

УДК 681.5.015.8:519

І.М. Голінко, А.І. Кубрак, В.Г. Трегуб

## СИНТЕЗ ЦИФРОВОЇ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ ЗА ІНТЕГРАЛЬНИМИ ПОКАЗНИКАМИ ЯКОСТІ

This paper considers the optimization algorithm of a digital control system on integrated quality criteria. The algorithm proposed allows performing parametrical synthesis of a digital proportional-integral-derivative control at the integrated quality criteria. Moreover, we calculate the integrated quality criteria of interrelation with character of transients in a control system. We also show the dependence of quality transients on the influence channel. Examples of the algorithm proposed are considered at modeling transients in a control system. Practically, this algorithm can be used by developers of automatic control systems for optimization of control systems.

### Вступ

Сучасна теорія автоматичного керування побудована на використанні моделей елементів систем у вигляді передатних функцій, у першу чергу – дробово-раціональних (можливо, з урахуванням запізнення). Разом із тим доводиться мати справу з об'єктами керування (ОК), де явно виражене просторове розподілення параметрів. Для таких ОК якщо і вдається отримати передатні функції, то вони виявляються трансцендентними [1]. Як вихід, такі ОК пропонується апроксимувати дробово-раціональними передатними функціями, які у певному сенсі еквівалентні відповідним трансцендентним. При цьому, як правило, за критерій еквівалентності (якість апроксимації) покладається близькість перехідних характеристик для "точної" і апроксимуючої моделей. Із врахуванням можливостей сучасних комп'ютерів розрахунок перехідної характеристики числовим інтегруванням системи рівнянь у частинних похідних стає доступним.

Не виключено також, що аналітична модель ОК невідома або містить значну кількість параметрів, які не піддаються надійним кількісним оцінкам (визначення коефіцієнтів тепло- та масообміну, констант хімічних реакцій тощо). Залишається експериментувати з об'єктом. Одним із найпростіших тестів є визначення кривої розгону (реакції на східчастий вхідний сигнал). При цьому необхідно, щоб ОК перед подачею збурення перебував в усталеному режимі. За таких умов крива розгону перераховується в перехідну характеристику (змінною відмітки нуля та діленням ординат на величину стрибка вхідного сигналу). Згладжування та інтерполяція в разі потреби проблеми не становлять [2].

А в чому, власне, необхідність отримання передатної функції? На користь цього підходу

можна навести такі міркування: компактність, відпрацьованість алгоритмів використання моделей такого типу, нарешті, традиційність. До недавнього часу це справді було визначальним. Нині технічні характеристики комп'ютерної техніки відкривають можливість принципово нового підходу до аналізу динамічної поведінки системи автоматичного керування (САК). Зокрема, як базову модель можна використати перехідну або імпульсну характеристику ОК у вигляді масиву її ординат [3, 4]. Єдина умова – цей масив має бути достатньо детальним, щоб відобразити усі особливості ОК.

### Постановка задачі

Метою статті є розроблення алгоритму для дослідження та оптимізації цифрової системи керування за інтегральними показниками якості. Як математичну модель ОК пропонується використати його імпульсну характеристику, яка отримується числовими методами з перехідної характеристики.

### Синтез алгоритму

Розглядається цифрова САК, структурна схема якої подана рис. 1. САК складається з ОК, суматорів і цифрового регулятора (ЦР).

Синтез цифрової САК передбачає вибір числових методів моделювання реакції ОК і ЦР на відповідні вхідні сигнали довільної форми. Домовимося, що ЦР реалізує ПІД-закон регулювання та має вигляд [5]

$$W_p(z) = K \left( 1 + \frac{T}{T_I} \frac{z}{z-1} + \frac{T_D}{T} \frac{z-1}{z} \right), \quad (1)$$

де  $K$ ,  $T_I$ ,  $T_D$  – параметри налагодження ПІД-регулятора (відповідно пропорційна, інтегральна і диференціальна частини налагодження),  $T$  –

період квантування,  $z$  – оператор дискретного зображення. Залежність (1) не має складнощів числової реалізації та може бути подана як (при числовому інтегруванні використано метод прямокутників)

$$x_s = K \left( e_s + \frac{T}{T_I} \sum_{i=0}^{s-1} e_i + T_D \frac{e_s - e_{s-1}}{T} \right). \quad (2)$$

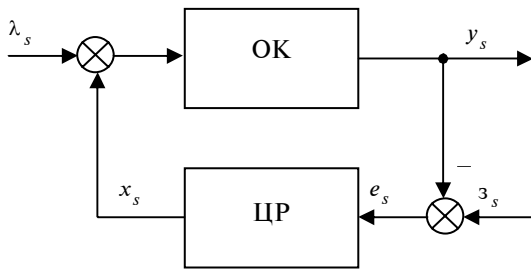


Рис. 1. Структура схема САК:  $z_s$  – сигнал завдання,  $e_s$  – сигнал розузгодження,  $\lambda_s$  – сигнал збурення,  $x_s$  – вихідний сигнал ЦР,  $y_s$  – вихідний сигнал ОК

Реакцію ОК  $y_k$  на вхідний сигнал довільної форми  $x_k$  пропонується визначати з використанням суми дискретної згортки [6]

$$y_s = T \sum_{i=0}^{Nt} x_i g_{s-i}, \quad (3)$$

де  $g_s$  – дискретна імпульсна характеристика (ДІХ) ОК,  $Nt$  – загальна кількість точок спостереження із кроком квантування  $T$ . Залежність (3) дає можливість визначити реакцію цифрового ОК  $y_s$  як суму реакцій  $g_s$  на послідовність вхідних імпульсів  $x_s$ . Графічно це показано на рис. 2. Для наочності значення ДІХ ОК між вузлами лінійно інтерпольовані, хоча ДІХ визначена тільки у вузлах квантування.

Як інтегральні критерії настройки цифрової САК програмно реалізовано [5]

$$I = \begin{cases} T \sum_{s=0}^{Nt} |f|, & Nk = 1, \\ T \sum_{s=0}^{Nt} f^2, & Nk = 2, \\ \frac{T}{Nt} \sum_{s=0}^{Nt} s |f|, & Nk = 3, \\ \frac{T}{Nt} \sum_{s=0}^{Nt} s f^2, & Nk = 4, \end{cases} \quad (4)$$

де  $Nk$  – номер критерію якості, за яким оптимізується САК,

$$f = \begin{cases} e_s, & \text{якщо } e_s > 0 \text{ за каналом } z_s \rightarrow y_s, \\ R \cdot e_s, & \text{якщо } e_s \leq 0 \text{ за каналом } z_s \rightarrow y_s, \\ e_s, & \text{якщо } e_s \leq 0 \text{ за каналом } \lambda_s \rightarrow y_s, \\ R \cdot e_s, & \text{якщо } e_s > 0 \text{ за каналом } \lambda_s \rightarrow y_s. \end{cases} \quad (5)$$

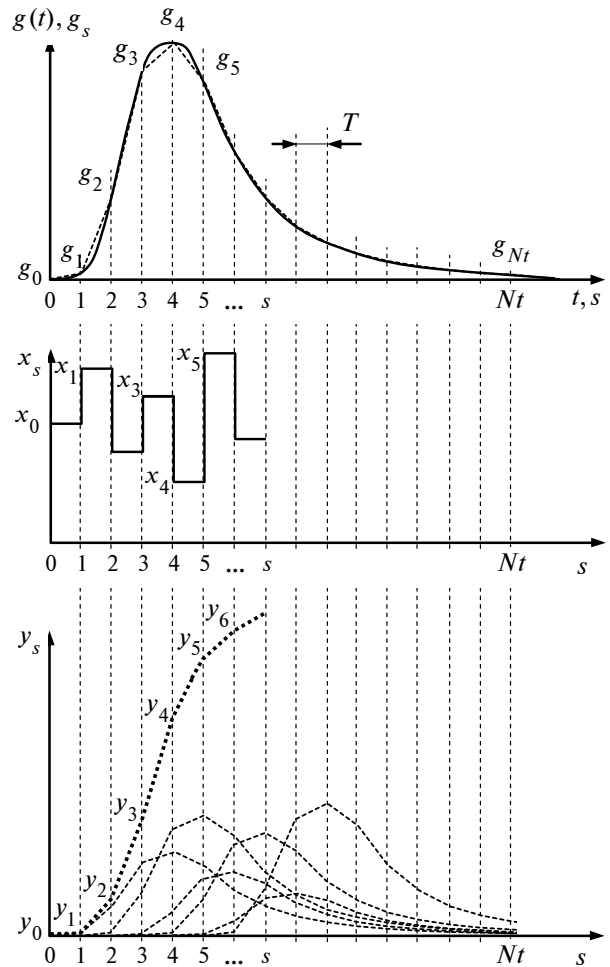


Рис. 2. Схема формування масиву ординат реакції  $y_s$  ОК

При формуванні  $f$  коефіцієнт  $R$  у (5) призначений впливати на величину перерегулювання, а також підсилювати (при  $0 < R < 1$ ) або приглушувати ( $R \geq 1$ ) вплив перерегулювання на формування показника якості  $I$ . Нагадаємо, що  $e_s = z_s - y_s$  і за різними каналами впливу перерегулювання характеризується різним знаком розузгодження, як це показано на рис. 3.

Вибір показника якості (4) для функціонування САК обумовлений такими міркуваннями. Традиційно при настроюванні САК перевагу віддавали опосередкованим показникам якості (кореневим, частотним і, зокрема, інтегральним). Це пояснювалося неможливістю (надто великою трудомісткістю) розрахунку пе-

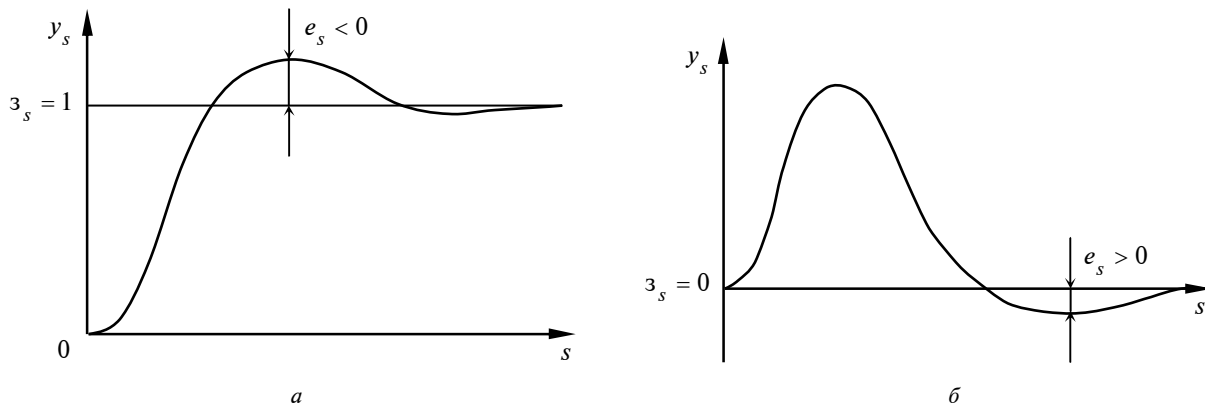


Рис. 3. Наявність перерегулювання в перехідних процесах САК: *a* – за каналом  $z_s \rightarrow y_s$ , *б* – за каналом  $\lambda_s \rightarrow y_s$

рехідної характеристики САК, за якою можна було визначити прямі показники якості (тривалість перехідного процесу, його характер, перерегулювання тощо). Графік перехідної характеристики САК несе в собі максимум необхідної інформації для безпосередньої оцінки процесу керування. Можливості сучасних комп'ютерів дають змогу сумістити переваги прямих показників якості з узагальненням оцінки критерію якості (4). А навіщо чотири варіанти критерію  $Nk$  і параметр  $R$  у (5)? Справа в тому, що для різних ОК значно варіюються додаткові умови у формуванні критерію (4), такі як допустимість і величина перерегулювання, темп зростання сигналу на початковому відрізку перехідного процесу САК (отже, і час існування значних відхилень від заданого рівня) тощо. З цих причин користувачеві надається можливість порівняти між собою (візуально, через зіставлення) графіки оптимальних перехідних характеристик САК, які отримані при різних варіантах  $Nk$ -показника якості (4), і вибрати “кращий серед кращих”. Додаткові можливості варіювати показник (4) надає параметр  $R$  у (5).

Не виключено, що під час комп'ютерної оптимізації САК може виявитись нестійкою. Нестійка САК як “оптимальна” розглядатися не може, для неї будь-який інтегральний показник якості рівний нескінченності. Для стійкої САК (а система, що претендує на статус оптимальної, має бути стійкою) перехідна характеристика має змінюватися в межах від 0 (нульові початкові умови) до нового усталеного значення із деяким перерегулюванням. Ситуація, коли  $|y_s| > 2$ , явно свідчить, що при  $z_s = 1$  система веде себе як нестійка. Ця умова використовується при програмній реалізації запропонованого алгоритму для виявлення налаштувань ЦР нестійкої САК.

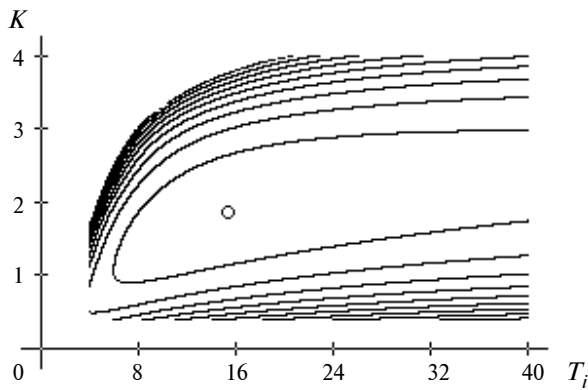
Авторами розроблено програму, яка чисельно реалізує залежності (2)–(5). У програмі ДІХ ( $g_s$ ) отримується числовим диференціюванням перехідної характеристики неперервного ОК із “оцифрованою” для періоду дискретизації  $T$  (див. рис. 2).

Для організації пошуку оптимальної настройки регулятора (при фіксованих значеннях  $Nk$  і  $R$ ) бажано спочатку отримати уявлення про характер поверхні показника  $I$ , скажімо, в просторі параметрів настройки цифрового ПІ-регулятора (або ПІД-регулятора при фіксованому значенні  $T_D$ ). Відповідний алгоритм реалізований у програмі, де передбачена можливість формування зображення поверхні показника  $I$  системою ізоліній. Автоматичний пошук оптимуму (оптимальних значень  $K$ ,  $T_I$ ,  $T_D$  при заданих  $T$ ,  $Nk$ ,  $R$  і ДІХ ОК) програмно реалізовано відповідно до методу Хука–Дживса [7].

Приклад дослідження цифрової САК із використанням розробленої програми продемонстровано нижче. Математична модель ОК у вигляді ДІХ формувалася числовим диференціюванням перехідної характеристики неперервного ОК із передатною функцією:

$$W_{\text{OK}}(p) = \frac{1}{25p^2 + 10p + 1} e^{-2p}. \quad (6)$$

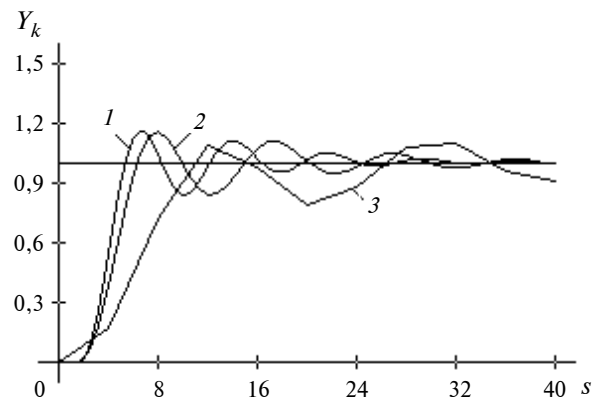
Значення параметрів залежності (6) вибрано довільно. З урахуванням того, що розраховується САК із абстрактним ОК, у подальшому всі настройки ЦР подані безрозмірно. На рис. 4 наведено результати моделювання рельєфу поверхні для критерію (4) ( $R = 1$ ,  $Nk = 2$ ) в координатах  $I = f(K, T_I) \rightarrow \min$  із цифровим ПІ-регулятором ( $T_D = 0$ ,  $T = 1$ ).

Рис. 4. Рельєф поверхні в координатах  $I = f(K, T_I)$ 

Рельєфи поверхні при  $Nk = 1, 3, 4$  мають схожі зображення. Отже, маємо справу із однокстремальною функцією (екстремум — мінімум). Особливістю цієї функції є те, що вона набуває скінченних значень лише в області, де САК є стійкою. Для нестійкої САК показники (4) стають рівними нескінченності, отже, втрачають сенс. У подібній ситуації процес розрахунку припиняється (за означенням  $|y_s| > 2$ ). Це ще раз нагадує про необхідність пошуку оптимуму з початкової точки, де САК принаймні стійка (уявлення про допустиму область дає система ізоліній). У подальших дослідженнях використано математичну модель ОК у вигляді ДІХ, якій відповідає (6).

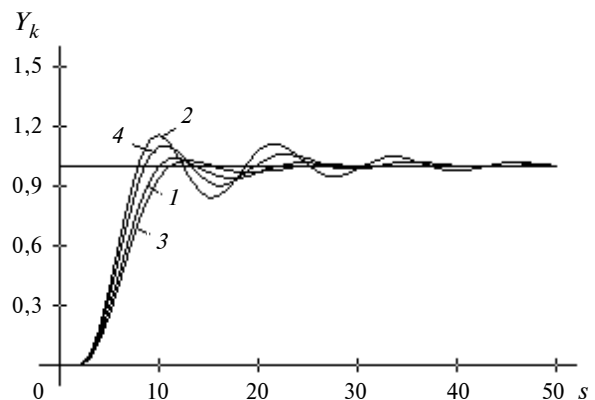
Розглянемо вплив періоду квантування  $T$  в цифровому ПІД-регуляторі на значення оптимальних настройок і на результат оптимізації. На рис. 5 зображені перехідні процеси в цифровій САК за каналом  $z \rightarrow y$  при  $Nk = 2$  ( $R = 1$ ). Оптимальна перехідна характеристика САК (крива 1) знайдена при таких настройках ЦР:  $K = 4,36$ ;  $T_I = 18,33$ ;  $T_D = 2,78$ ;  $T = 0,2$ . Повторимо пошук оптимальної настройки ПІД-регулятора зі збільшенням  $T$ . Отримаємо оптимальний ЦР:  $K = 3,06$ ;  $T_I = 14$ ;  $T_D = 2,89$ ;  $T = 1$ , та криву 2 як оптимальну перехідну характеристику САК. Якщо продовжити збільшення  $T$  — отримаємо перехідну характеристику (крива 3) і настройки ЦР:  $K = 1,44$ ;  $T_I = 9,11$ ;  $T_D = 2,94$ ;  $T = 5$ .

Із графіків видно, що збільшення  $T$  негативно впливає на якість перехідних процесів САК, а сам вплив може бути істотним, і це не підлягає сумніву. Програма дає змогу варіювати  $T$  та оцінювати вплив варіювання на результат оптимізації. Також не слід забувати, що значення вихідного сигналу  $y_s$  для цифрової

Рис. 5. Перехідні процеси в цифровій САК за каналом  $z_s \rightarrow y_s$ 

САК існує у вузлах дискретизації, а між вузлами програма проводить лінійну інтерполяцію.

Також становить інтерес дослідження впливу інтегрального критерію  $Nk$  на якість розв'язків. На рис. 6 показано оптимальні перехідні характеристики САК, знайдені при  $Nk = 1, \dots, 4$  ( $R = 1$ ,  $T = 1$ ) (відповідні криві позначені тими ж цифрами).

Рис. 6. Оптимальні перехідні процеси в САК за каналом  $z_s \rightarrow y_s$ 

Як видно, при  $Nk = 2, 4$  (середньоквадратичний показник якості) САК має чітко виражену схильність до коливань. Решта ( $Nk = 1, 3$ ) дають близькі результати. Зрозуміло, що робити глобальні висновки з одиничного дослідження не варто, однак програма дає можливість оцінити вплив  $Nk$  і  $R$  на результат оптимізації в кожному конкретному випадку (для різних об'єктів і при різних значеннях дискретизації  $T$  ЦР).

Наступна серія кривих демонструє дослідження впливу параметра  $R$  на якість розв'язків. На рис. 7 показано оптимальні перехідні характеристики САК за середньоквадратичним показником якості ( $Nk = 2$ ). Крива 1 отримана

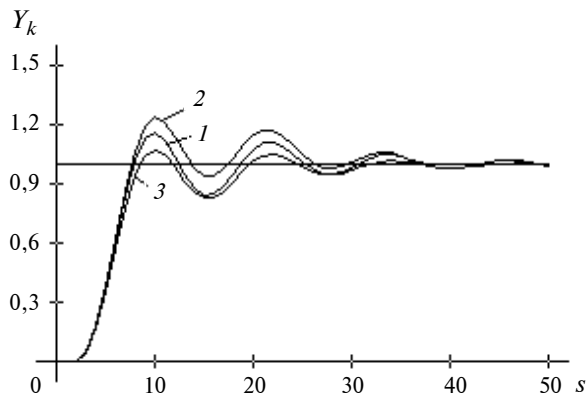


Рис. 7. Оптимальні перехідні процеси в САК за середньо-квадратичним показником якості

при  $R = 1$  із настройками ЦР:  $K = 3,06$ ;  $T_I = 14$ ;  $T_D = 2,89$ ;  $T = 1$ . Крива 2 забезпечується оптимальним ЦР:  $K = 3$ ;  $T_I = 9,22$ ;  $T_D = 3,17$ ;  $T = 1$  при  $R = 0,5$ . Крива 3 отримана із настройками ЦР:  $K = 2,87$ ;  $T_I = 17,22$ ;  $T_D = 2,94$ ;  $T = 1$  при  $R = 2$ . Як видно, множник  $R$  підсилює (при  $0 < R < 1$ ) або приглушує ( $R \geq 1$ ) перерегулювання в перехідних процесах САК.

І, нарешті, для критерію якості (4) ( $Nk = 1$ ,  $R = 1$ ) на рис. 8 показано перехідну характеристику САК (крива 1) за каналом  $\lambda_s \rightarrow y_s$  ЦР:  $K = 2,28$ ;  $T_I = 13,11$ ;  $T_D = 2,72$ ;  $T = 1$ . Звернемо увагу, що даний ЦР оптимізований за каналом  $z_s \rightarrow y_s$ . Якщо САК оптимізувати за каналом  $\lambda_s \rightarrow y_s$ , то як оптимальну отримаємо характеристику (крива 2), яка явно краща від кривої 1. Для САК із кривою 2 має місце ЦР:  $K = 2,89$ ;  $T_I = 5$ ;  $T_D = 3,5$ ;  $T = 1$ .

Отже, коли мова йде про оптимізацію САК, то потрібно чітко усвідомлювати, оптимізація для якого каналу розглядається і за яким критерієм. Інакше результати можуть значно різнитися.

### Висновки

Запропонований алгоритм оптимізації цифрових САК відкриває можливість синтезу ЦР без етапу апроксимації динамічних властивостей ОК. Це дає змогу не тільки зменшити похибку моделювання САК за рахунок виключення етапу апроксимації, а й уникнути суб'єктивності при виборі структури апроксимуючої залежності. Поданий алгоритм оптимізації САК можна використовувати на верхньому рівні супервізорних систем керування як порадник на-



Рис. 8. Оптимальні перехідні процеси в САК за каналом  $\lambda_s \rightarrow y_s$

стройок регуляторів із ПІД-законом керування. При цьому важливу роль відіграє коректний вибір каналу впливу, що визначається вимогами до технологічного процесу.

Слід зазначити, що САК, де застосовується квадратичний критерій якості ( $Nk = 2$ ) має підвищену схильність до коливань. З цих причин, на думку авторів, використання модульних критеріїв ( $Nk = 1, 3$ ) є більш перспективним при синтезі цифрової САК.

Розглянутий алгоритм синтезу цифрової САК за інтегральними критеріями (4) може базуватися на будь-якому числовому методі оптимізації. З урахуванням значної потужності сучасних ПЕОМ час пошуку істотно не зміниться. Основою запропонованого алгоритму є використання закону регулювання (2) та математичної моделі ОК, що базується на (3). Використання непрямих показників якості (4) дає змогу оцінити роботу САК та вибрати той критерій для настроювання системи керування, що буде задовольняти вимоги технологічного процесу.

Сучасні програмно-технічні засоби автоматизації закордонного виробництва поряд із ПІД-законом регулювання пропонують використовувати І-Р-, ПІ-Д-, І-ПД-закони [8, 9]. Налаштування таких програмних регуляторів задаються у вигляді певних емпіричних формул. Наукових методів настроювання таких регуляторів авторами не виявлено.

В подальшому планується використати запропонований алгоритм для синтезу І-Р-, ПІ-Д-, І-ПД-законів регулювання, провести дослідження якості регулювання за інтегральними показниками для цих регуляторів та порівняти їх із класичним ПІД-регулятором.

1. *Жученко А.И., Кубрак Н.А., Голинко И.М.* Динамика объектов с распределенными параметрами: Учеб. пособие. – К.: ЭКМО, 2005. – 122 с.
2. *Кубрак А.И., Жученко А.И., Кваско М.З.* Комп'ютерне моделювання та ідентифікація автоматичних систем: Навч. посіб. – К.: ІВЦ “Вид-во “Політехніка”, 2004. – 424 с.
3. *Голинко І.М., Ковриго Ю.М.* Аналіз гібридної системи керування за імпульсною характеристикою об'єкта // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2010. – № 2. – С. 30–33.
4. *Кубрак А.И., Голинко І.М., Ковриго Ю.М.* Комп'ютерний аналіз АСР за імпульсною характеристикою об'єкта // Нові рішення в сучасних технологіях: Зб. наук. пр. НТУ “ХПІ”. – 2010. – Вип. 57. – С. 128–132.
5. *Дорф Р., Бишон Р.* Современные системы управления / Пер. с англ. Б.И. Копылова. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2002. – 832 с.
6. *Изерман Р.* Цифровые системы управления / Пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 542 с.
7. *Ладієва Л.Р.* Оптимізація технологічних процесів. – К.: ІВЦ “Вид-во “Політехніка”, 2004. – 192 с.
8. *Johnson M.A., Moradi M.H.* PID Control. New Identification and Design Methods. – London: Springer, 2005. – 544 p.
9. *O'Dwyer A.* Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules. – Dublin: Dublin Institute of Technology, 2006. – 546 p.

Рекомендована Радою  
теплоенергетичного факультету  
НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції  
6 жовтня 2011 року