

УДК 539.43

О.П. Халімон, О.А. Бондарець

ДОСТОВІРНІСТЬ ФЕНОМЕНОЛОГІЧНИХ МОДЕЛЕЙ НАКОПИЧЕННЯ РОЗСІЯНИХ ПОШКОДЖЕНЬ ПРИ СКЛАДНОМУ НАПРУЖЕНОМУ СТАНІ

This paper verifies and determines the reliability and limits of using modern phenomenological models of sparse damages accumulation in structural materials under complex stress state. We conduct the experiments of various metals and provide the data of verifying damage models under tension and torsion for aluminium alloy Д16Т, steels 12Х18Н10Т and 30ХГСА. We analyze four theoretical models (Lemaitre, modified Lemaitre, Bonora, Chandrakanth) and present the experimental evaluation procedure of the damage parameters. We show that the modified Lemaitre's model most precisely describes the kinetics of damage accumulation within the traced loading trajectory. The given model is universal and can be used both for plastic and brittle materials. In addition, all model parameters are defined from the uniaxial tension.

Вступ

В останні десятиліття руйнування при пружно-пластичному деформуванні доволі інтенсивно досліджувалось багатьма авторами. В цій області континуальна механіка пошкоджуваності (КМП) займає центральне місце для опису макроскопічної поведінки матеріалу, включаючи пошкоджуваність, і базується на незворотних механізмах під час деформування. У КМП, основні ідеї якої були сформульовані Л.М. Качановим [1] та Ю.М. Работновим [2], під пошкодженням розуміють сукупність неперервних мікроструктурних змін у матеріалі, викликаних деякими незворотними процесами при термомеханічному, технологічному й експлуатаційному навантаженні. Значною проблемою є відсутність необхідного фізичного обґрунтування моделей (кінетичних рівнянь) і, як наслідок, їх недостатня достовірність, також немає єдиної думки про найбільш об'єктивний метод експериментальної оцінки пошкоджуваності. Залежно від вибраного параметра та способу його індикації ступінь пошкоджуваності одного й того самого матеріалу різний.

На сьогодні є багато моделей накопичення пошкоджень. Але всі вони не враховують складність пружно-пластичного деформування у повному обсязі. За параметр пошкоджуваності, як правило, вибирали скаляр. Більшість моделей перевантажені різноманітними параметрами, які необхідно визначати зі складних експериментів. Найпоширенішим є феноменологічний підхід, який дає змогу аналітично визначити кінетику накопичення пошкоджень. Він детально описаний у працях Ж. Леметра [3–8], Н. Бонора [9–13] та С. Чандракраса [14–15]. Саме ці моделі найчастіше трапляються у літературі. Всі вони більшою чи меншою мірою враховують складний напружений стан.

Постановка задачі

Метою статті є перевірка достовірності сучасних феноменологічних моделей накопичення розсіяних пошкоджень конструкційних матеріалів при складному навантаженні. Для цього на кафедрі динаміки і міцності машин та опору матеріалів НТУУ “КПІ” були проведені експериментальні дослідження на розтяг різних металевих матеріалів, з яких визначалися параметри моделей, а для перевірки ступеня врахування складності навантаження – на кручення.

Теоретичні передумови

Запропоновані моделі зазначених вище авторів мають єдину фізичну сутність, яка поєднує швидкість накопичення пошкоджуваності \dot{D} зі швидкістю вивільнення пружної енергії Y за допомогою потенціалу пошкоджуваності F_D .

Визначення потенціалу пошкоджуваності базується на різноманітних практичних міркуваннях, але не на однозначних аналітичних виразах, так що кінцева форма запису цього потенціалу змінюється від автора до автора. Існує багато форм запису аналітичної форми функції F_D , яка залежить від результатів експериментів і мети використання.

Після детальнішого розгляду моделей можна зробити висновок, що різниця між ними полягає у формі запису потенціалу дисипації, з якого визначається кінетичне рівняння пошкоджуваності, та в параметрах матеріалу.

У загальному вигляді зміна пошкоджуваності може визначатись рівнянням, яке відповідно до статистичної фізики має таку структуру [7]:

$$\frac{dD}{dt} = f(D, q_1, q_2, \dots, q_i),$$

$$i = 1, 2, \dots, k,$$

де f – залежить від D та від деяких інших змінних q_i , які є визначальними для певного процесу. До цих змінних, як правило, належать характеристики напруженого стану, температура, час тощо.

Класична в КМП форма запису кінетичного рівняння накопичення пошкоджень базується на гіпотезі про ступеневу залежність від Y та лінійну від $\dot{\varepsilon}^{(p)}$ і має такий вигляд [13]:

$$\dot{D} = \frac{\partial F_D(Y, \varepsilon^{(p)}, D, \dots)}{\partial Y} \dot{\varepsilon}^{(p)}(1 - D), \quad (1)$$

де $\varepsilon^{(p)}$ – пластична деформація; Y – енергія пружної деформації одиниці об'єму, вивільнена при постійному напруженні:

$$Y = \frac{1}{2} \frac{dW_e}{dD} \Big|_{\sigma=\text{const}} = \frac{1}{2} \frac{d[\sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^{(e)}]}{dD} \Big|_{\sigma=\text{const}} =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^{(e)}}{dD} \Big|_{\sigma=\text{const}}.$$

Використовуючи те, що енергія пружної деформації може бути розділена на енергії формозміни й об'ємного розширення, σ_0 та ε_0 гідростатичні частини тензора напружень і деформацій відповідно, s_{ij} девіаторна частина тензора напружень та еквівалентне напруження за Мізесом σ_{eq} , запишемо вираз для Y в такому вигляді:

$$Y = \frac{\sigma_{eq}^2}{2E(1-D)^2} \left[\frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu) \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{eq}} \right)^2 \right]. \quad (2)$$

Модель Леметра. Потенціал пошкоджуваності, запропонований Ж. Леметром, найбільш простий і зручний у застосуванні, тому що містить мінімальну кількість параметрів, які потрібно знайти, а саме [7]:

$$F_D = \frac{B}{(l+1)(1-D)} \left(\frac{Y}{B} \right)^{l+1}, \quad (3)$$

де B, l – параметри матеріалу.

Із (1) та (3) з використанням (2) загальне визначальне рівняння пошкоджуваності при пластичній течії запишемо так:

$$\dot{D} =$$

$$= \left(\frac{A^2}{2EB} \left[\frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu) \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{eq}} \right)^2 \right] (\varepsilon_i^{(p)})^{2m} \right)^{l+1} \dot{\varepsilon}^{(p)},$$

де A, E, B, m – сталі матеріалу; $\varepsilon_i^{(p)}$ – інтенсивність пластичної деформації.

Ввівши порогове значення деформації пошкоджуваності ε_D

$$\varepsilon < \varepsilon_D \rightarrow \dot{D} = 0$$

і, виконавши інтегрування, маємо

$$D = \left(\frac{A^2}{2EB} \left[\frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu) \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{eq}} \right)^2 \right] \right)^b \times$$

$$\times \frac{1}{2mb+1} [(\varepsilon_i^{(p)})^{2mb+1} - (\varepsilon_{iD}^{(p)})^{2mb+1}]. \quad (4)$$

Цей вираз можна записати у простішій формі, якщо ввести деформацію руйнування ε_R як функцію, що враховує тривісний напружений стан відношення σ_0/σ_{eq} , якому відповідає значення пошкоджуваності при руйнуванні D_R , прийнятому як характеристика матеріалу:

$$\varepsilon = \varepsilon_R \rightarrow D = D_R,$$

$$D_R = \left(\frac{A^2}{2EB} \left[\frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu) \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{eq}} \right)^2 \right] \right)^b \times$$

$$\times \frac{1}{2mb+1} [(\varepsilon_{iR}^{(p)})^{2mb+1} - (\varepsilon_{iD}^{(p)})^{2mb+1}].$$

Визначення параметрів моделі зводиться до кількісної оцінки трьох коефіцієнтів $\varepsilon_R, \varepsilon_D, D_R$, які характеризують певний матеріал. З діаграми кінетики накопичення пошкоджень, яка будується за допомогою методу зміни питомого електроопору [16], визначаємо: 1) порогове значення інтенсивності пластичної деформації $\varepsilon_{iD}^{(p)}$, до якого не виникає пошкоджуваності (у більшості випадків береться рівною де-

формації текучості – $\varepsilon_T = 0,002$); 2) $\varepsilon_{iR}^{(p)}$ – граничне значення інтенсивності пластичної деформації, при якому відбувається руйнування; 3) критичне значення параметра пошкоджуваності D_R . Визначення параметрів моделі з діаграми на розтяг показано на рис. 1.

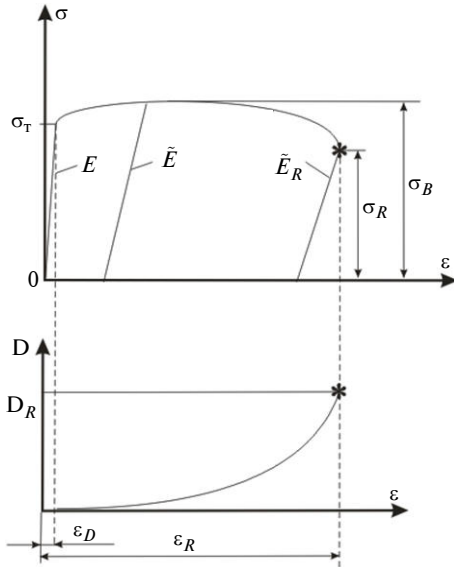


Рис. 1. Визначення параметрів моделі

Апроксимуючи діаграму деформування степеневим законом $\sigma_i = A(\varepsilon_i^{(p)})^m$, отримуємо параметри моделі A та m . Для знаходження параметрів B , b необхідно розв'язати систему з двох рівнянь. Цю систему отримано підстановкою значень параметрів A , m , $\varepsilon_{iD}^{(p)}$, E у вираз (4) і будь-яких двох значень параметра пошкоджуваності D та двох значень пластичної деформації, що відповідають цим значенням з діаграми D - ε (див. рис. 1).

Модифікована модель Леметра (НТУУ «КПІ»). Потенціал пошкоджуваності розглянуто у формі, запропонованій Ж. Леметром. Запишемо рівняння для швидкості вивільнення енергії деформації пошкодженого матеріалу в розгорнутому вигляді:

$$-Y = \frac{1}{2} \left(\frac{1+\nu}{E} \frac{s_{ij}s_{ij}}{(1-D)^2} + \frac{3(1-2\nu)}{E} \frac{\sigma_0^2}{(1-D)^2} \right). \quad (5)$$

Для перетворення зортки девіатора тензора напружень $s_{ij}s_{ij}$ застосоване еквівалентне напруження Писаренка–Лебедева [19]:

$$\sigma_{eq} = \chi \sigma_i + (1-\chi) \sigma_1. \quad (6)$$

Очевидно, що використання критерію Писаренка–Лебедева дає змогу значно розширити можливість застосування моделі на різні за характером класи матеріалів, оскільки еквівалентне напруження у вигляді (6) є узагальненням критеріїв міцності для крихких матеріалів та матеріалів з ознаками пластичного руйнування. Еквівалентне напруження (6) враховує два основні види: відрив та зріз.

Параметр χ , що входить до (6), характеризує ступінь відповідальності за мікроруйнування зсувної деформації, яка створює сприятливі умови для розпушування матеріалів і виникнення тріщин.

Із використанням еквівалентного напруження Писаренка–Лебедева формула (5) набуде вигляду [18]

$$-Y = \frac{\sigma_i^2}{2E(1-D)^2} \times \left[\frac{2}{3}(1+\nu) \left(\chi + (1-\chi) \frac{\sigma_1}{\sigma_i} \right)^2 + 3(1-2\nu) \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_i} \right)^2 \right].$$

Підставивши потенціал пошкоджуваності у вираз (1), та, застосувавши в загальному випадку степеневий закон зміцнення у формі $\sigma_i = A(\varepsilon_i^{(p)})^m$, маємо

$$\frac{dD}{dt} = \left\{ \frac{A^2}{2EB} \left[\frac{2}{3}(1+\nu) \left[\chi + (1-\chi) \frac{\sigma_1}{\sigma_i} \right]^2 + 3(1-2\nu)K^2 \right] (\varepsilon_i^{(p)})^{2m} \right\}^b \frac{\varepsilon_i^{(p)}}{dt}, \quad (7)$$

де A , B , χ , m – сталі матеріалу; $K = \sigma_0/\sigma_i$ – параметр жорсткості навантаження.

Проінтегрувавши вираз (7), отримаємо

$$D = \left(\frac{A^2}{2EB} R \right)^b \frac{1}{2mb+1} [(\varepsilon_i^{(p)})^{2mb+1} - (\varepsilon_{iD}^{(p)})^{2mb+1}],$$

де R – функція впливу виду напруженого стану:

$$R = \frac{2}{3}(1+\nu) \left[\chi + (1-\chi) \frac{\sigma_1}{\sigma_i} \right]^2 + 3(1-2\nu)K^2.$$

Модель Бонора. Потенціал дисипації, необхідний для визначення кінетичного рівняння накопичення пошкоджень, визначено таким рівнянням [9, 13]:

$$F_D = \left[\frac{1}{2} \left(\frac{Y}{S_0} \right)^2 \frac{S_0}{1-D} \right] \frac{(D_R - D)^{(\alpha-1)/\alpha}}{(\varepsilon^{(p)})^{(2+m)/m}},$$

де m – експонента зміцнення матеріалу; S_0 – константа матеріалу; α – експонента пошкоджуваності, яка характеризує форму кривої закону пошкоджуваності. Для заданих величин деформацій і критичного значення пошкодження низькі значення цього коефіцієнта в рівнянні пошкоджуваності означають малу швидкість початкової пошкоджуваності, яка швидко зростає зі збільшенням деформації.

Кінетичне рівняння розвитку пошкоджуваності має вигляд [11]

$$dD = \alpha \frac{(D_R - D_0)^{1/\alpha}}{\ln(\varepsilon_R / \varepsilon_D)} f \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{eq}} \right) (D_R - D)^{(\alpha-1)/\alpha} \frac{d\varepsilon^{(p)}}{\varepsilon^{(p)}},$$

$$f \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{eq}} \right) = \frac{2}{3} (1 + \nu) + 3(1 - 2\nu) \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{eq}} \right)^2.$$

Для випадку пропорційного навантаження рівняння може бути переписане у такому вигляді:

$$D = D_0 + (D_R - D_0) \times \left\{ 1 - \left[1 - \frac{\ln(\varepsilon^{(p)} / \varepsilon_D^{(p)})}{\ln(\varepsilon_R / \varepsilon_D)} f \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{eq}} \right) \right]^\alpha \right\}.$$

Параметр D_0 означає початкову пошкоджуваність матеріалу і в більшості випадків береться рівним нулю. У праці [12] розглянуто випадки, коли цей параметр відмінний від нуля.

Параметр α (експонента пошкоджуваності) визначається за допомогою перетворення кінетичного рівняння пошкоджуваності до вигляду [10]

$$\ln \left(\frac{D_R - D}{D_R} \right) = \alpha \ln \left[\ln \left(\frac{\varepsilon_R}{\varepsilon} \right) \right] - \alpha \ln \left[\ln \left(\frac{\varepsilon_R}{\varepsilon_D} \right) \right].$$

Модель Чандракраса. Швидкість вивільнення енергії деформації пошкодженого матеріалу Y пов'язана з пошкоджуваністю через співвідношення [14]

$$Y = \frac{\sigma_{eq}^2}{2E(1-D)^2} f \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{eq}} \right). \quad (8)$$

Потенціал пошкоджуваності визначається так:

$$F_D = \frac{1}{2} \left(\frac{Y}{S_0} \right)^2 \frac{S_0}{1-D} \left[\frac{1}{(1-D)^m} - (1-D) \right] \dot{\varepsilon}^{(p)},$$

$$\dot{D} = \frac{\partial F_D}{\partial Y} = -\frac{Y}{S_0} \left[\frac{1}{(1-D)^m} - (1-D) \right] \dot{\varepsilon}^{(p)}. \quad (9)$$

Підставивши (8) у (9), маємо

$$\dot{D} = \frac{\sigma_{eq}^2}{2E(1-D)^2} f \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{eq}} \right) \left[\frac{1}{(1-D)^m} - (1-D) \right] \dot{\varepsilon}^{(p)}. \quad (10)$$

Згідно із законом Рамберга–Осгуда

$$\frac{\sigma_{eq}}{(1-D)} = A(\varepsilon^{(p)})^m. \quad (11)$$

Підставивши (11) у (10) та проінтегрувавши, отримуємо [16]

$$D = 1 - \left\{ 1 - [1 - (1 - D_0)^\alpha] \text{Exp} \left[A \frac{\varepsilon^M f \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{eq}} \right) - \varepsilon_o^M}{\varepsilon_R^M - \varepsilon_o^M} \right] \right\}^{1/\alpha},$$

де $A = \ln \left[\frac{D_R}{D_0} \right]$, $\alpha \approx 1$, $M \approx 1$.

Результати експериментальних досліджень та моделювання

Моделі накопичення розсіяних пошкоджень порівнювалися з експериментальними даними, отриманими за двома методиками: зміною питомого електроопору [16] та зміною модуля пружності [17]. Всі параметри моделей визначались із експерименту на одновісний розтяг циліндричних зразків із різних металевих матеріалів. Порівняння теоретичних значень кінетики накопичення пошкоджень із експериментальними для розтягу наведено на рис. 2. Експериментальні дослідження проведено на кафедрі динаміки і міцності машин та опору матеріалів НТУУ "КПІ" на випробувальному стенді УМЕ-10ТМ [16].

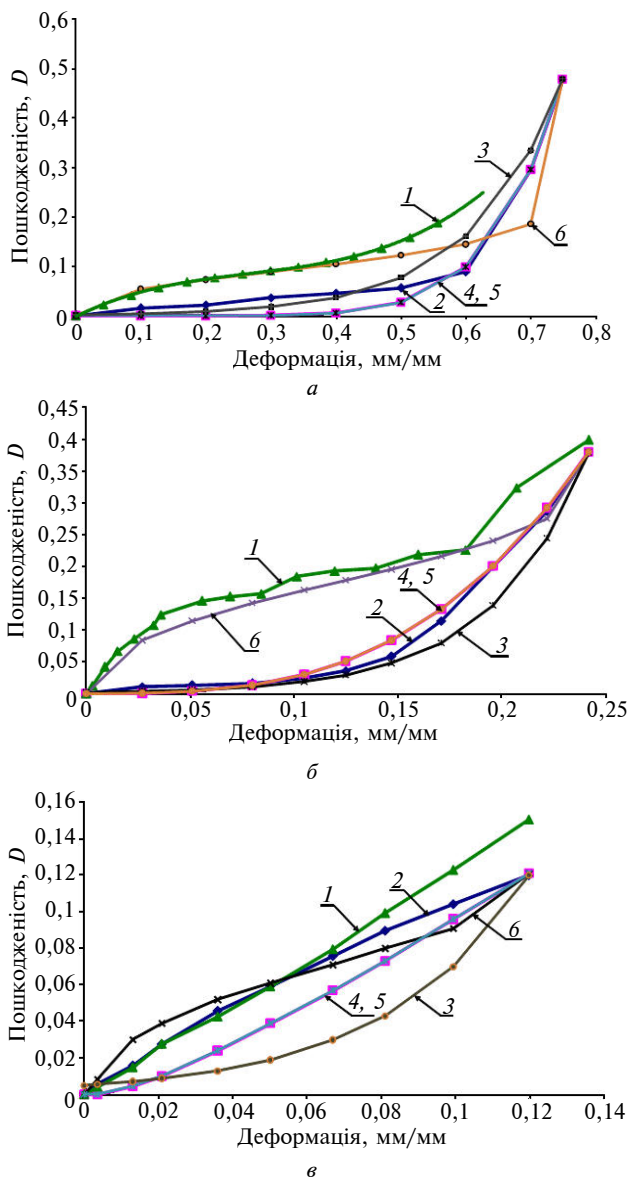


Рис. 2. Залежність параметра пошкоджуваності D від величини пластичної деформації при розтягу для таких металевих матеріалів: a – сталь 12X18H10T; $б$ – сталь 30XГСА; $в$ – алюмінієвий сплав Д16Т; 1 – експеримент (деградація модуля пружності); 2 – експеримент (зміна питомого електроопору); 3 – модель Чандракраса; 4 – модифікована модель Леметра; 5 – класична модель Леметра; 6 – модель Бонора

Під час розрахунків накопичення пошкодження при крученні використано параметри матеріалів, отриманих при випробуванні на розтяг. Результати порівняння експериментальних даних та моделювання наведено на рис. 3, де можна побачити, що лінійна модель кінетики накопичення пошкоджень справедлива для металевих матеріалів, гранична пластичність яких не перевищує 10 %. Для станів матеріалу, які

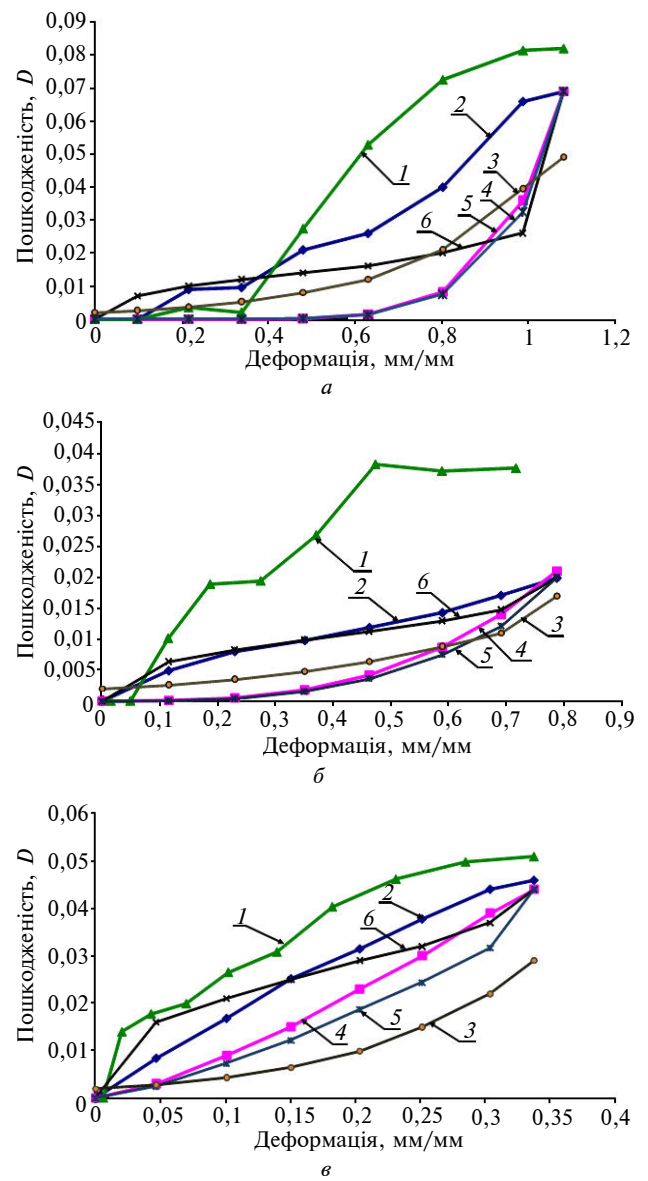


Рис. 3. Залежність параметра пошкоджуваності D від величини інтенсивності пластичної деформації при крученні для таких металевих матеріалів: a – сталь 12X18H10T; $б$ – сталь 30XГСА; $в$ – алюмінієвий сплав Д16Т; 1 – експеримент (деградація модуля пружності); 2 – експеримент (зміна питомого електроопору); 3 – модель Чандракраса; 4 – модифікована модель Леметра; 5 – класична модель Леметра; 6 – модель Бонора

характеризуються більшою пластичністю, необхідно використовувати нелінійну модель накопичення пошкоджень. З рис. 2 і 3 зрозуміло, що найбільшу розбіжність із експериментальними даними показує модель Чандракраса, до того ж чим матеріал пластичніший, тим більше відхилення. Модель Бонора дає завищене значення пошкоджуваності на початковій ділянці деформування та занижене на кінцевій. Стосов-

но моделі Леметра слід зазначити, що її модифікація дала змогу значно розширити можливість її застосування на різні за рівнем пластичності класи матеріалів.

Висновки

Аналіз наведених результатів дав можливість зробити висновок про нелінійний характер накопичення пошкоджень для металевих конструкційних матеріалів. Причому чим матеріал пластичніший, тим більшою мірою виражена нелінійність. З огляду на рис. 2 і 3 можна зробити висновок, що найбільш точно описує кі-

нетику накопичення пошкоджень модифікована модель Леметра, оскільки значення, отримані з її допомогою, найближчі до експериментальних. Ця модель є універсальною і може використовуватись як для пластичних, так і для крихких матеріалів. До того ж усі параметри моделі визначаються з простого експерименту на одновісний розтяг.

Перспективи подальших досліджень у цьому напрямі полягають у розробленні моделі та критерію руйнування із врахуванням параметрів анізотропії, пошкоджуваності та основних факторів складного технологічного й експлуатаційного навантаження.

1. *Kachanov L.M.* Introduction to Continuum Damage Mechanics. – Dordrech: Martinus Nijhoff Publishers, 1986. – 136 p.
2. *Работнов Ю.Н.* Введение в механику разрушения. – М.: Наука, 1987. – 80 с.
3. *Lemaitre J.* A Continuous Damage Mechanics Model for Ductile Fracture // *J. Eng. Mater. Technol.* – N 107. – 1985. – P. 83–89.
4. *Lemaitre J.* A Three-Dimensional Ductile Damage Model Applied to Deep-Drawing Forming Limits // *ICM 4 Stockholm.* – 1983. – 2. – P. 1047–1053.
5. *Lemaitre J.* How to Use Damage Mechanics // *Nucl. Eng. Design.* – N 80. – 1984. – P. 233–245.
6. *Lemaitre J.* A Course on Damage Mechanics. – 2nd ed. – Berlin: Springer, 1996. – 228 p.
7. *Lemaitre J., Desmorat R.* Engineering Damage Mechanics: Ductile, Creep, Fatigue and Brittle Failures. – Berlin: Springer, 2005. – 380 p.
8. *Леметр Ж.* Континуальная модель повреждения, используемая для расчета разрушения пластических материалов // *Теоретические основы.* – 1985. – 107, № 1. – С. 90–97.
9. *Bonora N.* Low Cycle Fatigue Life Estimation for Ductile Metals Using a Nonlinear Continuum Damage Mechanics Model // *Int. J. Struct.* – 1988. – N 35. – P. 1881–1894.
10. *Bonora N.* A Nonlinear CDM Model for Ductile Failure // *Eng. Fract. Mech.* – 1997. – 58. – P. 11–28.
11. *Bonora N., Salvini P., Iacoviello F.* Experimental Identification of Damage Evolution Law in Al-Li 2091 Alloy // *XXV AIAS National Meeting, Galipoli, 1996.* – P. 345–355.
12. *Bonora N.* Identification and Measurement of Ductile Damage Parameters // *J. of Strain Analysis.* – 1999. – 34, N 6. – P. 463–478.
13. *Bonora N., Gentile D., Pirondi A.* Identification of the Parameters of a Non-Linear Continuum Damage Mechanics Model for Ductile Failure in Metals // *J. of Strain Analysis.* – 2004. – 39, N 6. – P. 639–651.
14. *Chandrakanth S., Pandey P.C.* An Isotropic Damage Model for Ductile Material // *Engng. Fract. Mech.* – 1995. – 50. – P. 457–465.
15. *Chandrakanth S., Pandey P.C.* An Exponential Ductile Continuum Damage Model for Metals // *Intern. Journal of Fracture.* – 1995. – 72. – P. 293–310.
16. *Патент України №65499А.* Спосіб визначення кінетики руйнування матеріалів в процесі їх пружно-пластичного деформування / Бобир М.І., Грабовський А.П., Тимошенко О.В.; Опубл. 15.03.2004.; Бюл. № 3.
17. *Грабовський А.П., Тимошенко О.В., Масло О.М., Халімон О.П.* Дослідження кінетики пошкоджуваності в конструкційних матеріалах при складному напруженому стані // *Вестн. НТУУ “КПІ”. Машиностроение.* – 2003. – № 44. – С. 43–47.
18. *Лебедєв А.О., Бобир М.І., Ламашевський В.П.* Механіка матеріалів для інженерів: Навч. посіб. – К.: НТУУ “КПІ”, 2006. – 288 с.
19. *Халімон О.П.* Модель накопичення розсіяних пошкоджень в конструкційних матеріалах при пружно-пластичному навантаженні // *Вестн. НТУУ “КПІ”. Машиностроение.* – 2006. – № 48. – С. 178–182.