УДК 238.22

С.О. Решетняк, М.Ю. Настенко

ВІДБИТТЯ ПОВЕРХНЕВИХ СПІНОВИХ ХВИЛЬ ВІД МЕЖІ ОДНОВІСНОГО І ДВОХОСЬОВОГО ФЕРОМАГНЕТИКІВ У ПЛАНАРНОМУ МАГНІТНОМУ ПОЛІ

The article investigates the reflection of surface spin waves passing through an interface of uniaxial and biaxial ferromagnets in a planar external magnetic field directed along the hard axis of ferromagnet. The problem is solved in the formalism of spin density based on equations of Landau–Lifshitz in the absence of dissipation in the system. The paper uses geometrical optics formalism to describe the processes of refraction of surface spin waves propagating in the ferromagnetic medium with nonuniform distribution of magnetic parameters as well as quantum mechanical method of calculating the amplitudes of reflection and transmission. We show that spin wave double-refraction effect appears in the interface of uniform ferromagnetic components. Frequency and field dependencies of reflection coefficients obtained for different branches of spin waves showed the ability to manage their relative values by changing frequency and magnitude of external homogeneous magnetic field.

Вступ

Стрімкий прогрес у сфері нанотехнологій і наноелектроніки, що спостерігається протягом останніх десятиліть, викликає необхідність розроблення нових матеріалів і пристроїв, у яких реалізується можливість використання переваг високочастотних хвиль. Зокрема, становить інтерес прикладне використання характерних рис спінових хвиль. Як правило, при теоретичному описі особливостей поширення спінових хвиль традиційно використовується хвильовий підхід, що успішно застосовується, наприклад, для визначення різного роду спектральних характеристик магнітних матеріалів [1–4].

У праці [5] було розраховано показник заломлення об'ємних спінових хвиль, наведено методику застосування ВКБ - наближення для опису поширення об'ємних спінових хвиль в одновісних феромагнетиках, досліджено поведінку об'ємних спінових хвиль на межі розділу двох однорідних одновісних магнетиків з параметрами обмінної взаємодії й одноосьової магнітної анізотропії, що різняться; вивчався вплив параметрів матеріалу на відбивальні характеристики, а також розраховувалися параметри приладів, які можуть бути побудовані на основі отриманих ефектів. Заломлення та відбиття об'ємних спінових хвиль у двохосьовому феромагнетику досліджувалися в праці [6], при цьому найбільш цікаві результати серед феромагнітних матеріалів були отримані при вивченні поширення поверхневих спінових хвиль у магнітодвохосьовому середовищі. Саме в таких системах, наприклад, було виявлено ефект двопроменезаломлення спінових хвиль. Відзначимо, що в праці [6] були розраховані відбивальні характеристики межі однорідних середовищ у зовнішньому магнітному полі, спрямованому уздовж легкої осі, і було відзначено, що в такій конфігурації двопроменезаломлення можливе тільки для поверхневих спінових хвиль.

Тепер ми розглянемо відбивання спінових хвиль у структурі двох однорідних середовищ, одне з яких одновісне, друге — двохосьове, в планарному зовнішньому магнітному полі, спрямованому уздовж важкої осі двохосьового феромагнетика.

Постановка задачі

Розглянемо необмежений феромагнетик, який складається із двох напівнескінченних частин, що контактують уздовж площини xOz. Від'ємним значенням у відповідає одновісний магнетик із значеннями намагніченості насичення M_{01} , параметрів обмінної взаємодії α_1 та одноосьової магнітної анізотропії _{β1}, які безперервно (або кусково-безперервно) і повільно змінюються. А в додатному напрямку осі у розміщений двохосьовий магнетик, який характеризується відповідними параметрами M_{02} , α_2 , β₂ і параметром ромбічної анізотропії ρ₂. Легкі осі магнетиків спрямовані уздовж осі О*z*, а зовнішнє постійне магнітне поле та важка вісь другого магнетика спрямовані уздовж осі Оу. Розрахуємо показники заломлення та коефіцієнти відбиття спінових хвиль у такій структурі.

Основні рівняння для поверхневих спінових хвиль у двохосьовому феромагнетику в планарному магнітному полі

Густина енергії магнетика описаної конфігурації в обмінному (високочастотному) наближенні має вигляд

$$w = \sum_{j=1}^{2} \theta[(-1)^{j} y] w_{j} + A\delta(y) \mathbf{M}_{1} \mathbf{M}_{2}, \qquad (1)$$

де

$$w_1 = \frac{\alpha_1}{2} \left(\frac{\partial m_1}{\partial x_k} \right)^2 - \frac{\beta_1}{2} m_{1z}^2 - H_0 M_{1y}, \qquad (2)$$

$$w_{2} = \frac{\alpha_{2}}{2} \left(\frac{\partial m_{2}}{\partial x_{k}} \right)^{2} - \frac{\beta_{2}}{2} m_{2z}^{2} - \frac{\beta_{2}}{2} (m_{2x}^{2} + m_{2z}^{2}) - H_{0} M_{2y}, \qquad (3)$$

де $\theta(x)$ — східчаста функція Хевісайда; A — параметр, що характеризує обмінну взаємодію в інтерфейсі між півпросторами при x = 0; $\mathbf{M}_j = M_{0j} \mathbf{e}_y + \mathbf{m}_j$, \mathbf{m}_j — малі відхилення намагніченості від основного стану, який відповідає напрямку важкої осі другого магнетика, j = 1, 2.

Будемо використовувати формалізм спінової густини [7], відповідно до якого намагніченість можна подати у вигляді

$$\mathbf{M}_{j}(\mathbf{r},t) = M_{0j} \Psi_{j}^{+}(\mathbf{r},t) \,\boldsymbol{\sigma} \Psi_{j}(\mathbf{r},t), \quad j = 1, 2.$$
(4)

де $\Psi_j(\mathbf{r},t)$ — квазікласичні хвильові функції, що грають роль параметра порядку спінової густини, \mathbf{r} — радіус-вектор декартової системи координат, $\boldsymbol{\sigma}$ — дворядні матриці Паулі.

Принцип найменшої дії приводить до таких рівнянь Лагранжа для Ψ_j за відсутності згасання в системі [7]:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_j(\mathbf{r},t)}{\partial t} = -\mu_0 \mathbf{H}_{ej}(\mathbf{r},t) \boldsymbol{\sigma} \Psi_j(\mathbf{r},t) , \qquad (5)$$

де μ_0 – магнетон Бора, $\mathbf{H}_{ej} = -\frac{\partial w_j}{\partial \mathbf{M}_j} + \frac{\partial}{\partial x_k} \times$

$$\times \frac{\partial w_j}{\partial (\partial \mathbf{M}_j / \partial x_k)}.$$

У рамках лінійної теорії збурень за умови \mathbf{M}_{j}^{2} = const загальний розв'язок рівняння (4) будемо шукати у вигляді

$$\Psi_{j}(\mathbf{r},t) = \exp(i\mu_{0}H_{0}t/\hbar) \cdot \begin{pmatrix} 1\\0 \end{pmatrix} + \exp(i\mu_{0}H_{0}t/\hbar) \cdot \begin{pmatrix} \xi_{j}(\mathbf{r},t)\\\chi_{j}(\mathbf{r},t) \end{pmatrix}, \qquad (6)$$

де $\xi_j(\mathbf{r},t)$, $\chi_j(\mathbf{r},t)$ — малі додатки до елементів функції $\Psi_j(\mathbf{r},t)$, які описують відхилення магнітного моменту від основного стану в першому порядку теорії збурень. За умови $\mathbf{M}_j^2 = \text{const}$ отримуємо співвідношення $\chi = i\xi$, і лінеаризація рівняння (5) з урахуванням (6) приводить до таких рівнянь:

в одновісному середовищі:

$$-\frac{\hbar^2}{(2\mu_0 M_{0j})^2} \frac{\partial^2 \xi_j(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = [\alpha^2 \Delta^2 - 2\alpha (\tilde{H}_{0j} - \beta/2)\Delta + \tilde{H}_{0j} (\tilde{H}_{0j} - \beta)] \xi_j(\mathbf{r}, t), \quad (7)$$

у двохосьовому:

$$-\frac{\hbar^2}{(2\mu_0 M_{0j})^2} \frac{\partial^2 \xi_j(\mathbf{r},t)}{\partial t^2} = [\alpha^2 \Delta^2 - 2\alpha (\tilde{H}_{0j} - \beta / 2 - \rho)\Delta + (\tilde{H}_{0j} - \rho)(\tilde{H}_{0j} - \beta - \rho)]\xi_j(\mathbf{r},t),$$

де $\tilde{H}_{0j} = \frac{H_0}{M_{0j}}$.

На поверхні *z* = 0 має виконуватися гранична умова [8]

$$\frac{\partial \xi_j}{\partial z}(x, y, 0, t) - L_j \xi_j(x, y, 0, t) = 0,$$

де L_j — параметр закріплення спинів на поверхні магнетика. Виділимо ту гілку, яка відповідає поверхневій хвилі. При згасанні в область від'ємних значень осі аплікат амплітуда таких коливань має залежність $e^{k_z z}$, звідки на поверхні маємо $k_{zj} = L_j$. Тоді, застосовуючи перетворення Фур'є ($\chi_j(\mathbf{r},t) \sim e^{k_z z} e^{i(\mathbf{k}_\perp \mathbf{r}_\perp - \omega t)}$), отримуємо з рівняння (7) для поверхневої спінової хвилі, яка експоненціально загасає вглиб магнетика уздовж осі Oz, дисперсійні співвідношення:

в одновісному середовищі:

$$\Omega_1^2 = [\alpha_1(\mathbf{r}_\perp)k_\perp^2(\mathbf{r}_\perp) + \tilde{H}_{01} - \alpha_1(\mathbf{r}_\perp)L_1^2] \times \\ \times [\alpha_1(\mathbf{r}_\perp)k_{1\perp}^2(\mathbf{r}_\perp) - \beta_1(\mathbf{r}_\perp) + \tilde{H}_{01} - \alpha_1(\mathbf{r}_\perp)L_1^2], \quad (8)$$

в двохосьовому:

$$\begin{split} \Omega_2^2 = & [\alpha_2(\mathbf{r}_\perp)k_\perp^2(\mathbf{r}_\perp) - \rho_2(\mathbf{r}_\perp) + \tilde{H}_{02} - \alpha_2(\mathbf{r}_\perp)L_2^2] \times \\ & \times [\alpha_2(\mathbf{r}_\perp)k_{2\perp}^2(\mathbf{r}_\perp) - \rho_2(\mathbf{r}_\perp) - \end{split}$$

$$-\beta_{2}(\mathbf{r}_{\perp}) + \tilde{H}_{02} - \alpha_{2}(\mathbf{r}_{\perp})L_{2}^{2}], \qquad (9)$$

$$\text{де } \Omega_{j} = \frac{\omega\hbar}{2\mu_{0}M_{0j}}, \ \omega - \text{частота}, \ \mathbf{k} = (\mathbf{k}_{\perp}, k_{z}) -$$

хвильовий вектор, $\mathbf{r}_{\perp} = (x, y)$.

Заломлення спінових хвиль

Виходячи з рівнянь (8) і (9), отримуємо

$$\begin{aligned} \alpha(\mathbf{r}_{\perp})k_{1\perp}^{2}(\mathbf{r}_{\perp}) &= \\ &= \alpha(\mathbf{r}_{\perp})L_{1}^{2} + \frac{\beta_{1}(\mathbf{r}_{\perp})}{2} - \tilde{H}_{01} \pm \sqrt{\Omega_{1}^{2} + \frac{\beta_{1}^{2}(\mathbf{r}_{\perp})}{4}}, \\ &\alpha_{2}(\mathbf{r}_{\perp})k_{2\perp}^{2}(\mathbf{r}_{\perp}) = \alpha_{2}(\mathbf{r}_{\perp})L_{2}^{2} + \frac{\beta_{2}(\mathbf{r}_{\perp})}{2} + \rho_{2}(\mathbf{r}_{\perp}) - \\ &- \tilde{H}_{02} \pm \sqrt{\Omega_{2}^{2} + \beta_{2}^{2}(\mathbf{r}_{\perp})/4}. \end{aligned}$$

Якщо довжина спінової хвилі λ задовольняє умову переходу до геометричної оптики

$$\lambda \ll a , \qquad (10)$$

де *а* — характерний розмір наявних у середовищі неоднорідностей, то отримуємо аналог класичного рівняння Гамільтона—Якобі:

$$\left(\nabla_{\perp} s_j\left(\mathbf{r}_{\perp}\right)\right)^2 = n_j^2\left(\mathbf{r}_{\perp}\right), \qquad (11)$$

$$\exists \mathbf{e} \quad \nabla_{\perp} = \mathbf{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{e}_y \frac{\partial}{\partial y}; \quad n_j^2(\mathbf{r}_{\perp}) = \frac{k_j^2(\mathbf{r}_{\perp})}{k_0^2}, \quad k_0 = -$$

значення хвильового числа, наприклад на нескінченності з боку падаючої хвилі. На межі між однорідними одновісним і двохосьовим феромагнетиками отримуємо для показників заломлення

$$n^{\pm} = \frac{\sin\theta_{1}^{\pm}}{\sin\theta_{2}^{\pm}} = \frac{k_{2}^{\pm}}{k_{1}^{\pm}} =$$
$$= \sqrt{\frac{\alpha_{1}}{\alpha_{2}} \frac{\alpha_{2}L_{2}^{2} + \beta_{2}/2 + \beta_{2} - \tilde{H}_{02} \pm \sqrt{\Omega_{2}^{2} + \beta_{2}^{2}/4}}{\alpha_{1}L_{1}^{2} + \beta_{1}/2 - \tilde{H}_{01} \pm \sqrt{\Omega_{1}^{2} + \beta_{1}^{2}/4}}, \quad (12)$$

де θ_1 – кут падіння, θ_2 – кут заломлення.

Граничні умови для феромагнетиків визначаються інтегруванням рівнянь руху магнітного моменту по малому околу межі розділу й прирівнювання результату до нуля при зменшенні радіуса області інтегрування до нуля.

Отримуємо таку систему:

$$[A\gamma(\xi_2 - \xi_1) + \alpha_1 \xi_1']_{y=0} = 0,$$

$$[A(\xi_1 - \xi_2) - \gamma \alpha_2 \xi_2']_{y=0} = 0.$$
(13)

Відзначимо, що у випадку "ідеального" обміну, тобто за відсутності дефекту на межі розділу (це відповідає значенням $A \to \infty$), та однорідної намагніченості насичення отримані вирази переходять у стандартні обмінні граничні умови: $\xi_2 = \xi_1$, $\alpha_1 \xi'_1 = \alpha_2 \xi'_2$.

Відбиття поверхневих спінових хвильна межі розподілу двох неоднорідних двохосьових середовищ

Зіставимо падаючій хвилі функцію $\xi_I = \exp(i(\mathbf{k}_0\mathbf{r} - \omega t))$, відбитій хвилі — функцію $\xi_R = R\exp(i(\mathbf{k}_1\mathbf{r} - \omega t))$, хвилі, що пройшла — функцію $\xi_D = D\exp(i(\mathbf{k}_2\mathbf{r} - \omega t))$, де R — комплексна амплітуда відбиття спінової хвилі від межі розділу, D — амплітуда проходження, \mathbf{k}_0 , \mathbf{k}_1 — хвильові вектори падаючої та відбитої хвиль відповідно, \mathbf{k}_2 — хвильовий вектор хвилі, що пройшла.

Отримаємо вирази для амплітуд відбиття й проходження спінової хвилі, використовуючи граничні умови (13) для $\xi(\mathbf{r},t)$ на межі розділу середовищ. Підставляючи сюди значення $\xi(\mathbf{r},t)$ в експонентній формі, приходимо до таких виразів для амплітуд відбиття й проходження спінової хвилі (знаки "±" опускаємо для спрощення запису):

$$R = \frac{-iA(\alpha_1\cos\theta_1\sqrt{n^2 - \sin^2\theta_1} - \frac{-iA(\alpha_1\cos\theta_1 - \alpha_2\gamma^2\sqrt{n^2 - \sin^2\theta_1})}{k_0\alpha_1\alpha_2\gamma\cos\theta_1\sqrt{n^2 - \sin^2\theta_1} - \frac{-iA(\alpha_1\cos\theta_1 + \alpha_2\gamma^2\sqrt{n^2 - \sin^2\theta_1})}{(14)}$$

$$D = \frac{-2iA\alpha_1\cos\theta_1}{k_0\alpha_1\alpha_2\gamma\cos\theta_1\sqrt{n^2 - \sin^2\theta_1}} - \frac{-iA(\alpha_1\cos\theta_1 + \alpha_2\gamma^2\sqrt{n^2 - \sin^2\theta_1})}{(\alpha_1\cos\theta_1 + \alpha_2\gamma^2\sqrt{n^2 - \sin^2\theta_1})}$$

Обговорення результатів

На рис. 1 зображена залежність інтенсивності відбиття $I_{R^+} = |R^+|^2$ від частоти поверхневої спінової хвилі при характерних значеннях параметрів матеріалу для ферит-гранатів. Добре видно, що підбором параметрів матеріалу можна досягти необхідного співвідношення



Рис. 1. Залежність коефіцієнта відбиття $|R^+|^2$ від частоти спінової хвилі ω при $\alpha_1 = 10^{-11}$ см², $\alpha_2 = 3 \cdot 10^{-11}$ см², $\beta_1 = 10$, $\beta_2 = 15$, $\rho_2 = 2$, $L_1 = 10^6$ см⁻¹, $L_2 = \frac{1}{2} \cdot 10^6$ см⁻¹, $M_{01} = 100$ Гс, $M_{02} = 105$ Гс, $A = 10^7$, $\theta = \pi / 80$, $H_0 = = 5000$ Е

інтенсивностей відбитої хвилі й хвилі, що пройшла, для вибраної частоти. Крім того, як випливає з рис. 2, інтенсивність відбиття істотно залежить від величини зовнішнього однорідного магнітного поля, що дає можливість керувати інтенсивністю відбитої хвилі в широких межах зміною лише значення зовнішнього маг



Рис. 2. Залежність коефіцієнта відбиття $|R^+|^2$ від зовнішнього магнітного поля H_0 при $\alpha_1 = 10^{-11}$ см², $\alpha_2 = 1,8 \cdot 10^{-11}$ см², $\beta_1 = 10$, $\beta_2 = 15$, $\rho_2 = 2$, $L_1 = 10^6$ см⁻¹, $L_2 = 5 \cdot 10^5$ см⁻¹, $M_{01} = 100$ Гс, $M_{02} = 105$ Гс, $A = 10^7$, $\theta = \pi / 80$, $\omega = 3, 6 \cdot 10^{10}$ с⁻¹

нітного поля при фіксованих параметрах матеріалу.



Рис. 3. Залежність коефіцієнта відбиття $|R^{-}|^{2}$ від частоти спінової хвилі ω при $\alpha_{1} = 10^{-11}$ см², $\alpha_{2} = 1,5 \times \times 10^{-11}$ см², $\beta_{1} = 10$, $\beta_{2} = 15$, $\rho_{2} = 2$, $L_{1} = 10^{6}$ см⁻¹, $L_{2} = 10^{6}$ см⁻¹, $M_{01} = 100$ Гс, $M_{02} = 105$ Гс, $A = 10^{7}$, $\theta = \pi / 80$, $H_{0} = 1200$ Е



Рис. 4. Залежність коефіцієнта відбиття $|R^+|^2$ від від зовнішнього магнітного поля H_0 при $\alpha_1 = 10^{-11} \text{ см}^2$, $\alpha_2 = 10^{-11} \text{ см}^2$, $\beta_1 = 10$, $\beta_2 = 15$, $\rho_2 = 2$, $L_1 = \frac{1}{2} \cdot 10^7 \text{ см}^{-1}$, $L_2 = 10^7 \text{ см}^{-1}$, $M_{01} = 100 \text{ Гс}$, $M_{02} = 105 \text{ Гс}$, $A = 10^7$, $\theta = \pi / 80$, $\omega = 10^{11} \text{ c}^{-1}$

На рис. 3 і 4 наведені залежності інтенсивності відбиття $I_{R^-} = |R^-|^2$ від частоти поверх-

невої спінової хвилі й величини зовнішнього магнітного поля при значеннях параметрів матеріалу, що допускають існування цієї гілки спінових хвиль.

Відзначимо також, що, як видно з рисунків, можна в широких межах керувати відносною інтенсивністю окремих гілок спінових хвиль за рахунок зміни зовнішнього магнітного поля або частоти хвилі без зміни магнітних параметрів середовища.

Висновки

У рамках ВКБ-наближення, застосованого до випадку поширення поверхневих спінових хвиль у двохосьових феромагнетиках, показано, що на межі розділу одновісного та двохосьового однорідних середовищ проявляється ефект двопроменезаломлення спінової хвилі. При цьому кожна із двох гілок має свій вигляд коефіцієнта відбиття спінової хвилі від межі розділу середовищ, що дає змогу досягти необхідного співвідношення інтенсивностей перетнувших межу хвиль, які відповідають різним гілкам, аж до повного виключення однієї з гілок. У двохосьових феромагнітних структурах можливість досягнення будь-якого значення коефі-

- 1. *J.Y. Gan et al.*, "Spin wave theory for antiferromagnetic XXZ spin model on a triangle lattice in the presence of an external magnetic field", Physical Review B, vol. 67, no. 14, p. 4427, 2003.
- 2. *M. Buchmeier et al.*, "Spin waves in magnetic double layers with strong antiferromagnetic interlayer exchange coupling: Theory and experiment Phys", Ibid, no. 18, p. 4404, 2003.
- 3. *J. Fransson et al.*, "Theory of spin filtering through quantum dots", Ibid, no. 20, p. 5310, 2003.
- V.P. Antropov, "The exchange coupling and spin waves in metallic magnets: removal of the long-wave approximation", J. of Magnetism and Magnetic Mat., vol. 262, pp. 192–197, 2003.

цієнта відбиття для вибраної частоти зміною тільки величини зовнішнього магнітного поля за фіксованих параметрів матеріалу існує лише при великих значеннях параметра обміну в інтерфейсі, а при зменшенні цього параметра відбиття хвиль стає превалюючим над проходженням і значення максимуму амплітуди проходження хвилі зменшується, прямуючи до нуля при $A \to 0$.

Виявлені закономірності можуть бути успішно використані при розробленні приладів спінхвильової мікроелектроніки і як фільтри, і як спінхвильові аналоги оптичних пристроїв. Зокрема, наведені розрахунки дають можливість побудувати лінзи або дзеркала зі змінною фокусною відстанню та змінною відбивною здатністю, керувати властивостями яких можна за допомогою зовнішнього магнітного поля.

У подальшому доцільно дослідити поведінку поверхневих спінових хвиль залежності від напрямку зовнішнього магнітного поля, а також аналітично визначити залежність відношення інтенсивностей окремих гілок спінових хвиль від величини зовнішнього магнітного поля.

- Горобец Ю.И., Решетняк С.А. Отражение и преломление спиновых волн в одноосных магнетиках в приближении геометрической оптики // ЖТФ. 1998. 68, № 2. С. 60–63.
- Решетняк С.А. Преломление поверхностных спиновых волн в пространственно неоднородных ферродиэлектриках с двуосной магнитной анизотропией // Физика твердого тела. – 2004. – 46, № 6. – С. 1031–1037.
- Барьяхтар В.Г., Горобец Ю.И. Цилиндрические магнитные домены и их решетки. – К.: Наук. думка, 1988. – 168 с.
- 8. Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Спиновые волны. М.: Наука, 1967. 368 с.

Рекомендована Радою фізико-математичного факультету НТУУ "КПІ" Надійшла до редакції 15 травня 2012 року