

УДК 531.3

О.С. Цибенко

### УЗАГАЛЬНЕНА ФОРМА ЗАКОНУ ЗБЕРЕЖЕННЯ КІЛЬКОСТІ РУХУ В КЛАСИЧНІЙ МЕХАНІЦІ

We obtain the generalized form of the momentum conservation law from the energy conservation law for the closed mechanical system. This form reflects the simultaneous change of speeds and accelerations of forward and rotatory motions under the interaction and loading of finite bodies and meets the condition of power balance of forces and moments. We show that laws of forward and rotatory motions conservation in traditional Newton-Euler representation are particular cases of the formulated generalized form. The obtained results theoretically substantiate the jet propulsion principle without the mass casting-out when creating ‘unsupported’ engines.

#### Вступ

В основі класичної механіки лежать три закони Ньютона [1] і рівняння Ейлера [2]. При цьому закони Ньютона не враховують зміни швидкості обертальних рухів матеріальних тіл скінченних розмірів, а рівняння Ейлера відображає зміну швидкості тільки обертального руху тіла навколо нерухомої осі.

#### Постановка задачі

Метою статті є знаходження узагальненої форми закону збереження імпульсу, що відображає одночасну зміну швидкостей поступального і обертального рухів матеріального тіла.

#### Вихідні положення

Розглянемо замкнуту механічну систему, представлену твердими тілами і матеріальними точками, яка не зазнає змін внутрішнього стану і бере участь лише в механічному (поступальному і обертальному) русі. Для таких систем виконується закон збереження енергії у формі [1]

$$\frac{dE}{dt} = 0, \quad (1)$$

де

$$E = T + U, \quad (2)$$

де  $T$  – кінетична енергія системи, що залежить від узагальнених швидкостей (швидкостей зміни узагальнених координат)  $\dot{q}_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ), тобто  $T = T(\dot{q}_i)$ , а  $U$  – потенційна енергія системи, що залежить тільки від узагальнених координат  $q_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ), тобто  $U = U(q_i)$ .

#### Узагальнений закон збереження поступального й обертального імпульсів

З формули (1) з урахуванням (2) слідує

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \frac{\partial \dot{q}_i}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial q_i} \frac{\partial q_i}{\partial t} = 0. \quad (3)$$

У випадку, коли рух у замкнутій системі не супроводжується зміною потенційної енергії, тобто  $U = \text{const}$  і  $\frac{\partial U}{\partial q_i} = 0$ , з (3) випливає узагальнена форма закону збереження кількості руху

$$\sum_i \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \frac{\partial \dot{q}_i}{\partial t} = 0. \quad (4)$$

Із застосуванням традиційно використовуваних у класичній динаміці лінійних  $\vec{r}$  і кутових  $\vec{\phi}$  координат [2] відобразимо кінетичну енергію системи як

$$T(\vec{r}, \vec{\phi}) = T(\vec{v}, \vec{\omega}) = \frac{1}{2} (\mathbf{M}\mathbf{v}) \cdot \mathbf{v} + \frac{1}{2} (\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}) \cdot \boldsymbol{\omega}, \quad (5)$$

де  $\mathbf{M}$  і  $\mathbf{I}$  – відповідно матриці мас і моментів інерції, а також вектори лінійної та кутової швидкостей елементів системи [3].

При цьому узагальнена форма закону збереження кількості руху (4) запишеться у вигляді рівняння

$$(\mathbf{M}\mathbf{v}) \cdot \mathbf{a} + (\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}) \cdot \boldsymbol{\varepsilon} = 0, \quad (6)$$

що відповідає умові балансу потужностей сил

$$\mathbf{F} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{a} \quad (7)$$

і моментів

$$\mathbf{M}_b = \mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (8)$$

де  $\mathbf{a}$  і  $\boldsymbol{\varepsilon}$  – відповідно лінійні і кутові прискорення елементів системи.

З розгляду (6) випливає, що в замкнутій механічній системі можлива зміна параметрів поступального руху  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{a}$  в результаті:

- 1) зміни інерційних характеристик  $\mathbf{M}$  або  $\mathbf{I}$  системи;
- 2) зміни параметрів обертального руху  $\omega$ ,  $\epsilon$  і навпаки.

Іншими словами, не виконуються закони збереження імпульсу і моменту імпульсу в їх традиційному (Ньютоно–Ейлеровому) поданні [2]

$$\mathbf{P} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{v} = \text{const}, \quad (9)$$

$$\mathbf{L} = \mathbf{J} \cdot \omega = \text{const}, \quad (10)$$

які є, очевидно, окремими випадками узагальненого закону збереження кількості руху (6).

Наочний приклад (рис. 1) показує, що при нецентральной взаємодії тіл, що становлять систему, після обміну імпульсами їхні лінійні швидкості не будуть відповідати таким, яких вимагають закони збереження (9), (10).

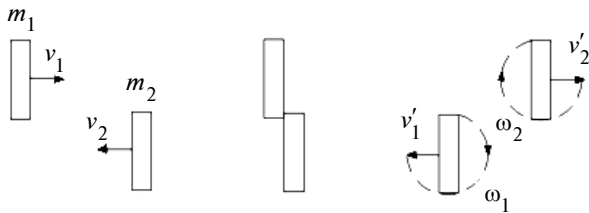


Рис. 1. Система двох тіл при нецентральной взаємодії

Закон збереження імпульсу (9) не виконується через те, що частина “поступальної” швидкості тіл передається на їх обертання навколо центра мас. Взаємодія в цьому випадку супроводжується виникненням прискорень (рис. 2): поступального  $a$  згідно з (7) і обертального  $\epsilon$  згідно з (8).

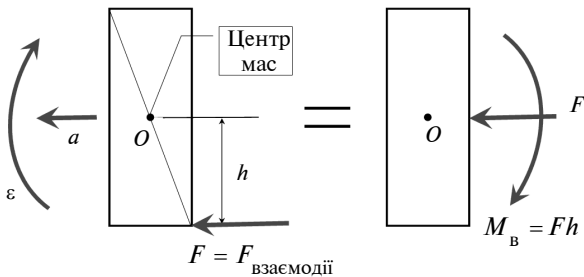


Рис. 2. Силова і кінематична схеми при нецентральной взаємодії тіл

При цьому відбувається перерозподіл вихідної кількості руху (потужності сил і моментів взаємодії) на обертальну і поступальну складові без порушення закону збереження енергії (в даному випадку кінетичної):

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} + \frac{I_1 \omega_1^2}{2} + \frac{I_2 \omega_2^2}{2}. \quad (11)$$

Наочне уявлення про виконання узагальненого закону збереження кількості руху замкнутої механічної системи у формі (6) дає такий приклад (рис. 3).

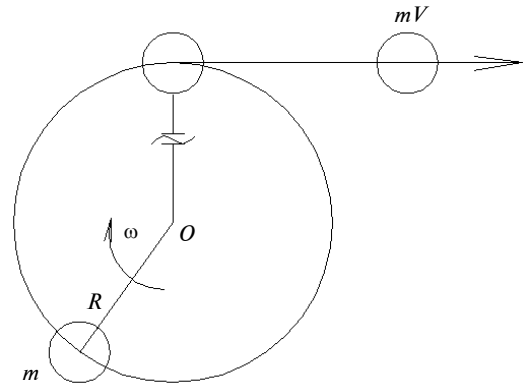


Рис. 3. Перетворення обертального руху маси  $m$  на поступальний при обриві поздовжнього зв'язку

Розглянемо точкову масу  $m$ , що обертається в горизонтальній площині відносно центра  $O$  на плечі (зв'язку) радіуса  $R$  з кутовою швидкістю  $\omega$ . У деякий момент часу радіальний зв'язок зникає.

Згідно з (6), маємо (в абсолютних величинах)

$$(I\omega)\epsilon = (mv)a,$$

де  $\epsilon = \frac{a}{R}$ ,  $\omega = \frac{v}{R}$ ,  $R$  – радіус кола обертання.

В результаті перетворень отримаємо

$$\frac{mR^2}{I} \cdot \frac{v}{R} \cdot \frac{a}{R} = m(v \cdot a), \quad \frac{I\omega}{R} = mv$$

або

$$I\omega = mvR.$$

Таким чином, видно, що обертальний імпульс, який від початку існує в системі, після обриву зв'язку переходить в поступальний, при цьому енергія системи

$$E_1 = T_{\text{оберт}} + \underbrace{U}_{=0} = \frac{I\omega^2}{2}$$

зберігається:

$$E_2 = T_{\text{пост}} + \underbrace{U}_{=0} = \frac{mv^2}{2}.$$

Інакше кажучи,

$$\frac{I\omega^2}{2} = \frac{mR^2}{2} \left( \frac{v}{R} \right)^2 = \frac{mv^2}{2}$$

тобто  $E_1 = E_2$  при  $T_{\text{пост}} = T_{\text{оберт}}$ .

### Висновки

Отримано узагальнену форму (6) законів збереження поступального і обертального імпульсів замкнутої механічної системи, яка слідує із закону збереження енергії (1).

З рівняння (6) можна зробити висновок про принцип оборотності механічних рухів: ме-

ханічні рухи оборотні таким чином, що поступальний рух можна перевести в обертальне і навпаки. Більше того, за допомогою внутрішніх сил замкнутої системи можна, очевидно, змінювати швидкість її центра мас.

Про невиконання законів збереження кількості руху в замкнутих системах у формулах (9), (10) свідчать численні результати експериментів, наведені в працях [4, 5].

Отримані результати є теоретичною основою для створення “безопорних” рушіїв без відкидання маси, які принципово відрізняються від ракетних двигунів [6].

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 1. – М.: Наука, 1973. – 704 с.
2. Павловский М.А. Теоретическая механика. – К.: Техника, 2002. – 468 с.
3. Цыбенко А.С., Конохов А.С. Имитационные динамические модели жидкостных ракет-носителей. – К.: НТУУ “КПИ”, 2008. – 232 с.
4. Турьшев М.В. О движении замкнутых систем, или при каких условиях не выполняется закон сохранения импульса // Естественные и тех. науки. – 2007. – № 3 (29). – С. 28–41.
5. Турьшев М.В. К вопросу о законе сохранения импульса. – М.: ООО “ВЕЛМА”, 2007. – 49 с. – [Деп. в ВИНТИ 12.03.07, №233-В2007].
6. Меньшиков В.А., Дедков В.К. Тайны тяготения. – М.: НИИ КС, 2007. – 332 с.

Рекомендована Радою  
Механіко-машинобудівного інституту  
НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції  
18 травня 2011 року