

УДК 539.3 + 534.1

В.П. Лєгеца, Д.В. Лєгеца

ОБҐРУНТУВАННЯ ЗАСТОСУВАННЯ КОТКОВИХ ГАСНИКІВ У РОЗШИРЕНОМУ ДІАПАЗОНІ ЧАСТОТ

The paper defines constraints in the form of inequalities for the minimal value of the coefficient of sliding friction f between the interacting elements of roller dampers, which set the boundaries, where pure rolling of roller or ball in the spherical cavities of their bodies can be implemented. We analytically justify the use of roller dampers in a wide frequency range both at $0 < \omega_0 \leq 1,6$ rad/s, and at $\omega_0 > 1,6$ rad/s using as an example of roller and ball absorbers.

Using the motion equations of the working bodies of absorbers under study and the kinematic response of the tie, we discover conditions for implementing the motion roller elements of damper without sliding. In addition, we define that these conditions are related to the coefficient of dry friction f between the roller and spherical surface of the working body absorber and do not impose restrictions on the value of natural frequency ω_0 of the carrier body.

Вступ

У попередніх статтях [1–4] було побудовано теорію коткових гасників, які попередньо розроблені та нині застосовуються для віброзахисту гнучких конструкцій і висотних об'єктів (телевеж, радіощогл, витяжних труб, несучих стояків вітроелектростанцій тощо) у низькочастотному діапазоні ($\omega_0 < 1,6$ рад/с) та з великими амплітудами вимушених коливань (одні–три метри) [5–9]. Як з'ясувалося, їх практичне застосування є ефективним і в інших частотних діапазонах, а саме при $\omega_0 > 1,6$ рад/с (наприклад, при амортизації і поглинанні поздовжніх ударів окремих залізничних платформ та їх зчепів, облаштованих такими пристроями [10–16]).

У запропонованій статті наведено обґрунтування використання коткових віброгасників та амортизаторів у розширеному діапазоні частот. Як раніше вже було наголошено в [1, 2], функціонування вказаних гасників є ефективним при непроковзуванні їхніх коткових елементів відносно відповідних робочих поверхонь. У цьому випадку гасники підтримують потрібну частоту настроювання та повертаються у вихідне до вібробурення положення.

У працях [1, 2] було виведено рівняння динаміки двох віброзахисних систем із котковими гасниками: одна – з роликівим віброгасником, друга – з кульовим. Використовуючи ці рівняння, можна визначити умови, які впливають на реалізацію руху коткових елементів гасників без ковзання. А на основі цих умов показати, що такі гасники можна успішно застосовувати і при $\omega_0 > 1,6$ рад/с.

Постановка задачі

Мета дослідження – визначити обмеження у вигляді нерівностей для величини мінімального коефіцієнта тертя ковзання f між взаємодійними елементами коткових гасників, при якому можлива реалізація чистого кочення ролика або кулі по сферичних виїмках їхніх робочих тіл.

Умови реалізації руху ролика без ковзання в роликівому гаснику

Для віброзахисної системи із роликівим гасником (рис. 1) запишемо рівняння її руху під дією зовнішнього силового періодичного збурення $F(t) = F_0 \sin(\omega_B t)$ із урахуванням дії сил в'язкого опору руху робочого тіла [1, 4]:

$$(1 + \nu)\ddot{x}_1 + \omega_0^2 x_1 + 2n_x \dot{x}_1 + \nu \bar{R}(\dot{\eta}^2 \sin \eta - \ddot{\eta} \cos \eta) = \bar{F}_0 \sin(\omega_B t), \quad (1)$$

$$\cos \eta \ddot{x}_1 = \bar{R} \ddot{\eta} + 2n_\eta \bar{R} \dot{\eta} + g(\sin \eta + \mu \operatorname{sign} \dot{\eta}). \quad (2)$$

Запишемо векторне рівняння руху робочого тіла, в яке входить реакція кінематичної в'язі $\mathbf{R}_B = (R_B^X; 0; R_B^Z)$:

$$m_3 \dot{\mathbf{V}}_3 = \mathbf{R}_B - m_3 g \mathbf{k} - C_3 (\mathbf{V}_3 - \mathbf{V}_1), \quad (3)$$

де $\mathbf{V}_1 = (\dot{x}_1; 0; \dot{z}_1)$ – лінійна швидкість центра мас несучого тіла; $\mathbf{V}_3 = (\dot{x}_3; 0; \dot{z}_3)$ – лінійна швидкість центра мас робочого тіла.

Враховуючи роботу сил в'язкого опору демпфера C_3 , запишемо вираз $C_3 (\mathbf{V}_3 - \mathbf{V}_1)$ через незалежну координату η (див. [1, 2, 5]):

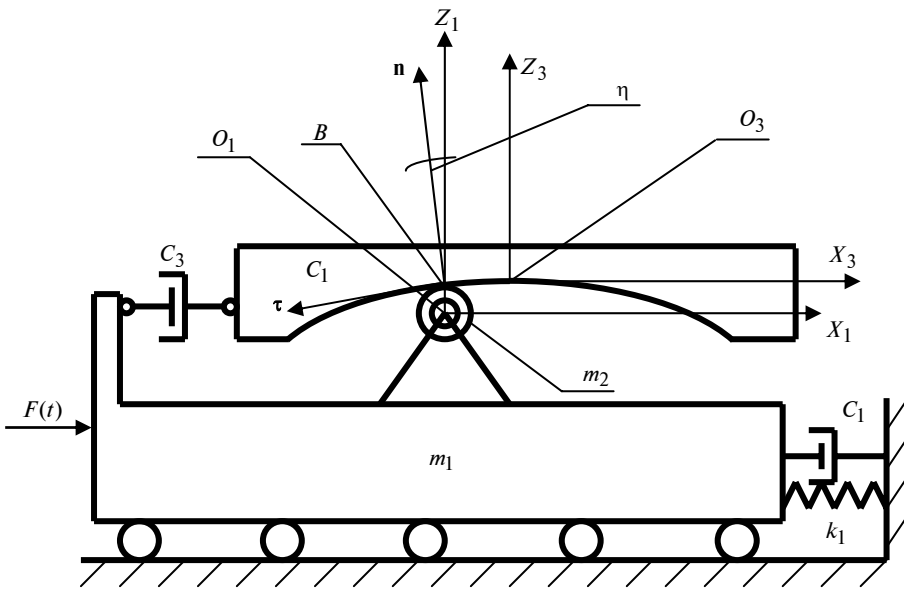


Рис. 1. Принципова схема віброзахисної системи із роликівим гасником

$$C_3(\mathbf{V}_3 - \mathbf{V}_1) = (-C_3 \bar{R} \dot{\eta} \cos \eta; 0; C_3 \bar{R} \dot{\eta} \sin \eta).$$

На основі цього визначимо проекції реакції кінематичної в'язі \mathbf{R}_B на координатні осі OX та OZ відповідно:

$$R_B^X = m_3[\ddot{x}_1 - \bar{R}(\ddot{\eta} \cos \eta - \dot{\eta}^2 \sin \eta)] - C_3 \bar{R} \dot{\eta} \cos \eta, \quad (4)$$

$$R_B^Z = m_3 \bar{R}(\ddot{\eta} \sin \eta + \dot{\eta}^2 \cos \eta) + m_3 g + C_3 \bar{R} \dot{\eta} \sin \eta. \quad (5)$$

Із використанням співвідношень (4) і (5) знайдемо вирази для проекцій реакції \mathbf{R}_B в'язі на нормаль $\mathbf{n} = (\sin \eta; 0; \cos \eta)$ та на дотичну $\boldsymbol{\tau} = (-\cos \eta; 0; \sin \eta)$ до сферичної поверхні виїмки робочого тіла в точці B . Після деяких перетворень дістанемо

$$R_B^N = (\mathbf{R}_B \mathbf{n}) = m_3(g \cos \eta + \ddot{x}_1 \sin \eta + \bar{R} \dot{\eta}^2), \quad (6)$$

$$\begin{aligned} R_B^T &= (\mathbf{R}_B \boldsymbol{\tau}) = \\ &= m_3(g \sin \eta + \bar{R} \ddot{\eta} + 2n_{\eta} \bar{R} \dot{\eta} - \ddot{x}_1 \cos \eta). \end{aligned} \quad (7)$$

Запишемо умову непроковзування ролика відносно сферичної поверхні виїмки робочого тіла гасника:

$$|R_B^T| < f |R_B^N|, \quad (8)$$

де f – коефіцієнт тертя ковзання в точці дотику ролика та сферичної поверхні робочого тіла гасника.

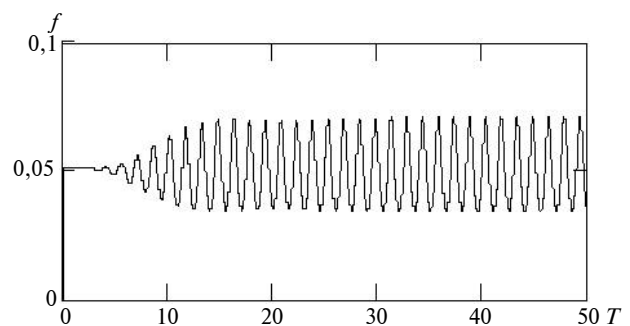
Підставивши вирази (6) і (7) у нерівність (8) та врахувавши рівняння (2), встановимо формулу для визначення мінімально необхідного коефіцієнта сухого тертя f ковзання, при якому забезпечується чисте кочення ролика по сферичній поверхні робочого тіла:

$$f > \frac{|\mu g \cos \eta|}{z(\bar{R}, \eta, \dot{\eta}, \mu, n_{\eta})}, \quad (9)$$

де $z = |g(1 + \mu \sin \eta \operatorname{sign} \dot{\eta}) + \bar{R}(\dot{\eta}^2 \cos \eta + \ddot{\eta} \sin \eta + 2n_{\eta} \dot{\eta} \sin \eta)|$, μ – коефіцієнт тертя у сферичному шарнірі ролика.

Виконаємо числову оцінку величини коефіцієнта сухого тертя f для частоти власних коливань $\omega_0 = 2,5$ рад/с робочого тіла гасника із діапазону частот більш високих, ніж $\omega_0 = 1,6$ рад/с. Інші параметри системи для числового експерименту було вибрано такими: $\bar{R} = 2,65$ м; $n_{\eta} = 0,26$ с⁻¹; $\nu = 0,05$; $n_x = 0,03$ с⁻¹; $\mu = 0,05$; $\bar{F}_0 = 0,05g$.

Із графіка на рис. 2 видно, що для $\omega_0 > 1,6$ рад/с мінімальна величина коефіцієнта сухого тертя f ковзання, яка необхідна для забезпечення чистого кочення ролика, дорівнює $f = 0,071$ і практично не відрізняється від величини коефіцієнта сухого тертя у сферичному шарнірі ролика ($\mu = 0,05$). Єдиною умовою при цьому є така: $f > \mu$. Тому для цього гасника реалізація чистого кочення ролика ви-

Рис. 2. Залежність величини коефіцієнта тертя ковзання f від часу T , с

значається тільки величиною коефіцієнта сухого тертя μ у сферичному шарнірі ролика, що і було очікуваним результатом. За рахунок його зменшення можна досягти зовсім незначних величин коефіцієнта тертя ковзання f , які забезпечують реалізацію чистого кочення ролика по сферичній виїмці робочого тіла гасника.

Якщо не враховувати тертя у сферичному шарнірі ролика (тобто знизити його до нуля $\mu = 0$), нерівність (9) перетвориться на таку: $f > 0$. У цьому випадку чисте кочення ролика по криволінійній поверхні робочого тіла гасника здійснюється при найменшому коефіцієнті тертя f і не залежить від величини частоти власних коливань ω_0 несучого тіла. Це, в свою чергу, означає, що роликові гасники можна застосовувати для віброзахисту несучих об'єктів не тільки у низькочастотному діапазоні, а і в інших діапазонах частот ($\omega_0 > 1,6$ рад/с).

Умови реалізації руху кулі без ковзання у кульовому гаснику

Запишемо рівняння руху віброзахисної системи із кульовим гасником (рис. 3) під дією зовнішнього силового періодичного збурення $F(t)$ із врахуванням сил в'язкого опору [2]:

$$(1 + \nu)\ddot{x}_1 + 2n_x\dot{x}_1 + \omega_0^2 x_1 + 2\nu\bar{R}(\dot{\eta}^2 \sin(\eta) - \dot{\eta} \cos(\eta)) = \bar{F}_0 \sin(\omega t), \quad (10)$$

$$\cos(\eta)\ddot{x}_1 = 2\bar{R}\ddot{\eta} + 4n_\eta \bar{R}\dot{\eta} + g \sin(\eta), \quad (11)$$

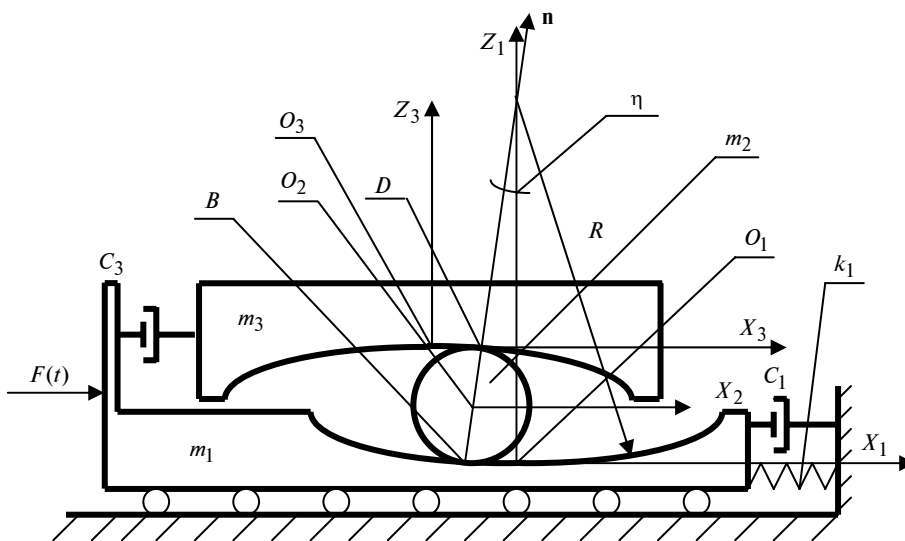


Рис. 3. Принципова схема віброзахисної системи із кульовим гасником

$$\text{де } \nu = \frac{m_3}{m_1}; \quad \bar{F}_0 = \frac{F_0}{m_1}; \quad \omega_0^2 = \frac{k_1}{m_1}; \quad 2n_x = \frac{C_1}{m_1};$$

$$2n_\eta = \frac{C_3}{m_3}; \quad \frac{m_2}{m_1} \rightarrow 0; \quad \frac{m_2}{m_3} \rightarrow 0.$$

При цьому частота власних коливань робочого тіла кульового гасника визначається такою формулою: $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{2\bar{R}}}$, де $\bar{R} = R - r$; R – радіус сферичної виїмки; r – радіус кулі.

Визначимо формулу для величини мінімально необхідного коефіцієнта тертя ковзання, при якому можлива реалізація чистого кочення кулі у сферичній виїмці несучого тіла у точці D . При цьому врахуємо дію в'язких сил опору, які реалізуються повітряним демпфером ($C_3 \neq 0$).

Запишемо векторне рівняння руху робочого тіла, в яке входить реакція кінематичної в'язі \mathbf{R}_D :

$$m_3 \dot{\mathbf{V}}_3 = \mathbf{R}_D - m_3 g \mathbf{k} - C_3 (\mathbf{V}_3 - \mathbf{V}_1), \quad (12)$$

де \mathbf{V}_1 – лінійна швидкість центра мас несучого тіла; \mathbf{V}_3 – лінійна швидкість центра мас робочого тіла.

З рівняння (12) визначимо проєкції реакції кінематичної в'язі \mathbf{R}_D на координатні осі OX і OZ відповідно:

$$R_D^X = m_3 [\ddot{x}_1 - \bar{R}(\ddot{\eta} \cos(\eta) - \dot{\eta}^2 \sin(\eta))] - 2C_3 \bar{R} \dot{\eta} \cos(\eta), \quad (13)$$

$$R_D^Z = m_3 \bar{R} (\ddot{\eta} \sin(\eta) + \dot{\eta}^2 \cos(\eta)) + m_3 g + 2C_3 \bar{R} \dot{\eta} \sin(\eta). \quad (14)$$

Із використанням виразів (13) і (14) знайдемо проєкції реакції \mathbf{R}_D в'язі на нормаль \mathbf{n} і на дотичну $\boldsymbol{\tau}$ до сферичної поверхні виїмки несучого тіла у точці D . Після деяких перетворень отримаємо

$$R_D^N = (\mathbf{R}_D \mathbf{n}) = m_3 (g \cos(\eta) + \ddot{x}_1 \sin(\eta) + 2\bar{R}\dot{\eta}^2), \quad (15)$$

$$R_D^{\tau} = (\mathbf{R}_D \boldsymbol{\tau}) = m_3(g \sin(\eta) + 2\bar{R}\ddot{\eta} + 4n_{\eta}\bar{R}\dot{\eta} - \ddot{x}_1 \cos(\eta)). \quad (16)$$

Запишемо умову непроковзування кулі відносно сферичної поверхні:

$$|R_D^{\tau}| < f |R_D^N|. \quad (17)$$

Підставимо вирази (15) і (16) у нерівність (17) та врахуємо рівняння (11). У результаті встановлюємо, що $R_D^{\tau} = 0$. Тоді формула для визначення мінімально необхідного коефіцієнта тертя, при якому забезпечується чисте кочення кулі по сферичній поверхні несучого тіла, буде мати такий вигляд:

$$f > 0. \quad (18)$$

Отже, при зроблених припущеннях $\left(\frac{m_2}{m_1} \rightarrow 0 \text{ та } \frac{m_2}{m_3} \rightarrow 0\right)$, які мають місце в реальних віброзахисних системах, чисте кочення кулі реалізується при довільному малому коефіцієнті сухого тертя $f > 0$ і не залежить від частоти власних коливань несучого тіла ω_0 . Це означає, що кульові гасники можна використовувати для віброзахисту несучих об'єктів не тільки у низькочастотному діапазоні ($\omega_0 < 1,6$ рад/с), а і в інших діапазонах частот ($\omega_0 > 1,6$ рад/с).

Висновки

У запропонованій статті на прикладі роликових і кульових гасників аналітично обґрунтовано можливість використання коткових віброгасників у широкому діапазоні частот як при $0 < \omega_0 \leq 1,6$ рад/с, так і при $\omega_0 > 1,6$ рад/с.

Ця можливість впливає із основної вимоги, яка висувається при функціонуванні таких гасників: їхні коткові елементи мають рухатись відносно робочих тіл без ковзання.

З використанням рівнянь руху робочих тіл досліджуваних гасників з реакцією кінематичної в'язі знайдено зазначені умови реалізації руху коткових елементів гасників без ковзання. Як з'ясувалось, вони пов'язані з величиною коефіцієнта тертя ковзання f між взаємодіючими тілами (котком і робочим тілом). Для роликового гасника ця умова зводиться до зрозумілого й очікуваного обмеження на величину коефіцієнта тертя μ у його шарнірі: $f > \mu$. Для кульового гасника зазначена умова є зовсім простою: $f > 0$. При цьому знайдені умови не залежать від величини частоти власних коливань ω_0 несучого тіла.

Визначена величина коефіцієнта сухого тертя f цілком може бути забезпечена виготовленням котків із наявних недорогих матеріалів, а саме зі сталі, чавуну, залізобетону.

Наступні наукові розвідки будуть направлені на дослідження динамічної поведінки реальних віброзахисних систем з котковими гасниками у розширеному діапазоні частот.

1. *Legeza V.P.* Dynamics of Vibration Protection Systems with Roller Dampers of Low-Frequency Vibrations // Strength of materials. – 2004. – 36. – P. 185–194.
2. *Legeza V.P.* Dynamics of Vibration Protection Systems with a Ball-Type of Low-Frequency Oscillation Absorber // Ibid. – P. 282–290.
3. *Legeza V.P.* Analytic Determination of the Amplitude-Frequency Characteristic of a Nonlinear Vibration Protection System with Roller Damper // Strength of materials. – 2005. – 37. – P. 214–224.
4. *Legeza V.P.* Dynamic Model and Optimal Setup of a Vibration Protection System // Mechanics of solids. – 2010. – 45. – P. 194–204.
5. *Коренев Б.Г.* Динамические гасители колебаний / Докл. на Междунар. симп. “Виброзащита в строительстве”. – Л.: ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко, 1984. – 2. – С. 7–17.
6. *Кондра М.П., Остроумов Б.В.* Опыт применения динамических гасителей колебаний для виброзащиты башен / Докл. на Междунар. симп. “Виброзащита в строительстве”. – Л.: ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко, 1984. – 2. – С. 33–34.
7. *Остроумов Б.В.* Динамический гаситель колебаний в виде перевернутого маятника с демпфированием // Изв. Высших учебных заведений. – Новосибирск, 2002. – № 9. – С. 36–38.
8. *Остроумов Б.В.* Оснащение высотных сооружений из металла гасителями колебаний // Промышленное и гражданское строительство. – 2002. – № 6. – С. 13–15.
9. *Snowdon J.C.* Vibration and Shock in Damped Mechanical Systems. – N.Y.: John Wiley and Sons, 1968. – 324 p.
10. *Пастушенко В.И.* Динамические воздействия на железобетонные конструкции при перевозке железнодорожных вагонов // Промышленное и гражданское строительство. – 2002. – № 6. – С. 13–15.

- рожным транспортом: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – К.: НИИСК, 1984. – 22 с.
11. Железняков А.Д. Основы расчета и проектирования катковых крепежных устройств для перевозки длиннономерных грузов: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Брянск: БИТМ, 1987. – 20 с.
 12. Манашкин Л.А. Динамика вагонов, сцепов и поездов при продольных ударах: Автореф. дис. ... докт. техн. наук. – Днепропетровск: ДИИТ, 1979. – 42 с.
 13. Малов А.Д. Проблема крепления грузов в вагонах /теоретические и экспериментальные исследования, результаты внедрения/: Автореф. дис. ... докт. техн. наук. – М.: ВНИИЖТ, 1980. – 32 с.
 14. *Legeza V.P.* Application of the Theory of Roller Shock Absorbers to the Vibroprotection of Transport Structures // Strength of materials. – 2006. – 38. – P. 214–219.
 15. *Легеза В.П.* Віброзахист динамічних систем із котковими гасниками. – К.: Четверта хвиля, 2010. – 280 с.
 16. *Патент № 53605, Україна, МПК В60Р 7/06, В60Р 3/40, В61D 45/00.* Пристрій для перевезення довгомірних вантажів залізницею з роликowymi амортизаторами / Легеза В.П., Іванова Ю.І., Легеза Д.В. – Опубл. 11.10.2010; Бюл. № 19.

Рекомендована Радою
Механіко-машинобудівного інституту
НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
28 грудня 2010 року