після розділення – у сферичних координатах (2) – змінних у рівнянні Шредінгера для електрона в безмежній потенційній ямі. Згідно з [21], після розв'язку рівняння Шредінгера, підстановки граничних умов і врахування тонкості оболонки $\left(\dfrac{b-a}{b} << 1\right)$ хвильова функція ψ і спектр хвильових чисел k сферичної оболонки запишуться у вигляді

$$\psi(r,\theta,\varphi) \approx$$
$$\approx \left(\frac{2}{b-a}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{r} \sin\left(kr - (l+1)\frac{\pi}{2} + \alpha\right) Y_{lm}(\theta,\varphi), \qquad (4)$$
$$k = \frac{\pi n}{b-a},$$

де Y_{lm} – поліноми Лежандра, a і b – внутрішній і зовнішній радіуси потенційної ями, що відповідають, очевидно, внутрішньому та зовнішньому радіусам металевої оболонки.

Заміна (1) призведе до зміни матричного елемента оптичного переходу в напрямку розповсюдження хвилі. Матричний елемент для сферичної нанооболонки запишеться у вигляді

$$\langle i \,|\, z \,|\, f \rangle =$$
$$= \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta \int_a^b r^2 dr Y_{lm}(\theta,\varphi) Y^*_{l'm'}(\theta,\varphi) \times$$
$$\times \frac{2}{b-a}\frac{1}{r^2} \sin\left(kr - (l+1)\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \times$$
$$\times \sin\left(k'r - (l'+1)\frac{\pi}{2} + \alpha'\right) r\cos\theta. \qquad (5)$$

Зауважимо, що в цей вираз входить різниця $b - a$ у степені –1. В інтеграл по радіальній змінній

$$\int_a^b r\sin\left(kr - (l+1)\frac{\pi}{2} + \alpha\right)\sin\left(k'r - (l'+1)\frac{\pi}{2} + \alpha'\right)dr =$$
$$= \frac{1-(-1)^{n+n'}}{2}\frac{2k'2k}{((k')^2 - k^2)^2},$$

зважаючи на те, що з (4)

$$\frac{kk'}{((k')^2 - k^2)^2} \sim (b-a)^2,$$

входить квадрат різниці $b - a$. Отже, остаточно можна записати, що після заміни (1) у матричному елементі (5) інтеграл по радіальних змінних зміниться пропорційно величині $(b-a)^2(b-a)^{-1} =$ $= b - a \to (b-a)\left(1 \pm \dfrac{\alpha b}{b-a}\cos\theta\right)$, тобто для інтеграла по радіальних змінних, що входить у матричний елемент (5), маємо

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} d\theta Y^*_{lm}(\theta,\varphi)\cos\theta\, Y_{l'm'}(\theta,\varphi)\sin\theta \to$$
$$\to \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} d\theta Y^*_{lm}(\theta,\varphi)\cos\theta\, Y_{l'm'}(\theta,\varphi) \times$$
$$\times \sin\theta\left(1 \pm \frac{\alpha b}{b-a}\cos\theta\right).$$

Обчислимо цей інтеграл. Введемо для зручності позначення $\dfrac{\alpha b}{b-a} = \beta$. З відомих формул для поліномів Лежандра

$$\begin{cases} Y_{lm}(\theta,\varphi) \equiv \sqrt{\dfrac{2l+1}{4\pi}\cdot\dfrac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_l^m(\cos\theta) e^{im\varphi} \\ xP_l^m(x) = \dfrac{l-m+1}{2l+1} P_{l+1}^m + \dfrac{l+m}{2l+1} P_{l-1}^m \end{cases}$$

можна записати таке рекурентне співвідношення:

$$Y_{lm}(\theta,\varphi)\cos\theta =$$
$$= \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}\cdot\frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_l^m(\cos\theta) e^{im\varphi}\cos\theta =$$
$$= \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}\cdot\frac{(l-m)!}{(l+m)!}} e^{im\varphi}\left(\frac{l-m+1}{2l+1}P_{l+1}^m + \frac{l+m}{2l+1}P_{l-1}^m\right) =$$
$$= \sqrt{\frac{(l+m+1)(l-m+1)}{(2l+1)(2l+3)}} Y_{l+1}^m + \sqrt{\frac{(l+m)(l-m)}{(2l+1)(2l-1)}} Y_{l-1}^m.$$

З цієї властивості поліномів Лежандра та їх ортогональності випливає

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} d\theta Y_{lm}^*(\theta,\varphi)\cos\theta\, Y_{l'm'}(\theta,\varphi)\cdot\sin\theta(1\pm\beta\cos\theta) =$$
$$= \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} d\theta(\gamma(l+1,m)Y_{l+1,m}^* + \gamma(l,m)Y_{l-1,m}^* \pm$$
$$\pm\beta(\gamma(l+1,m)\gamma(l+2,m)Y_{l+2,m}^* + (\gamma^2(l+1,m)+$$
$$+\gamma^2(l,m))Y_{l,m}^* + \gamma(l,m)\gamma(l-1,m)Y_{l-2,m}^*))\times$$
$$\times Y_{l'm'}(\theta,\varphi)\sin\theta = \delta_{m,m'}(\gamma(l',m')\delta_{l,l'-1}+$$
$$+\gamma(l,m)\delta_{l,l'+1} \pm \beta(\gamma(l',m')\gamma(l'-1,m')\delta_{l,l'-2}+$$
$$+(\gamma^2(l+1,m)+\gamma^2(l,m))\delta_{l,l'} + \gamma(l,m)\gamma(l-1,m)\delta_{l,l'-2})),$$

де введено таку функцію γ двох цілих аргументів:

$$\gamma(l,m) \equiv \sqrt{\frac{(l+m)(l-m)}{(2l+1)(2l-1)}}.$$

Проінтегрувавши таким чином по кутових і радіальних змінних, підставимо отримане значення матричного елемента $\langle i|z|f\rangle$ у вираз для провідності (3). Через ортогональність дельта-індексів отримаємо

$$\sigma = \frac{2\pi e^2\hbar^4}{V_s m_e^4\omega^3}\frac{1}{(b-a)^2}\times$$
$$\times\sum_{n,l,m,n',l',m'}(1-(-1)^{n+n'})k^2(k')^2 f(E_i)(1-f(E_f))\times$$
$$\times\delta(E_f-E_i-\hbar\omega)\delta_{m,m'}(\gamma^2(l',m')\delta_{l,l'-1}+\gamma^2(l,m)\delta_{l,l'+1}\pm$$
$$\pm\beta^2(\gamma^2(l',m')\gamma^2(l'-1,m')\delta_{l,l'-2}+(\gamma^2(l+1,m)+$$
$$+\gamma^2(l,m))^2\delta_{l,l'}+(\gamma^2(l,m)\gamma^2(l-1,m)\delta_{l,l'-2})). \quad (6)$$

Просумуємо спочатку по квантових числах l, l', m і m'. Як відомо, m змінюється в межах $-l\le m\le l$, а l – від 0 до $2n$. Наявність дельта-індексів $\delta_{m,m'}$ і $\delta_{l,l'+1}$ змінює картину підсумовування – фактично l і l' змінюються від 0 до $2\min(n,n')\pm 1$, m – від $-\min(l,\ l')$ до $\min(l,\ l')$. Якщо, як у нашому випадку, має місце поглинання, n має менше значення, ніж n', тому $0\le l,\ l'\le 2n$. Тут ми знехтували одиницею порівняно з $2n$, оскільки підсумовування йде по вузькій області термічного розмиття поблизу енергії Фермі, в якій $n \gg 1$. Звідси також витікає, що доданки з малими l, l', m і m' не можуть давати істотний внесок у результуючу суму, так що можна вважати ці квантові числа набагато більшими за одиницю:

$$\sum_{l,m,l',m'}\delta_{m,m'}(\gamma^2(l',m')\delta_{l,l'-1}+\gamma^2(l,m)\delta_{l,l'+1}\pm$$
$$\pm\beta^2(\gamma^2(l',m')\gamma^2(l'-1,m')\delta_{l,l'-2}+(\gamma^2(l+1,m)+$$
$$+\gamma^2(l,m))^2\delta_{l,l'}+\gamma^2(l,m)\gamma^2(l-1,m)\delta_{l,l'-2}))\approx$$
$$\approx\sum_{l,m,l',m'}\delta_{m,m'}(2\gamma^2(l,m)\delta_{l,l'}\pm\beta^2(\gamma^4(l,m)\delta_{l,l'}+$$
$$+(2\gamma^2(l,m))^2\delta_{l,l'}+\gamma^4(l,m)\delta_{l,l'}))=$$
$$=\sum_{l,m,l',m'}\delta_{m,m'}\delta_{l,l'}(2\gamma^2(l,m)\pm 6\beta\gamma^4(l,m)),$$

$$\gamma^2(l,m)\equiv\frac{(l+m)(l-m)}{(2l+1)(2l-1)}\approx\frac{l^2-m^2}{4l^2}.$$

Позначимо для зручності $\tilde{l}=\min(l,l')$. Просумуємо за m і m':

$$\sum_{m'=-l'}^{l'}\sum_{m=-l}^{l}\gamma^2(l,m)\delta_{m,m'}=\sum_{m=-\tilde{l}}^{\tilde{l}}\gamma^2(\tilde{l},m)\approx$$
$$\approx\sum_{m=-\tilde{l}}^{\tilde{l}}\frac{1}{4}-\frac{1}{4\tilde{l}^2}\sum_{m=-\tilde{l}}^{\tilde{l}}m^2\approx\frac{\tilde{l}}{2}-\frac{1}{2\tilde{l}^2}\frac{\tilde{l}^3}{3}=\frac{\tilde{l}}{3},$$

$$\sum_{m'=-l'}^{l'}\sum_{m=-l}^{l}\gamma^4(l,m)\delta_{m,m'}=\sum_{m=-\tilde{l}}^{\tilde{l}}\gamma^2(\tilde{l},m)\approx$$
$$\approx\sum_{m=-\tilde{l}}^{\tilde{l}}\frac{1}{16}-\frac{1}{8\tilde{l}^2}\sum_{m=-\tilde{l}}^{\tilde{l}}m^2+\frac{1}{16\tilde{l}^4}\sum_{m=-\tilde{l}}^{\tilde{l}}m^4\approx$$
$$\approx\frac{\tilde{l}}{8}-\frac{1}{4\tilde{l}^2}\frac{\tilde{l}^3}{3}+\frac{1}{8\tilde{l}^4}\frac{\tilde{l}^5}{5}=\frac{\tilde{l}}{5},$$

так що

$$\sum_{m'=-l'}^{l'}\sum_{m=-l}^{l}\delta_{m,m'}(2\gamma^2(l,m)\pm 6\beta^2\gamma^4(l,m))\approx\frac{\tilde{l}}{3}\left(1\pm\frac{3}{5}\beta^2\right).$$

Бачимо, що врахування зміщення центрів у нанояйці призводить до появи постійного множника $1\pm\frac{3}{5}\beta^2$ у виразі для провідності вже на цьому етапі. Подальші розрахунки проводяться аналогічно до наведених у [21]: просумувавши по $\tilde{l}$

$$\sum_{\tilde{l}=0}^{2n}\tilde{l}=\frac{2n(2n-1)}{2}\approx\frac{(2n)^2}{2}=2\left(\frac{b-a}{\pi}k\right)^2$$

і остаточно підставивши результат підсумовування в (6), отримаємо суму по n, n' для оптичної провідності:

$$\sigma = \frac{8e^2\hbar^4}{3\pi V_s m_e^4\omega^3}\left(1 \pm \frac{3}{5}\left(\frac{\Delta l}{b-a}\right)^2\right) \times$$
$$\times \sum_{n,n'}(1-(-1)^{n+n'})k^4(k')^2 f(E)(1-f(E')) \times$$
$$\times\, \delta(E'-E-\hbar\omega).$$

На загальний об’єм оболонки зміщення ядра не впливає, тому об’єм V_s залишається без зміни.

Замінюючи суму по електронних станах інтегралом (нехтуємо ефектами, пов’язаними з квантуванням електронного спектра енергій) і обчислюючи отриманий інтеграл аналогічно до [21], можна остаточно сказати, що для нанояйця, яке задається описаною вище моделлю, оптична провідність дорівнює

$$\sigma \approx \frac{32e^2(b-a)^2}{3\pi^3\hbar^4\omega^3 V_s}\left(1 \pm \frac{3}{5}\left(\frac{\Delta l}{b-a}\right)^2\right)E_F^3 g_{sph}(\nu), \quad (7)$$

де E_f — енергія Фермі, $\nu = \dfrac{\hbar\omega}{E_F}$, а функція

$$g_{sph}(\nu) = \int_{1-\nu}^{1} q^{3/2}\sqrt{q+\nu}\,dq = \left(\frac{(q(q+\nu))^{3/2}}{3} - \right.$$
$$\left. -\frac{\nu(2q+\nu)\sqrt{q(q+\nu)}}{8} + \frac{\nu^3}{8}\ln(\sqrt{q}+\sqrt{q+\nu})\right)\Bigg|_{1-\nu}^{1}.$$

Таким чином, мале зміщення центрів оболонки та ядра на величину Δl уздовж напрямку розповсюдження хвилі призводить до появи відносного доданка другого порядку малості $\frac{3}{5}\left(\frac{\Delta l}{b-a}\right)^2$ у виразі для відповідної компоненти провідності.

Висновки

Нами отримано вираз для одноелектронної оптичної провідності металевого нанояйця з формою, близькою до сферичної, при малому зміщенні центра діелектричного ядра відносно центра зовнішньої границі оболонки. Оболонка в нанояйці при цьому вважалась тонкою порівняно з розмірами наночастинки, що виконується для типових нанояєць. Як бачимо, при зміщенні центрів на малу величину Δl провідність нанояйця змінюється на малу відносну величину $\frac{3}{5}\left(\frac{\Delta l}{b-a}\right)^2$ порівняно з провідністю симетричної сферичної нанооболонки. Ця величина пропорційна квадрату величини зміщення центрів та обернено пропорційна квадрату товщини оболонки. З результуючої формули (7) видно, що оптична провідність збільшується, якщо центр зовнішньої границі оболонки зміщено відносно центра ядра в напрямку розповсюдження хвилі, і зменшується, якщо зміщення відбувається в протилежному напрямку. Друга ступінь малості у цій поправці свідчить про те, що оптичні властивості металевої нанооболонки є стійкими відносно малого відносного зміщення центрів ядра та оболонки і слабко реагують на таке зміщення, так що оптична провідність сферичного нанояйця з малим зміщенням центрів збігається з оптичною провідністю сферичної нанооболонки з точністю до малих другого порядку.

При подальшому розвитку даної теми можливе дослідження оптичних властивостей нанояєць, які розглядаються з урахуванням ефектів, пов’язаних із квантуванням спектра енергій для електрона в оболонці.

* * *

Автор виражає подяку доктору фізико-математичних наук, член-кореспонденту НАН України П.М. Томчуку та доктору фізико-математичних наук, член-кореспонденту АПН України Ю.І. Горобцю за увагу до роботи та корисні обговорення.

1. *Averitt R.D., Westcott S.I., Halas N.J.* Ultrafast electron dynamics in gold nanoshells // Phys. Rev. B. – 1998. – **58**. – P. 203.
2. *Averitt R.D., Westcott S.I., Halas N.J.* Ultrafast optical properties of gold nanoshells // J. Opt. Soc. Am. – 1999. – **16**, N 10. – P. 1814.
3. *Averitt R.D., Westcott S.I., Halas N.J.* Linear optical properties of gold nanoshells // Ibid. – P. 1824.
4. *Hirsch L.R., Gobin A.M., Lowery A.R. et al.* Metal nanotubes // Ann. Biomed. Eng. – 2006. – **15**. – P. 34.
5. *Le F., Lwin N.Z., Halas N.J., Nordlander P.* Plasmonic interactions between a metallic nanoshell and a thin metallic film // Phys. Rev. – 2007. – **76**. – 165410.
6. *Nordlander P., Prodan E.* Optical properties of metallic nanoshells // Proc. SPIE. – 2002. – **91**. – P. 4810.
7. *Prodan E., Nordlander P., Halas N.J.* Effects of dielectric screening on the optical properties of metallic nanoshells // Chem. Phys. Lett. – 2003. – **94**. – P. 368.
8. Chang *R., Leung P.T.* Nonlocal effects on optical and molecular interactions with metallic nanoshells // Phys. Rev. B. – 2006. – **73**. – 125438.

9. *Prodan E., Nordlander P.* Exchange and correlation effects in small metallic nanoshells // Chem. Phys. Lett. – 2001. – **153**. – P. 349.
10. *Prodan E., Nordlander P.* Electronic structure and polarizability of metallic nanoshells // Ibid. – 2002. – **140**. – P. 352.
11. *Zhu J.* Theoretical study of the light scattering from gold nanotubes: Effects of wall thickness // Materials Science and Engineering A. – 2007. – **685**. – P. 454–455.
12. *Yong K.-T., Sahoo Y., Swihart M.T., Prasad P.N.* Synthesis and plasmonic properties of silver and gold nanoshells on polystyrene cores of different size and of gold-silver core-shell nanostructures // Colloids and Surfaces A: Physicochem. Eng. Aspects. – 2006. – **89**. – P. 290.
13. *Averitt R.D., Sarkar D., Halas N.J.* Plasmon Resonance Shifts of Au-Coated Au_2S Nanoshells: Insight into Multicomponent Nanoparticle Growth // Phys. Rev. Lett. – 1997. – **78**. – P. 4217.
14. *Завитаев Э.В., Юшканов А.А., Яламов Ю.И.* О взаимодействии электромагнитного излучения с цилиндрической частицей конечной длины // ЖЭТФ. – 2003. – **124**. – С. 1112.
15. *Завитаев Э.В., Юшканов А.А.* Поглощение электромагнитного излучения неоднородной сферической частицей // Оптика и спектроскопия. – 2004. – **97**, № 1. – С. 131.
16. *Завитаев Э.В., Юшканов А.А.* Поглощение электромагнитного излучения неоднородной цилиндрической частицей // Письма в ЖТФ. – 2004. – **30**, вып. 16. – С. 74.
17. *Томчук П.М., Томчук Б.П.* Оптическое поглощение малых металлических частиц // ЖЭТФ. – 1997. – **112**, вып. 2 (8). – С. 661.
18. *Symmetry* breaking in individual plasmonic nanoparticles / H. Wang, W. Yampeng, B. Lassiter et al. // PNAS. – 2006. – **103**, N 29. – P. 10856–10860.
19. *Wu Y., Nordlander P.* Plasmon hybridization in nanoshells with a nonconcentric core // J. Chem. Phys. – 2006. – **125**. – 124708.
20. *Reshaping* the Plasmonic Properties of an Individual Nanoparticle / J.B. Lassiter, M.W. Knight, N.A. Mirin, N.J. Halas // Nano Lett. – 2009. – **9**, N 12. – P. 4326–4332.
21. *Kulish V.V., Tomchuk P.M.* Optical properties of metal nanotubes and metal nanoshells // Surface Science. – 2008. – **602**. – P. 1045–1052.

Рекомендована Радою
фізико-математичного факультету
НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
21 грудня 2010 року