

## ПРИЛАДОБУДУВАННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНА ТЕХНІКА

УДК 629.735

О.В. Збруцький, В.В. Бурнашев

### ТОЧНІСТЬ НАВІГАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ ДЛЯ АВТОМАТИЧНОЇ ПОСАДКИ БЕЗПІЛОТНОГО ЛІТАКА

The paper aims at solving the issue of defining the navigation system exactitude to fulfill unmanned airplane automatic touchdown on landing gear. Trajectories of automatic touchdown are designed. The mode of the autoflare program shaping comprising rigid and free parts is proposed. It permits to reduce an air part of landing distance and to improve the stabilization quality. In view of a flare path shaping mode performances limitations of navigation and attitude system as inequalities containing measurement errors and errors of stabilization of motion parameters are obtained. Based on their performances, characteristics of navigational system for FAKS-1 unmanned airplane are calculated. Furthermore, we model the unmanned airplane automatic touchdown controlled by navigational system signals.

#### Вступ

Найбільш ефективним способом організації посадки безпілотного літака є повністю автоматичне приземлення на шасі з використанням тільки бортових інформаційних засобів [1]. Його реалізація можлива при забезпеченні високої точності стабілізації траєкторії приземлення в умовах вітрових й інформаційних збурень. Точність стабілізації залежить від характеристик бортової системи навігації та орієнтації.

Нині на ринку наявні системи навігації і орієнтації, які задовольняють масогабаритні й вартісні обмеження малорозмірних безпілотних літаків [2]. При цьому невідомо, чи здатні вони забезпечити точність керування, необхідну для успішної автоматичної посадки літака на шасі.

#### Постановка задачі

Розглянемо задачу визначення вимог до точності системи навігації та орієнтації для автоматичної посадки безпілотного літака на шасі.

#### Траєкторія автоматичного приземлення літака

Форма траєкторії приземлення і закони її формування багато в чому визначають значення параметрів руху літака в момент дотику [3]. Обмеження на ці значення зумовлені можливістю пошкодження планера або корисного навантаження, а також створення небезпеки для персоналу й устаткування аеродрому.

Алгоритми систем керування автоматичним приземленням, які використовують тільки бортові інформаційні засоби, побудовані на основі вільних експонентних траєкторій вирівнювання [4]. Вертикальна швидкість  $\dot{H}_3$  при цьому задається пропорційно поточній висоті  $H$ :

$$\dot{H}_3 = -\frac{H + H_{ac}}{T_e}, \quad (1)$$

де  $H_{ac}$  – глибина залягання асимптоти експоненти;  $T_e$  – стала часу експоненти.

Можна показати, що мінімальна довжина всієї повітряної ділянки посадкової дистанції відповідає мінімальній висоті початку вирівнювання по траєкторії (1) [5]. При цьому висота початку вирівнювання обмежується допустимим перевантаженням, ефективністю й граничними відхиленнями керма висоти, а також часом перехідного процесу в системі. Крім того, недоліком цього способу є значний розкид місця дотику за наявності збурень.

Скорочення повітряної ділянки посадкової дистанції може бути досягнуто формуванням вертикальної швидкості таким способом:

$$\dot{H} = -b\ddot{H} - c(H + H_{ac}), \quad (2)$$

де  $b, c$  – константи, що визначають форму траєкторії.

Рух центра мас літака в цьому випадку відбувається по лінії, яка являє собою суму двох експонент із асимптотою, що лежить нижче злітно-посадкової смуги (ЗПС):

$$H(t) = H_0 + \frac{H_0 \dot{H}_0 (4e^{\lambda_1 t} - e^{2\lambda_1 t} - 3)}{\dot{H}_0 - \dot{H}_d - 2\sqrt{\dot{H}_0^2 - \dot{H}_0 \dot{H}_d}}, \quad (3)$$

де  $\lambda_1$  – крутість експоненти:  $\lambda_1 = \frac{\dot{H}_0 - \dot{H}_d}{2H_0} - \frac{2\sqrt{\dot{H}_0^2 - \dot{H}_0 \dot{H}_d}}{2H_0}$ ;  $H_0$  і  $\dot{H}_0$  – висота й вер-

тикальна швидкість початку вирівнювання відповідно;  $\dot{H}_d$  – вертикальна швидкість дотику.

Формування траєкторії описаної конфігурації припускає можливість використання, крім інформації про висоту польоту, інформації про поточне вертикальне прискорення:

$$\dot{H}_3(t) = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{\lambda_1} \ddot{H} + 2\lambda_1 H + 2\dot{H}_0 + \dot{H}_d + 2\sqrt{\dot{H}_0^2 - \dot{H}_0 \dot{H}_d} \right). \quad (4)$$

Це дає можливість підвищити динамічну точність керування порівняно з використанням замість сигналів поточного вертикального прискорення  $\ddot{H}$  відповідної функції часу. Якщо використовувати програмне вертикальне прискорення, закон керування (3) матиме вигляд

$$\dot{H}_3(t) = \frac{1}{3} (2\lambda_1 H + 2\dot{H}_0 (1 - e^{2\lambda_1 t} + e^{\lambda_1 t}) + \dot{H}_d + 2\sqrt{\dot{H}_0^2 - \dot{H}_0 \dot{H}_d}). \quad (5)$$

Час вирівнювання  $t_{d2}$  за траєкторією, сформованою двома експонентами (2)–(5)

$$t_{d2} = \frac{2H_0}{\dot{H}_0 - \dot{H}_d - 2\sqrt{\dot{H}_0^2 - \dot{H}_0 \dot{H}_d}} \ln \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{\dot{H}_d}{\dot{H}_0}} \right) \quad (6)$$

для будь-яких початкових висот  $H_0$  і співвідношень вертикальних швидкостей:  $0 < \frac{\dot{H}_d}{\dot{H}_0} < 1$ ,

менший за час вирівнювання  $t_{d1}$  за традиційною вільною траєкторією (1). Відношення  $\frac{t_{d1}}{t_{d2}}$

залежить тільки від відношення  $\frac{\dot{H}_d}{\dot{H}_0}$  (рис. 1).

У сенсі зменшення часу вирівнювання задавати висоту як суму двох експонент тим вигідніше порівняно з однією експонентою, чим менше відношення вертикальної швидкості дотику ЗПС до вертикальної швидкості початку вирівнювання  $\frac{\dot{H}_d}{\dot{H}_0}$ . Розрахунки показують,

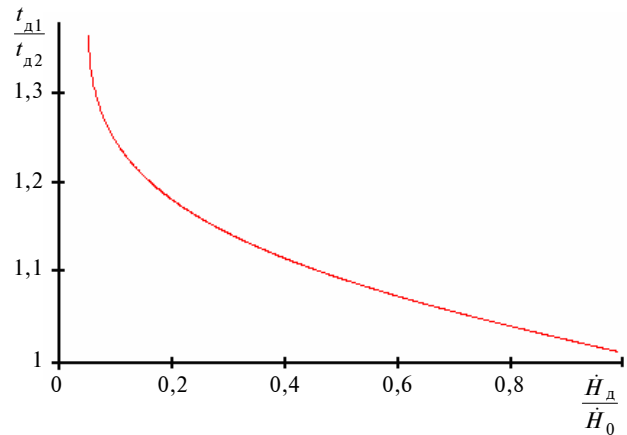


Рис. 1. Відношення часу вирівнювання за експонентною траєкторією до часу вирівнювання за траєкторією, формованою двома експонентами

що, використовуючи траєкторію (2)–(5), дистанцію вирівнювання можна скоротити на 25 % порівняно з дистанцією траєкторії (1).

### Обмеження на похибки системи навігації й орієнтації

Знайдемо параметри розглянутої траєкторії вирівнювання з урахуванням неточності інформації, що надходить від системи навігації та орієнтації.

У випадку завдання траєкторії вирівнювання у вигляді суми двох експонент (2)–(5) висота буде змінюватися відповідно до закону

$$H(t) = H_3 + \Delta H = \frac{(H_0 + f_{H0})(4e^{\lambda_{13}t} - e^{2\lambda_{13}t} - 3)}{1 - \frac{\dot{H}_d}{\dot{H}_0 + f_{\dot{H}0}} - 2\sqrt{1 - \frac{\dot{H}_d}{\dot{H}_0 + f_{\dot{H}0}}}} + H_0 + f_{H0} + \Delta H, \quad (7)$$

де  $\Delta H$  – похибка стабілізації висоти;  $f_{H0}$ ,  $f_{\dot{H}0}$  – похибки вимірювання висоти й вертикальної швидкості в момент початку вирівнювання;

$$\lambda_{13} = - \frac{1 - \frac{\dot{H}_d}{\dot{H}_0 + f_{\dot{H}0}} - 2\sqrt{1 - \frac{\dot{H}_d}{\dot{H}_0 + f_{\dot{H}0}}}}{2(H_0 + f_{H0}) / (\dot{H}_0 + f_{\dot{H}0})} \quad (8)$$

позначає крутість, що буде використовуватися для формування траєкторії за наявності похибок вимірювання.

Час дотику ЗПС  $t_d$  знайдемо з умови  $H(t_d) = 0$ . Тоді  $e^{\lambda_{13}t_d}$  – корінь квадратного рівняння

$$\begin{aligned} & - (H_0 + f_{H0})(\dot{H}_0 + f_{\dot{H}0})e^{2\lambda_{13}t_d} + \\ & + 4(H_0 + f_{H0})(\dot{H}_0 + f_{\dot{H}0})e^{\lambda_{13}t_d} - 2(H_0 + f_{H0}) \times \\ & \times (\dot{H}_0 + f_{\dot{H}0}) - (H_0 + f_{H0} + \Delta H_d) \times \\ & \times (\dot{H}_d + 2\sqrt{(\dot{H}_0 + f_{\dot{H}0})^2 - (\dot{H}_0 + f_{\dot{H}0})\dot{H}_d}) + \\ & \Delta H_d(\dot{H}_0 + f_{\dot{H}0}) = 0, \end{aligned}$$

де  $\Delta H_d$  – похибка стабілізації висоти в момент дотику.

Після перетворень дискримінанта рівняння знайдемо вираз для часу дотику (6) з урахуванням похибок вимірювання:

$$\begin{aligned} t_d = \frac{1}{\lambda_{13}} \times \\ \times \ln \left[ 2 - \frac{\left( (H_0 + f_{H0} + \Delta H_d) \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{\dot{H}_d}{\dot{H}_0 + f_{\dot{H}0}}} \right) - \frac{\Delta H_d}{H_0 + f_{H0}} \right)^{\frac{1}{2}}}{H_0 + f_{H0}} \right] \end{aligned} \quad (9)$$

Вертикальна швидкість центра мас літака, що формує висоту вирівнювання як суму двох експонент, буде задаватися з похибками:

$$\begin{aligned} \dot{H}_{32}(t) = \frac{1}{3}\dot{H}_d + \frac{1}{3\lambda_{13}}(\ddot{H} + f_{\ddot{H}}) + \frac{2}{3}(\lambda_{13}(H + f_H) + \\ + \dot{H}_0 + f_{\dot{H}0} + \sqrt{(\dot{H}_0 + f_{\dot{H}0})^2 - (\dot{H}_0 + f_{\dot{H}0})\dot{H}_d}), \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{H}_{33}(t) = \frac{1}{3}\dot{H}_d + \frac{2}{3}(\lambda_{13}(H + f_H) + \\ + (\dot{H}_0 + f_{\dot{H}0})(1 - e^{2\lambda_{13}t} + e^{\lambda_{13}t}) + \\ + \sqrt{(\dot{H}_0 + f_{\dot{H}0})^2 - (\dot{H}_0 + f_{\dot{H}0})\dot{H}_d}), \quad (11) \end{aligned}$$

де  $f_{\ddot{H}}$  – похибка вимірювання вертикального прискорення;  $\dot{H}_{32}(t)$  відповідає закону (4), а  $\dot{H}_{33}(t)$  – закону (5).

У виразі  $\dot{H}_{32}(t)$  (10) поточну висоту й вертикальне прискорення подамо у вигляді суми функцій, що задаються, і похибок стабілізації:

$$H = H_3 + \Delta H; \quad \ddot{H} = \ddot{H}_3 + \Delta \ddot{H}.$$

Тоді з урахуванням (7) після зведення подібних доданків функція вертикальної швидкості, що задається, матиме вигляд

$$\begin{aligned} \dot{H}_{32}(t) = (\dot{H}_0 + f_{\dot{H}0})(-e^{2\lambda_{13}t} + e^{\lambda_{13}t}) + \\ + \frac{1}{3\lambda_{13}}(\Delta \ddot{H} + f_{\ddot{H}}) + \frac{2}{3}\lambda_{13}(\Delta H + f_H). \quad (12) \end{aligned}$$

Після підстановки (8) і (10) в (12), а також заміни всіх коренів лінійними функціями одержимо вертикальну швидкість, яка задається за законом (10) у момент дотику  $t_d$  (9):

$$\begin{aligned} \dot{H}_{32}(t_d) \approx \dot{H}_d + \\ + \frac{\left( f_{Hd} - \frac{1}{2}\Delta H_d \right) \left( \dot{H}_0 + f_{\dot{H}0} - \frac{2}{3}\dot{H}_d \right)}{H_0 + f_{H0}} + \\ + \frac{2(\Delta \ddot{H}_d + f_{\ddot{H}d})(H_0 + f_{H0})(\dot{H}_0 + f_{\dot{H}0})}{3(\dot{H}_0 + f_{\dot{H}0} - \dot{H}_d)(\dot{H}_d + 3\dot{H}_0 + 3f_{\dot{H}0})}, \quad (13) \end{aligned}$$

де  $f_{\ddot{H}d}$ ,  $f_{Hd}$  – похибки вимірювання вертикального прискорення й висоти в момент дотику ЗПС. Ці заміни правочинні, оскільки  $|\dot{H}_0|$  в кілька разів перевищує  $|\dot{H}_d|$  й корені дуже точно описуються лінійною частиною свого ряду Маклорена.

Поточне значення вертикальної швидкості центра мас літака  $\dot{H} = V \sin \theta$ , якщо подати швидкість  $V$  і кут нахилу траєкторії  $\theta$  як суму заданих значень і похибок стабілізації ( $V = V_3 + \Delta V$ ,  $\theta = \theta_3 + \Delta \theta$ ), у момент дотику буде визначатися виразом

$$\begin{aligned} \dot{H}(t_d) \approx \\ \approx \left( 1 + \frac{\Delta V_d}{V_{3d}} \right) \dot{H}_{3d} + (V_{3d} + \Delta V_d) \Delta \theta_d \geq \dot{H}_{\text{доп}}, \quad (14) \end{aligned}$$

де  $\dot{H}_{зд}, V_{зд}, \Delta\theta_d, \Delta V_d$  – задані значення вертикальної швидкості, швидкості, похибки стабілізації кута нахилу траєкторії та швидкості в момент дотику;  $\dot{H}_{доп}$  – гранично допустима вертикальна швидкість дотику. При цьому нерівність (14) обмежує вертикальну швидкість дотику більш строго, ніж якби в його лівій частині стояв точний вираз  $\dot{H}(t_d)$ . Вираз (14) з урахуванням (13) обмежує похибки навігаційної системи при вирівнюванні за траєкторією (2), (4).

Розглянемо уточнений закон формування траєкторії вирівнювання за двома експонентами без поточного вертикального прискорення  $\dot{H}_{33}(t)$  (11).  $\dot{H}_{33}(t)$  відрізняється від  $\dot{H}_{32}(t)$  відсутністю доданка  $\frac{1}{3\lambda_{13}}(\ddot{H} + f_{\ddot{H}})$ . Тому в цьому

випадку нерівність, що обмежує похибки вимірювання в моменти початку вирівнювання й дотику, з урахуванням граничної вертикальної швидкості дотику матиме простіший вигляд, ніж (13), (14):

$$\begin{aligned} \dot{H}(t_d) \approx (V_{зд} + \Delta V_d)\Delta\theta_d + \left(1 + \frac{\Delta V_d}{V_{зд}}\right) \times \\ \times \left( \dot{H}_d + \frac{\left(f_{H_d} - \frac{1}{2}\Delta H_d\right)\left(\dot{H}_0 + f_{\dot{H}_0} - \frac{2}{3}\dot{H}_d\right)}{H_0 + f_{H_0}} \right) \geq \\ \geq \dot{H}_{доп}. \end{aligned} \quad (15)$$

Значення похибок  $f_{H_d}, f_{\dot{H}_0}, f_{H_0}$ , що мінімізують (15), визначаються однозначно:

$$\begin{aligned} (V_{зд} + \Delta V_d)\Delta\theta_d + \left(1 + \frac{\Delta V_d}{V_{зд}}\right) \times \\ \times \left( \dot{H}_d + \frac{\left(f_H - \frac{1}{2}\Delta H_d\right)\left(\dot{H}_0 - f_{\dot{H}} - \frac{2}{3}\dot{H}_d\right)}{H_0 - f_H} \right) \geq \\ \geq \dot{H}_{доп}, \end{aligned} \quad (16)$$

де  $f_H, f_{\dot{H}}$  – модулі максимальних похибок визначення висоти й вертикальної швидкості відповідно, тобто (16) – більш строгі обмеження вертикальної швидкості дотику (знизу), ніж (15). Воно обмежує похибки інформаційної системи, яка використовується при автоматичному вирівнюванні за траєкторією, формованою за законом (5).

### Точність навігаційної системи безпілотного літака

На основі нерівності (16) можна виконати розрахунок характеристик системи навігації та орієнтації, необхідних для забезпечення успішної посадки безпілотного літака. При цьому слід враховувати, що динамічні похибки стабілізації, які входять у (16), визначаються характеристиками атмосферних збурень і похибок вимірювання.

Розподіл імовірностей випадкових похибок інформаційної системи припустимо вважати нормальним через велику кількість визначальних факторів і застосування лінійних стійких алгоритмів. Також вважається нормальним розподіл імовірностей для швидкостей турбулентного вітру. З огляду на сталість градієнтного вітру, в кожній реалізації посадки розрахунок

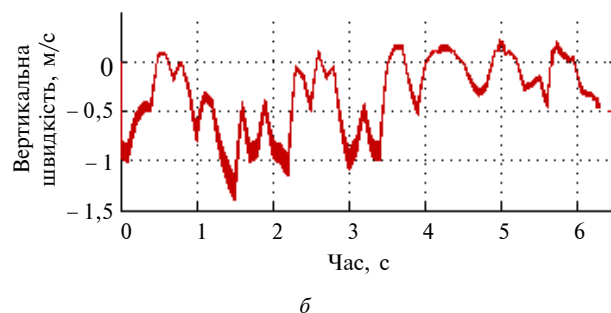
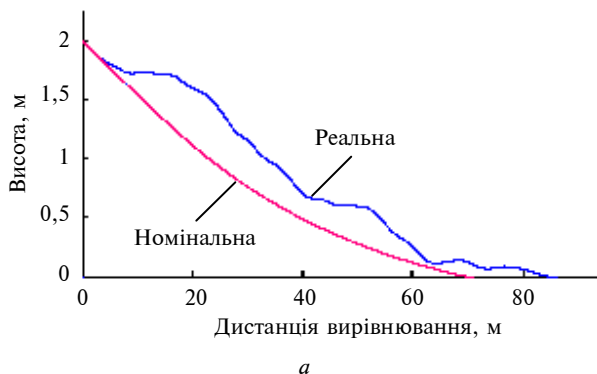


Рис. 2. Параметри автоматичного вирівнювання літака ФАКС-1: а – висота; б – вертикальна швидкість

граничних значень похибок стабілізації можна виконати для його швидкостей, що відповідають гранично допустимим умовам експлуатації літака.

У такий спосіб на основі (16) і обмежень на інші параметри руху в точці дотику були визначені значення середньоквадратичних відхилень похибок вимірювання висоти  $\sigma_{\bar{h}} = 0,095$  м, тангажа  $\sigma_{\bar{\theta}} = 0,44^\circ$ , вектора швидкості  $\sigma_{\bar{V}} = 0,1$  м/с, крену  $\sigma_{\bar{\gamma}} = 0,5^\circ$ , рискання  $\sigma_{\bar{\psi}} = 0,8^\circ$  й плоских координат  $\sigma_{\bar{x}} = 1,05$  м,  $\sigma_{\bar{z}} = 1,5$  м, а також зсув похибки вимірювання висоти  $\bar{f}_H = 0,32$  м, що дає можливість реалізувати автоматичну посадку безпілотного літака ФАКС-1. При цьому середня швидкість вітру не повинна перевищувати 15 км/г.

Виконано математичне моделювання автоматичного приземлення безпілотного літака ФАКС-1 за інформацією від навігаційної системи з похибками, що мають зазначені характеристики, при дії вітру (рис. 2)

Результати моделювання підтверджують правильність розрахунків. На рис. 2 зображена успішна реалізація автоматичного приземлення при зустрічному вітрі 15 км/г.

## Висновки

Запропонований спосіб формування траєкторії вирівнювання, за якого висота польоту дорівнює сумі двох експонент часу, дає змогу скоротити повітряну ділянку посадкової дистанції безпілотного літака на 25%. При цьому вертикальна швидкість може задаватися пропорційно поточним значенням висоти й вертикального прискорення, що дає можливість підвищити динамічну точність керування.

Обмеження на похибки системи навігації та орієнтації, отримані на основі запропонованого закону керування, містять параметри траєкторії вирівнювання й похибки стабілізації. З їх допомогою можна визначити характеристики навігаційної системи, необхідної для реалізації автоматичної посадки безпілотного літака.

Розрахунок необхідної точності інформації для керування автоматичною посадкою безпілотного літака ФАКС-1 показав можливість її забезпечення деякими сучасними зразками малогабаритних систем навігації та орієнтації. Правильність розрахунків підтверджується результатами моделювання.

У подальшому планується вдосконалення вимог до точності з урахуванням можливості руху ЗПС.

1. *Интеллектуальная система управления автоматической посадкой беспилотного летательного аппарата на основе комплексного применения технологии нечеткой логики / И.М. Макаров, В.М. Лохин, С.В. Манько и др. // Авиакосмическое приборостроение. – 2004. – № 10. – С. 30–40.*
2. *Смирнов В.Д., Рудин Я.В. Аппаратурное обеспечение беспилотных летательных аппаратов // Изв. вузов. Приборостроение. – 2005. – № 4. – С. 5–14.*
3. *Бурнашев В.В., Збруцький А.В. Синтез траєкторії вирівнювання літака в режимі автоматичного приземлення // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 1. – С. 81–87.*
4. *Котик М.Г. Динамика взлета и посадки самолетов. – М.: Машиностроение, 1984. – 256 с.*
5. *Burnashev V.V. Automatic steering algorithms of the airplane short-cut touchdown // Інформ. системи, механіка та керування. – 2010. – Вип. 5. – С. 136–144.*

Рекомендована Радою  
факультету авіаційних і космічних  
систем НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції  
19 жовтня 2012 року