

УДК 621.395.6

В.І. Найденко

ПЕРІОДИЧНА СТРУКТУРА З ПОПЕРЕЧНИМ ЕЛЕКТРИЧНИМ ПОЛЕМ

In this paper, we solve the problem of electromagnetic wave propagation in a periodic structure with a transverse electric field in the baseband. The period of the structure is divided into two subregions by planes perpendicular to the longitudinal coordinate. We use the method of partial regions. By employing the moments method, the system of functional equations obtained from the boundary conditions and periodicity conditions is reduced to a system of linear algebraic equations (SLAE), whose order is M and N , the number of terms in the fields expansion in the sub-areas. The resulting SLAE is reduced to a linear algebraic equation for the first or the second subregion. SLAE is analyzed for the period of the phase shifts $\varphi = 0$ and $\varphi = \pi$. Moreover, the transition to a single-stage structure is made. In the approximation of the main functions of the aperture we find a formula for calculating the dispersion characteristics (DC). Also, we present the calculation results of DC waves in the first six bandwidths for two sizes of the structure. We demonstrate approximate formulas for calculating the frequencies corresponding to $\varphi = 0, \pi / 2, \pi$ confirming the accuracy of the obtained dispersion equations. Finally, we analyze the changes in the DC baseband change aperture size and the determinant order.

Вступ

Періодичні структури знаходять застосування в електронних приладах НВЧ [1, 2], прискорювачах і сепараторах заряджених частинок [3], надшвидкісних осцилоскопах, антенних системах [4], фільтрах [5]. В антенах та фільтрах НВЧ напрямки і величина електричного поля не мають значення. В електронних приладах НВЧ та прискорювачах заряджених частинок використовуються, як правило, періодичні структури з поперечним електричним полем [1]. Поперечне електричне поле сепараторів заряджених частинок відхиляє на різні кути заряджені частинки з різними масами і/або різними зарядами [3]. В останні роки спостерігається інтерес до електронних приладів з поперечним електричним полем [6]. Принцип поперечного групування електронів поперечним електричним полем базується на використанні сили Лоренца як пружної сили, яка веде до деформації електронного променя в поперечному напрямі без утворення електронних згустків. Це дає змогу перебороти значну частину фундаментальних обмежень, характерних для приладів із поперечним групуванням, зумовлених нелінійним впливом просторового заряду.

За базову структуру сепараторів заряджених частинок брали круглий діафрагмований хвилевід з першим азимутально-неоднорідним типом хвиль [2]. Аналіз такої структури доволі складний, а її дисперсійні характеристики з цим типом хвиль бажають бути кращими. Нижче досліджується проста структура з поперечним електричним полем, розв'язання електродинамічної задачі для якої може бути отримане з високою точністю за наявного парку сучасних комп'ютерів, а дисперсійні характеристики ти-

пів хвиль з поперечним електричним полем набагато кращі. Закорочений відрізок такої структури може бути використаний в багатопроблемних клістронах [7].

Періодична структура такого типу може бути застосована в навчальному процесі. Виготовлення макету такої структури для діапазону дециметрових і сантиметрових хвиль нескладне завдання.

Постановка задачі

Мета статті – знайти рішення граничної електродинамічної задачі для хвиль Флоке в двохступеневій періодичній структурі з поперечним електричним полем в основній смузі пропускання; зменшити порядок системи лінійних алгебричних рівнянь і проаналізувати її для характерних значень зсуву фаз на період структури; здійснити перехід до одноступеневої структури; розрахувати дисперсійні характеристики хвилі в основній смузі пропускання, дослідити вплив розміру апертури на ширину смуги; впевнитися в достатній точності створеної моделі структури.

Розв'язок граничної задачі

Геометрію періодичної структури з поперечним електричним полем і позначення розмірів наведено на рис. 1. Вважаємо, що поля не залежать від координати y . Період структури $L = 2l + 2t$. Структура симетрична відносно площини $x=0$. Вивчаємо хвилі Флоке, E_y , яких не залежить від координати y і симетричне відносно площини $x=0$, тобто площина $x=0$ є магнітною стінкою. Інші компоненти електричного поля дорівнюють нулю. Розбиваємо структуру на дві

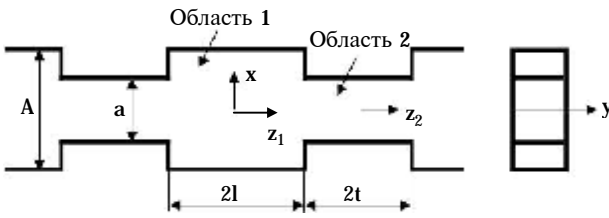


Рис. 1. Геометрія періодичної структури і позначення розмірів

підобласті (див. рис. 1). Введемо дві системи координат, відмінних лише координатою z .

Поля в області 1 записуємо як суму прямих і зворотних хвиль типу H_{m0} :

$$E_y^{(1)} = \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} (A_m e^{-i\Gamma_m z_1} + B_m e^{i\Gamma_m z_1}) \cos\left(\frac{m\pi}{A} x\right) \quad (1)$$

$$H_x^{(1)} =$$

$$= -\frac{1}{\omega\mu} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \Gamma_m (A_m e^{-i\Gamma_m z_1} - B_m e^{i\Gamma_m z_1}) \cos\left(\frac{m\pi}{A} x\right) \quad (2)$$

Компонента H_y знайдена по E_y з другого рівняння Максвела. Компонента H_y не потрібна для розв'язання граничної задачі, тому тут і далі її не виписуємо.

Стала поширення

$$\Gamma_m = \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{A}\right)^2}.$$

Поля в області 2 мають подібний вигляд:

$$E_y^{(2)} = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} (C_n e^{-i\gamma_n z_2} + D_n e^{i\gamma_n z_2}) \cos\left(\frac{n\pi}{a} x\right) \quad (3)$$

$$H_x^{(1)} = -\frac{1}{\omega\mu} \times$$

$$\times \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \gamma_n (C_n e^{-i\gamma_n z_2} - D_n e^{i\gamma_n z_2}) \cos\left(\frac{n\pi}{a} x\right) \quad (4)$$

де

$$\gamma_m = \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}.$$

Непарні індекси m і n обумовлені симетрією структури і поля збудження. Поля (1)–(4) задовольняють рівняння Максвела і всі граничні умови, за винятком умов на стиках. Останні можна записати таким чином:

$$E_y^{(1)} \Big|_{z_1=-1} = \begin{cases} E_y^{(2)} \Big|_{z_2=-t} & \text{на апертурі,} \\ 0 & \text{на метали,} \end{cases} \quad (5)$$

$$H_x^{(1)} \Big|_{z_1=1} = H_x^{(2)} \Big|_{z_2=-t} \quad \text{на апертурі.} \quad (6)$$

Підставляємо поля (1)–(4) у граничні умови (5), (6):

$$\sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} (A_m e^{-i\Gamma_m l} + B_m e^{i\Gamma_m l}) \cos\left(\frac{m\pi}{A} x\right) = \begin{cases} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} (C_n e^{i\gamma_n t} + D_n e^{-i\gamma_n t}) \cos\left(\frac{n\pi}{a} x\right) & \text{на апертурі,} \\ 0 & \text{на метали,} \end{cases} \quad (7)$$

$$\sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \Gamma_m (A_m e^{-i\Gamma_m l} - B_m e^{i\Gamma_m l}) \cos\left(\frac{m\pi}{A} x\right) = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \gamma_n (C_n e^{i\gamma_n t} - D_n e^{-i\gamma_n t}) \cos\left(\frac{n\pi}{a} x\right) \quad \text{на апертурі.} \quad (8)$$

Умова (7) діє на інтервалі $x \in [-A/2, A/2]$, умова (8) – на інтервалі $x \in [-a/2, a/2]$.

Методом моментів з (7) і (8) отримуємо

$$A_m e^{-i\Gamma_m l} + B_m e^{i\Gamma_m l} = \sigma \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} (C_n e^{i\gamma_n t} + D_n e^{-i\gamma_n t}) I_{nm}, \quad m = 1, 3, \dots, \quad (9)$$

$$\sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \Gamma_m (A_m e^{-i\Gamma_m l} - B_m e^{i\Gamma_m l}) I_{nm} = \gamma_n (C_n e^{i\gamma_n t} - D_n e^{-i\gamma_n t}), \quad n = 1, 3, \dots, \quad (10)$$

де

$$\sigma = \frac{a}{A},$$

$$I_{nm} = \frac{1}{2} \left(\operatorname{sinc} \left(\frac{\pi}{2} (n + m\sigma) \right) + \operatorname{sinc} \left(\frac{\pi}{2} (n - m\sigma) \right) \right).$$

Для хвиль Флоке зв'язок полів на відстані в один період має вигляд

$$E_y^{(1)} \Big|_{z_1=-1} = \begin{cases} e^{i\varphi} E_y^{(2)} \Big|_{z_2=t}, \\ 0 \end{cases} \quad (11)$$

відповідно, на апертурі (верхній рядок праворуч) і на металі (нижній рядок праворуч);

$$H_x^{(1)} \Big|_{z_1=-1} = e^{i\varphi} H_x^{(2)} \Big|_{z_2=t} \quad \text{на апертурі.} \quad (12)$$

Підставляємо поля (1)–(4) в умови (11), (12)

$$\sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} (A_m e^{i\Gamma_m l} + B_m e^{-i\Gamma_m l}) \cos\left(\frac{m\pi}{A} x\right) = e^{i\varphi} \begin{cases} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} (C_n e^{-i\gamma_n t} + D_n e^{i\gamma_n t}) \cos\left(\frac{n\pi}{a} x\right), \\ 0 \end{cases} \quad (13)$$

$$\sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \Gamma_m (A_m e^{i\Gamma_m l} - B_m e^{-i\Gamma_m l}) \cos\left(\frac{m\pi}{A} x\right) = e^{i\varphi} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \gamma_n (C_n e^{-i\gamma_n t} + D_n e^{i\gamma_n t}) \cos\left(\frac{n\pi}{a} x\right). \quad (14)$$

Методом моментів з (13) і (14) отримуємо

$$A_m e^{i\Gamma_m l} + B_m e^{-i\Gamma_m l} = \sigma e^{i\varphi} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} (C_n e^{-i\gamma_n t} + D_n e^{i\gamma_n t}) I_{nm}, \quad m = 1, 3, \dots, \quad (15)$$

$$\sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \Gamma_m (A_m e^{i\Gamma_m l} - B_m e^{-i\Gamma_m l}) I_{nm} = e^{i\varphi} \gamma_n (C_n e^{-i\gamma_n t} - D_n e^{i\gamma_n t}), \quad n = 1, 3, \dots \quad (16)$$

Підсистеми (9), (10), (15), (16) становлять однорідну систему лінійних алгебричних рівнянь (СЛАР) для A_m, B_m, C_n і D_n . Порядок такої СЛАР дорівнює $(M + N + 2) / 2$, якщо в підсистемах (9), (15) утримати M рівнянь, в підсистемах (10), (16) утримати N рівнянь і нескінченні суми в СЛАР замінити обмеженими числами N і M відповідно. Отже, СЛАР (9), (10), (15), (16) є розв'язком граничної задачі.

Використовуючи специфічну структуру СЛАР можна зменшити її порядок до $(M + 1) / 2$ або до $(N + 1) / 2$. У першому випадку число складових полів в області 2, які можуть бути враховані, в принципі може бути довільним. В іншому випадку, буде довільним число складових полів в області 1. Зменшимо порядок СЛАР до $(M + 1) / 2$.

СЛАР для A_m, B_m

Помножимо підсистему (9) на $e^{i\varphi/2}$, а підсистему (15) – на $e^{-i\varphi/2}$:

$$A_m e^{i\varphi/2 - i\Gamma_m l} + B_m e^{i\varphi/2 + i\Gamma_m l} = \sigma e^{i\varphi/2} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} (C_n e^{i\gamma_n t} + D_n e^{-i\gamma_n t}) I_{nm}, \quad m = 1, 3, \dots, \quad (17)$$

$$A_m e^{-i\varphi/2 + i\Gamma_m l} + B_m e^{-i\varphi/2 - i\Gamma_m l} = \sigma e^{i\varphi/2} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} (C_n e^{-i\gamma_n t} + D_n e^{i\gamma_n t}) I_{nm}, \quad m = 1, 3, \dots \quad (18)$$

Сума цих помножених підсистем становить

$$A_m \cos\left(\frac{\varphi}{2} - \Gamma_m l\right) + B_m \cos\left(\frac{\varphi}{2} + \Gamma_m l\right) = \sigma e^{i\varphi/2} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} (C_n + D_n) \cos(\gamma_n t) I_{nm}, \quad m = 1, 3, \dots, \quad (19)$$

а різниця –

$$A_m \sin\left(\frac{\varphi}{2} - \Gamma_m l\right) + B_m \sin\left(\frac{\varphi}{2} + \Gamma_m l\right) = \sigma e^{i\varphi/2} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} (C_n - D_n) \sin(\gamma_n t) I_{nm}, \quad m = 1, 3, \dots \quad (20)$$

Подібні перетворення здійснюємо з підсистемами (10) і (16), а саме множимо підсистему (10) на $e^{i\varphi/2}$, а підсистему (16) – на $e^{-i\varphi/2}$:

$$\sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \Gamma_m (A_m e^{i\varphi/2 - i\Gamma_m l} - B_m e^{i\varphi/2 + i\Gamma_m l}) I_{nm} = e^{i\varphi/2} \gamma_n (C_n e^{i\gamma_n t} - D_n e^{-i\gamma_n t}), \quad n = 1, 3, \dots,$$

$$\sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \Gamma_m (A_m e^{-i\varphi/2 + i\Gamma_m l} - B_m e^{-i\varphi/2 - i\Gamma_m l}) I_{nm} = e^{i\varphi/2} \gamma_n (C_n e^{-i\gamma_n t} - D_n e^{i\gamma_n t}), \quad n = 1, 3, \dots$$

Сума і різниця цих підсистем дає

$$\sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \Gamma_m \left(A_m \cos\left(\frac{\varphi}{2} - \Gamma_m l\right) - B_m \cos\left(\frac{\varphi}{2} + \Gamma_m l\right) \right) \times I_{nm} = e^{i\varphi/2} \gamma_n (C_n - D_n) \cos(\gamma_n t), \quad n = 1, 3, \dots, \quad (21)$$

$$\sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \Gamma_m \left(A_m \sin\left(\frac{\varphi}{2} - \Gamma_m l\right) - B_m \sin\left(\frac{\varphi}{2} + \Gamma_m l\right) \right) I_{nm} = e^{i\varphi/2} \gamma_n (C_n + D_n) \sin(\gamma_n t), \quad n = 1, 3, \dots \quad (22)$$

З підсистеми (21) знаходимо $e^{i\varphi/2} (C_n - D_n)$ і підставляємо в (20):

$$A_m \sin\left(\frac{\varphi}{2} - \Gamma_m l\right) + B_m \sin\left(\frac{\varphi}{2} + \Gamma_m l\right) = \sigma \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} \Gamma_p \left(A_p \cos\left(\frac{\varphi}{2} - \Gamma_p l\right) - B_p \cos\left(\frac{\varphi}{2} + \Gamma_p l\right) \right) \times \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\operatorname{tg}(\gamma_n t)}{\gamma_n} I_{np} I_{nm}, \quad m = 1, 3, \dots \quad (23)$$

Аналогічно з підсистеми (22) знаходимо $e^{i\varphi/2}(C_n + D_n)$ і підставляємо в (19):

$$A_m \cos\left(\frac{\varphi}{2} - \Gamma_m l\right) + B_m \cos\left(\frac{\varphi}{2} + \Gamma_m l\right) = \\ = \sigma \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} \Gamma_p \left(A_p \sin\left(\frac{\varphi}{2} - \Gamma_p l\right) - B_p \sin\left(\frac{\varphi}{2} + \Gamma_p l\right) \right) \times \\ \times \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\text{ctg}(\gamma_n t)}{\gamma_n} I_{np} I_{nm}, \quad m = 1, 3, \dots \quad (24)$$

Зберемо в (23), (24) всі доданки ліворуч:

$$A_m \sin\left(\frac{\varphi}{2} - \Gamma_m l\right) - \sigma \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} A_p \Gamma_p \cos\left(\frac{\varphi}{2} - \Gamma_p l\right) \times \\ \times \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\text{tg}(\gamma_n t)}{\gamma_n} I_{np} I_{nm} + \\ + B_m \sin\left(\frac{\varphi}{2} + \Gamma_m l\right) + \sigma \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} B_p \Gamma_p \cos\left(\frac{\varphi}{2} + \Gamma_p l\right) \times \\ \times \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\text{tg}(\gamma_n t)}{\gamma_n} I_{np} I_{nm} = 0, \quad m = 1, 3, \dots, \quad (25)$$

$$A_m \cos\left(\frac{\varphi}{2} - \Gamma_m l\right) - \sigma \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} A_p \Gamma_p \sin\left(\frac{\varphi}{2} - \Gamma_p l\right) \times \\ \times \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\text{ctg}(\gamma_n t)}{\gamma_n} I_{np} I_{nm} + B_m \cos\left(\frac{\varphi}{2} + \Gamma_m l\right) + \\ + \sigma \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} B_p \Gamma_p \sin\left(\frac{\varphi}{2} + \Gamma_p l\right) \times \\ \times \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\text{ctg}(\gamma_n t)}{\gamma_n} I_{np} I_{nm} = 0, \quad m = 1, 3, \dots \quad (26)$$

Підсистеми (25), (26) становлять однорідну СЛАР для A_m, B_m . Порядок такої СЛАР дорівнює $(M + 1) / 2$, якщо m і p обмежити числом M . Число доданків у сумах по n , тобто число складових полів у області Z , що враховуються при розрахунку, може бути довільним. Потрібно це чи ні, інше питання. В усякому разі це ступінь вільності.

Однорідна СЛАР може мати нетривіальні розв'язки, якщо її детермінант дорівнює нулю. Ця умова є дисперсійним рівнянням періодичної структури.

Позначимо

$$u(m, p) = \sigma \Gamma_p \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\text{tg}(\gamma_n t)}{\gamma_n} I_{np} I_{nm},$$

$$v(m, p) = \sigma \Gamma_p \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\text{ctg}(\gamma_n t)}{\gamma_n} I_{np} I_{nm}.$$

Доцільно також СЛАР (25), (26) записати в іншому вигляді, позначивши

$$A_m \cos\left(\frac{\varphi}{2} - \Gamma_m l\right) = \mathring{A}_m^0,$$

$$B_m \cos\left(\frac{\varphi}{2} + \Gamma_m l\right) = \mathring{B}_m^0.$$

Тоді матимемо

$$\mathring{A}_m^0 \text{tg}\left(\frac{\varphi}{2} - \Gamma_m l\right) - \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} \mathring{A}_p^0 u(m, p) + \mathring{B}_m^0 \text{tg}\left(\frac{\varphi}{2} + \Gamma_m l\right) + \\ + \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} \mathring{B}_p^0 v(m, p) = 0, \quad m = 1, 3, \dots, \quad (27)$$

$$\mathring{A}_m^0 - \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} \mathring{A}_p^0 \text{tg}\left(\frac{\varphi}{2} - \Gamma_p l\right) v(m, p) + \mathring{B}_m^0 + \\ + \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} \mathring{B}_p^0 \text{tg}\left(\frac{\varphi}{2} + \Gamma_p l\right) u(m, p) = 0, \quad m = 1, 3, \dots \quad (28)$$

Підсистеми (27), (28) становлять однорідну СЛАР для A_m, B_m . При знаходженні нуля детермінанта цієї СЛАР, по-перше, легко ізолювати полюси, які пов'язані з полюсами тангенса та котангенса і не є фізичними розв'язками. По-друге, тангенси і котангенси змінюються в обмежених границях, якщо ізолювати їхні полюси, розташування яких відомо. Тому абсолютне значення детермінанта зі зміною частоти змінюється в значно менших межах.

Аналіз СЛАР для A_m, B_m

При $\varphi = 0$ маємо:

- з першої підсистеми (25)

$$(A_m - B_m) \sin(\Gamma_m l) + \sigma \times \\ \times \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} (A_p - B_p) \Gamma_p \cos(\Gamma_p l) \times \\ \times \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\text{tg}(\gamma_n t)}{\gamma_n} I_{np} I_{nm} = 0, \quad m = 1, 3, \dots; \quad (29)$$

- з другої підсистеми (26)

$$(A_m + B_m) \cos(\Gamma_m l) + \sigma \times \\ \times \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} (A_p + B_p) \Gamma_p \sin(\Gamma_p l) \times$$

$$\times \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\text{ctg}(\gamma_n t)}{\gamma_n} I_{np} I_{nm} = 0, \quad m = 1, 3, \dots \quad (30)$$

СЛАР (29) дає змогу розрахувати характеристики резонатора, обмеженого двома сусідніми площинами симетрії періодичної структури, які є електричними стінками (рис. 2, а). СЛАР (30) описує характеристики резонатора, обмеженого двома сусідніми площинами симетрії періодичної структури, які є магнітними стінками (рис. 2, б). На рис. 2, як прийнято, суцільними лініями позначені електричні стінки, штриховими – магнітні.

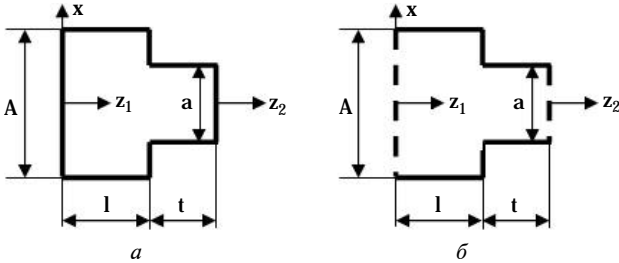


Рис. 2. Резонатори з сусідніми стінками: електричними (а) і магнітними (б)

Ці результати узгоджуються з відомими з теорії періодичних структур [1, 2], згідно з якими при $\varphi = 0$ всі площини симетрії є або електричними, або магнітними стінками.

При $\varphi = \pi$ маємо:

- з першої підсистеми ((25))

$$(A_m + B_m) \cos(\Gamma_m l) - \sigma \times \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} (A_p + B_p) \Gamma_p \sin(\Gamma_p l) \times \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\text{tg}(\gamma_n t)}{\gamma_n} I_{np} I_{nm} = 0, \quad m = 1, 3, \dots; \quad (31)$$

- з другої підсистеми ((26))

$$(A_m - B_m) \sin(\Gamma_m l) - \sigma \times \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} (A_p - B_p) \Gamma_p \cos(\Gamma_p l) \times \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\text{ctg}(\gamma_n t)}{\gamma_n} I_{np} I_{nm} = 0, \quad m = 1, 3, \dots \quad (32)$$

СЛАР (31) описує характеристики резонатора, який утворюється, якщо площина симетрії $z_1 = 0$ періодичної структури є магнітною стінкою, а площина симетрії $z_2 = 0$ – електричною (рис. 3, а). Умова рівності нулю детермінанта СЛАР (32) описує характеристики резонатора,

який утворюється, якщо площина симетрії $z_1 = 0$ періодичної структури є електричною стінкою, а площина симетрії $z_2 = 0$ – магнітною (рис. 3, б).

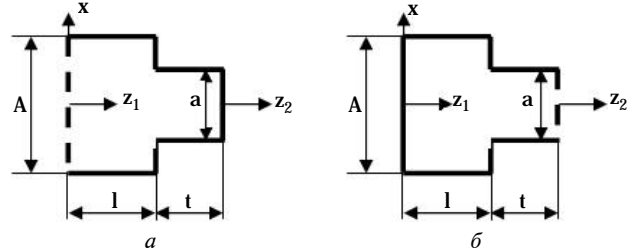


Рис. 3. Резонатори з магнітною стінкою в площині симетрії області 1 і електричною – області 2 (а), з магнітною стінкою в площині симетрії області 2 і електричною – області 1 (б)

З обчислювальної точки зору СЛАР (29), (30) краще записати у вигляді, подібному до (27), (28):

$$A_m + \sigma \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} A_p \Gamma_p \text{ctg}(\Gamma_p l) \times \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\text{tg}(\gamma_n t)}{\gamma_n} I_{np} I_{nm} = 0, \quad m = 1, 3, \dots, \quad (33)$$

$$A_m + \sigma \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} A_p \Gamma_p \text{tg}(\Gamma_p l) \times \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\text{ctg}(\gamma_n t)}{\gamma_n} I_{np} I_{nm} = 0, \quad m = 1, 3, \dots, \quad (34)$$

$$A_m - \sigma \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} A_p \Gamma_p \text{tg}(\Gamma_p l) \times \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\text{tg}(\gamma_n t)}{\gamma_n} I_{np} I_{nm} = 0, \quad m = 1, 3, \dots, \quad (35)$$

$$A_m - \sigma \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} A_p \Gamma_p \text{ctg}(\Gamma_p l) \times \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\text{ctg}(\gamma_n t)}{\gamma_n} I_{np} I_{nm} = 0, \quad m = 1, 3, \dots \quad (36)$$

При розв'язанні рівнянь резонансних частот цих СЛАР, по-перше, легко ізолювати полюси, які пов'язані з полюсами тангенса та котангенса і не є рішеннями СЛАР. По-друге, дисперсійні рівняння, які випливають з (33)–(36), мають дійсні коефіцієнти, незалежно від того дійсними чи уявними є Γ_p і γ_n . Отже, ці дисперсійні рівняння будуть дійсними, що значно полегшує знаходження їх коренів.

Сума або різниця A_m і B_m в (33)–(36) записані однією літерою, яка відповідає запису полів у першій області через синус або косинус.

СЛАР для C_n, D_n

Для отримання СЛАР для C_n, D_n звернімося до (17), (18). Бачимо, що $e^{i\varphi/2}C_n$ і $e^{i\varphi/2}D_n$ можна позначити новими літерами. Нехай це будуть знову C_n, D_n . З (17), (18) можемо знайти A_m і B_m

$$A_m = \frac{\sigma}{\sin(2\Gamma_m l)} \times \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left[D_n \sin\left(\gamma_n t + \frac{\varphi}{2} + \Gamma_m l\right) - C_n \times \sin\left(\gamma_n t - \frac{\varphi}{2} - \Gamma_m l\right) \right] I_{nm}, \quad m = 1, 3, \dots,$$

$$B_m = \frac{\sigma}{\sin(2\Gamma_m l)} \times \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left[C_n \sin\left(\gamma_n t - \frac{\varphi}{2} + \Gamma_m l\right) - D_n \times \sin\left(\gamma_n t + \frac{\varphi}{2} - \Gamma_m l\right) \right] I_{nm}, \quad m = 1, 3, \dots,$$

і підставити їх у (19), (20):

$$\sigma \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\Gamma_m}{\sin(2\Gamma_m l)} \times \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} \left\{ \left[D_p \sin\left(\gamma_p t + \frac{\varphi}{2} + \Gamma_m l\right) - C_p \times \sin\left(\gamma_p t - \frac{\varphi}{2} - \Gamma_m l\right) \right] \cos\left(\frac{\varphi}{2} - \Gamma_m l\right) I_{pm} I_{nm} - \left[C_p \sin\left(\gamma_p t - \frac{\varphi}{2} + \Gamma_m l\right) - D_p \sin\left(\gamma_p t + \frac{\varphi}{2} - \Gamma_m l\right) \right] \times \cos\left(\frac{\varphi}{2} + \Gamma_m l\right) \right\} I_{pm} I_{nm} = \gamma_n (C_n - D_n) \cos(\gamma_n t), \quad n = 1, 3, \dots, \quad (37)$$

$$\sigma \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\Gamma_m}{\sin(2\Gamma_m l)} \times \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} \left\{ \left[D_p \sin\left(\gamma_p t + \frac{\varphi}{2} + \Gamma_m l\right) - C_p \times \sin\left(\gamma_p t - \frac{\varphi}{2} - \Gamma_m l\right) \right] \times \right.$$

$$\times \sin\left(\frac{\varphi}{2} - \Gamma_m l\right) I_{pm} I_{nm} - \left[C_p \sin\left(\gamma_p t - \frac{\varphi}{2} + \Gamma_m l\right) + D_p \sin\left(\gamma_p t + \frac{\varphi}{2} - \Gamma_m l\right) \right] \sin\left(\frac{\varphi}{2} + \Gamma_m l\right) \left. \right\} I_{pm} I_{nm} = \gamma_n (C_n + D_n) \sin(\gamma_n t), \quad n = 1, 3, \dots \quad (38)$$

Множники при C_p в (37) і (38)

$$\sin\left(\gamma_p t - \frac{\varphi}{2} - \Gamma_m l\right) \cos\left(\frac{\varphi}{2} - \Gamma_m l\right) + \sin\left(\gamma_p t - \frac{\varphi}{2} + \Gamma_m l\right) \cos\left(\frac{\varphi}{2} + \Gamma_m l\right) = \sin(\gamma_p t - \varphi) + \sin(\gamma_p t) \cos(2\Gamma_m l);$$

$$\sin\left(\gamma_p t - \frac{\varphi}{2} - \Gamma_m l\right) \sin\left(\frac{\varphi}{2} - \Gamma_m l\right) + \sin\left(\gamma_p t - \frac{\varphi}{2} + \Gamma_m l\right) \sin\left(\frac{\varphi}{2} + \Gamma_m l\right) = \cos(\gamma_p t - \varphi) - \cos(\gamma_p t) \cos(2\Gamma_m l).$$

Множники при D_p в (37) і (38)

$$\sin\left(\gamma_p t + \frac{\varphi}{2} + \Gamma_m l\right) \cos\left(\frac{\varphi}{2} - \Gamma_m l\right) + \sin\left(\gamma_p t + \frac{\varphi}{2} - \Gamma_m l\right) \cos\left(\frac{\varphi}{2} + \Gamma_m l\right) = \sin(\gamma_p t + \varphi) + \sin(\gamma_p t) \cos(2\Gamma_m l);$$

$$\sin\left(\gamma_p t + \frac{\varphi}{2} + \Gamma_m l\right) \sin\left(\frac{\varphi}{2} - \Gamma_m l\right) + \sin\left(\gamma_p t + \frac{\varphi}{2} - \Gamma_m l\right) \sin\left(\frac{\varphi}{2} + \Gamma_m l\right) = -\cos(\gamma_p t + \varphi) + \cos(\gamma_p t) \cos(2\Gamma_m l).$$

Із врахуванням останніх формул СЛАР (37), (38) спрощується:

$$\sigma \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\Gamma_m}{\sin(2\Gamma_m l)} \times \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} \{ D_p [\sin(\gamma_p t + \varphi) + \sin(\gamma_p t) \cos(2\Gamma_m l)] - C_p [\sin(\gamma_p t - \varphi) + \sin(\gamma_p t) \cos(2\Gamma_m l)] \} I_{pm} I_{nm} = \gamma_n (C_n - D_n) \cos(\gamma_n t), \quad n = 1, 3, \dots;$$

$$\begin{aligned} & \sigma \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\Gamma_m}{\sin(2\Gamma_m l)} \times \\ & \times \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} \{D_p [-\cos(\gamma_p t + \varphi) + \cos(\gamma_p t) \cos(2\Gamma_m l)] - \\ & - C_p [\cos(\gamma_p t - \varphi) - \cos(\gamma_p t) \cos(2\Gamma_m l)]\} I_{pm} I_{nm} = \\ & = \gamma_n (C_n + D_n) \sin(\gamma_n t), \quad n = 1, 3, \dots \end{aligned}$$

Групуємо доданки з C_n , D_n . Отримуємо СЛАР в остаточному вигляді:

$$\begin{aligned} & C_n \gamma_n \cos(\gamma_n t) + \sigma \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} C_p \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\Gamma_m}{\sin(2\Gamma_m l)} \times \\ & \times [\sin(\gamma_p t - \varphi) + \sin(\gamma_p t) \cos(2\Gamma_m l)] I_{pm} I_{nm} - \\ & - D_n \gamma_n \cos(\gamma_n t) - \sigma \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} D_p \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\Gamma_m}{\sin(2\Gamma_m l)} \times \\ & \times [\sin(\gamma_p t + \varphi) + \sin(\gamma_p t) \cos(2\Gamma_m l)] I_{pm} I_{nm} = 0, \\ & n = 1, 3, \dots, \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} & C_n \gamma_n \sin(\gamma_n t) + \sigma \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} C_p \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\Gamma_m}{\sin(2\Gamma_m l)} \times \\ & \times [\cos(\gamma_p t - \varphi) - \cos(\gamma_p t) \cos(2\Gamma_m l)] I_{pm} I_{nm} + \\ & + D_n \gamma_n \sin(\gamma_n t) + \sigma \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} D_p \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\Gamma_m}{\sin(2\Gamma_m l)} \times \\ & \times [\cos(\gamma_p t + \varphi) - \cos(\gamma_p t) \cos(2\Gamma_m l)] I_{pm} I_{nm} = 0, \\ & n = 1, 3, \dots \end{aligned} \quad (40)$$

На практиці числа доданків у розкладах полів у областях 1 і 2 обмежені числами M і N . Звідси СЛАР (25), (26) і (39), (40) (при однакових M і N в обох СЛАР) еквівалентні. Еквівалентними є і відповідні дисперсійні рівняння. Кожна з отриманих СЛАР має певні переваги, про які мова йтиме окремо. Пару СЛАР (25), (26) і (39), (40) можна вважати комплементарною парою.

Аналіз СЛАР для C_n , D_n

При $\varphi = 0$ маємо:

- з першої підсистеми (39)

$$\begin{aligned} & (C_n - D_n) \gamma_n \cos(\gamma_n t) + \\ & + \sigma \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} (C_p - D_p) \sin(\gamma_p t) \times \\ & \times \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \Gamma_m \text{ctg}(\Gamma_m l) I_{pm} I_{nm} = 0, \quad n = 1, 3, \dots, \end{aligned} \quad (41)$$

- з другої підсистеми (40)

$$\begin{aligned} & (C_n + D_n) \gamma_n \sin(\gamma_n t) + \\ & + \sigma \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} (C_p + D_p) \cos(\gamma_p t) \times \\ & \times \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \Gamma_m \text{tg}(\Gamma_m l) I_{pm} I_{nm} = 0, \quad n = 1, 3, \dots \end{aligned} \quad (42)$$

Умова рівності нулю детермінанта СЛАР (41) є рівнянням резонансних частот резонатора, обмеженого двома сусідніми електричними стінками, розміщеними в площинах симетрії періодичної структури (див. рис. 2, а). Умова рівності нулю детермінанта СЛАР (42) є рівнянням резонансних частот резонатора, обмеженого двома сусідніми магнітними стінками, розміщеними в площинах симетрії періодичної структури (див. рис. 2, б). Як і має бути, при $\varphi = 0$ всі площини симетрії є або електричними, або магнітними стінками.

При $\varphi = \pi$ маємо:

- з першої підсистеми (39)

$$\begin{aligned} & (C_n - D_n) \gamma_n \cos(\gamma_n t) - \sigma \times \\ & \times \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} (C_p - D_p) \sin(\gamma_p t) \times \\ & \times \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \Gamma_m \text{tg}(\Gamma_m l) I_{pm} I_{nm} = 0, \quad n = 1, 3, \dots; \end{aligned} \quad (43)$$

- з другої підсистеми (40)

$$\begin{aligned} & (C_n + D_n) \gamma_n \sin(\gamma_n t) - \sigma \times \\ & \times \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} (C_p + D_p) \cos(\gamma_p t) \times \\ & \times \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \Gamma_m \text{ctg}(\Gamma_m l) I_{pm} I_{nm} = 0, \quad n = 1, 3, \dots \end{aligned} \quad (44)$$

Умова рівності нулю детермінанта СЛАР (43) є рівнянням резонансних частот резонатора, який утворюється, якщо площина симетрії $z_1 = 0$ періодичної структури є магнітною стінкою, а площина симетрії $z_2 = 0$ – електричною (див. рис. 3, а). Умова рівності нулю детермінанта СЛАР (44) є рівнянням резонансних частот резонатора, який утворюється, якщо площина симетрії $z_1 = 0$ періодичної структури є електричною стінкою, а площина симетрії $z_2 = 0$ – магнітною стінкою (див. рис. 3, б).

З обчислювальної точки зору рівняння (41)–(44) краще записати у вигляді

$$C_n + \sigma \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} C_p \frac{\text{tg}(\gamma_p t)}{\gamma_p} \times \\ \times \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \Gamma_m \text{ctg}(\Gamma_m l) I_{pm} I_{nm} = 0, \quad n = 1, 3, \dots, \quad (45)$$

$$C_n + \sigma \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} C_p \frac{\text{ctg}(\gamma_p t)}{\gamma_p} \times \\ \times \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \Gamma_m \text{tg}(\Gamma_m l) I_{pm} I_{nm} = 0, \quad n = 1, 3, \dots, \quad (46)$$

$$C_n - \sigma \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} C_p \frac{\text{tg}(\gamma_p t)}{\gamma_p} \times \\ \times \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \Gamma_m \text{tg}(\Gamma_m l) I_{pm} I_{nm} = 0, \quad n = 1, 3, \dots, \quad (47)$$

$$C_n - \sigma \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} C_p \frac{\text{ctg}(\gamma_p t)}{\gamma_p} \times \\ \times \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \Gamma_m \text{ctg}(\Gamma_m l) I_{pm} I_{nm} = 0, \quad n = 1, 3, \dots, \quad (48)$$

Як і в рівняннях резонансних частот, що впливають з (33)–(36), у трансцендентних рівняннях, які впливають з (45)–(48), легко ізолювати полюси тангенса і котангенса. Рівняння резонансних частот, що впливають з (45)–(48), є дійсними як при дійсних Γ_p і γ_n , так і при уявних.

Сума або різниця C_n і D_n в (45)–(48) записані однією літерою, яка тепер відповідає запису полів у другій області через синус або косинус. У рівняннях, що впливають з (41)–(44) або (45)–(48), отриманих вище, може бути враховане довільне число доданків у розкладі полів в області 1 (при обмеженому порядку СЛАР, який визначається числом врахованих C_n). У рівняннях (29)–(32) або (33)–(36) обмеженим є число доданків у розкладі полів в області 1 (при обмеженому порядку СЛАР, який визначається числом врахованих A_m).

Одноступенева структура

Попередньо зауважимо, що прямий перехід від СЛАР (25), (26) для двоступеневої структури до СЛАР для одноступеневої є неможливим, оскільки при $t=0$ присутні в СЛАР тангенси

стають нульовими, а котангенси – необмеженими. Це можна вважати недоліком СЛАР (25), (26). СЛАР (25), (26) допускає перехід $l=0$, але при цьому періодичність структури стає невідзначеною, більший розмір уздовж осі x зникає. Такий перехід можливий для СЛАР (39), (40).

Запишемо СЛАР (39), (40) при $t=0$:

$$(C_n - D_n) \gamma_n - \sigma \sin \varphi \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} (C_p + D_p) \times \\ \times \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\Gamma_m}{\sin(2\Gamma_m l)} I_{pm} I_{nm} = 0, \quad n = 1, 3, \dots, \quad (49)$$

$$\sigma \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} (C_p + D_p) \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\Gamma_m}{\sin(2\Gamma_m l)} \times \\ \times [\cos \varphi - \cos(2\Gamma_m l)] I_{pm} I_{nm} = 0, \quad n = 1, 3, \dots, \quad (50)$$

Останню підсистему розпишемо

$$\sigma \cos \varphi \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} (C_p + D_p) \times \\ \times \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\Gamma_m}{\sin(2\Gamma_m l)} I_{pm} I_{nm} - \sigma \times \\ \times \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} (C_p + D_p) \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \Gamma_m \text{ctg}(2\Gamma_m l) I_{pm} I_{nm} = 0, \\ n = 1, 3, \dots$$

Першу суму в останній підсистемі можна замінити сумою з (49):

$$(C_n - D_n) \gamma_n \text{ctg} \varphi - \sigma \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} (C_p + D_p) \times \\ \times \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \Gamma_m \text{ctg}(2\Gamma_m l) I_{pm} I_{nm} = 0, \quad n = 1, 3, \dots, \quad (51)$$

Цю підсистему можна записати подібно до (49):

$$(C_n - D_n) \gamma_n - \sigma \text{tg} \varphi \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} (C_p + D_p) \times \\ \times \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \Gamma_m \text{ctg}(2\Gamma_m l) I_{pm} I_{nm} = 0, \quad n = 1, 3, \dots, \quad (52)$$

З (49), (52) виключаємо різницю амплітуд полів у другій області:

$$\sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} (C_p + D_p) \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \Gamma_m \text{ctg}(2\Gamma_m l) I_{pm} I_{nm} = \\ = \cos \varphi \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} (C_p + D_p) \times$$

$$\times \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\Gamma_m}{\sin(2\Gamma_m l)} I_{pm} I_{nm}, \quad n = 1, 3, \dots \quad (53)$$

Суму амплітуд позначимо однією літерою, наприклад, C_p . Запишемо остаточно СЛАР для одноступеневої структури:

$$\sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} C_p \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\Gamma_m}{\sin(2\Gamma_m l)} (\cos(2\Gamma_m l) - \cos \varphi) \times I_{pm} I_{nm} = 0, \quad n = 1, 3, \dots \quad (54)$$

Дисперсійне рівняння (рівність нулю детермінанта СЛАР (54)) є дійсним; воно має вигляд розкладу в ряд за степенями косинуса кута зсуву фаз. Найвищий степінь косинуса кута зсуву фаз дорівнює порядку визначника – дисперсійного рівняння. Найвищий порядок дисперсійного рівняння визначається максимальним значенням числа n і дорівнює $(N + 1)/2$.

У наближенні однієї функції на апертурі (першій) маємо пряму формулу для розрахунку дисперсійної характеристики:

$$\cos \varphi = \frac{\sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \Gamma_m \operatorname{ctg}(2\Gamma_m l) I_{1m}^2}{\sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\Gamma_m}{\sin(2\Gamma_m l)} I_{1m}^2}. \quad (55)$$

Це дисперсійне рівняння, яке враховує необмежене число хвиль у резонаторах одноступеневої періодичної структури (див. рис. 1, в області 1). Зрозуміло, що воно є наближеним, тому що отримане за умови апроксимації поля на апертурі однією функцією. Дисперсійне рівняння (55) може використовуватися для попередньої оцінки дисперсійної характеристики.

Як і мало бути, перехід від двоступеневої структури до одноступеневої супроводжується зменшенням удвічі числа невідомих коефіцієнтів.

Результати розрахунків

На рис. 4 наведено f - φ -діаграму одноступеневої періодичної структури з розмірами

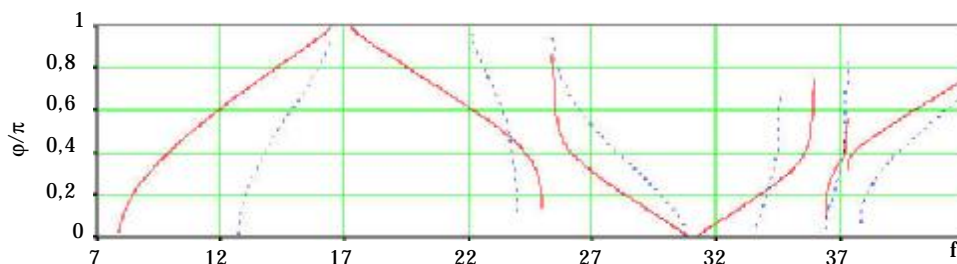


Рис. 4. f - φ -діаграма одноступеневої періодичної структури

$A = 22$ мм, $a = 16$ мм, $l = 5,2$ мм (суцільні лінії). Частоту наведено в гігагерцах, дисперсійна характеристика подана в шести перших смугах пропускання і розрахована згідно з (55) із врахуванням у сумах доданків з $m = 1, 3, 5-17$.

Правильність розрахунку можна перевірити з таких простих міркувань. При $\varphi = 0$ перша гранична частота може бути знайдена з умови $\Gamma_1 = 0$, тобто з рівняння $\sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi}{A}\right)^2} = 0$.

Звідси знаходимо $f_0 = 6,818$ ГГц. Дійсна частота має бути більшою. Результат розрахунку

$f_0 = 7,5069$. При $\varphi = \frac{\pi}{2}$ перша гранична частота

може бути знайдена з умови $\Gamma_1 4l = \pi$, тобто з рівняння $k = \pi \sqrt{(4l)^{-2} + A^{-2}}$. Звідси знаходимо

$f_{\pi/2} = 9,9244$ ГГц. Дійсна частота має бути більшою. Результат розрахунку $f_0 = 10,3976$ ГГц.

Нарешті, при $\varphi = \pi$ перша гранична частота може бути знайдена з умови $\Gamma_1 2l = \pi$, тобто з

рівняння $f_{\pi} = \frac{c}{2} \sqrt{(2l)^{-2} + A^{-2}}$. Звідси знаходимо

$f_{\pi/2} = 15,9535$ ГГц. Дійсна частота має бути більшою. Результат розрахунку

$f_{\pi/2} = 15,9801$ ГГц.

Штриховими лініями наведено f - φ -діаграму структури з $a = 7$ мм. Перша смуга стала вужчою. Частота π виду другої смуги суттєво збільшилася.

На рис. 5 наведено дисперсійні характеристики в основній смузі пропускання для кількох розмірів $a = 16, 8, 4$ мм. По осі абсцис відкладені $\lambda/4l$, по осі ординат – фазове сповільнення c/v_{φ} .

Розрахунки проведені для визначника СЛАР (54) п'ятого порядку (тонка крайня крива праворуч), четвертого порядку (всі інші криві). Враховувалися доданки з $m = 1, 3, \dots, 11$. Дисперсійні криві розміщені в області $\lambda < 2A$, як і

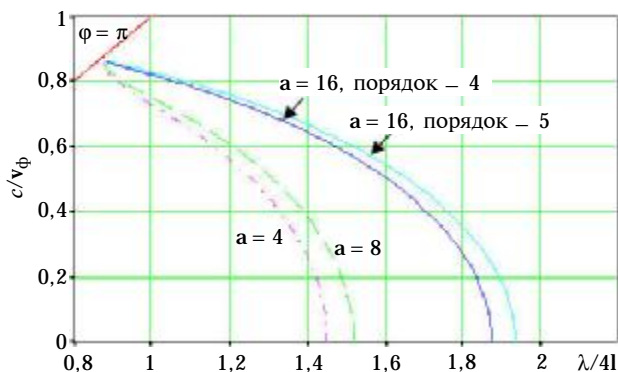


Рис. 5. Дисперсійні характеристики в основній смузі пропускання

варто було очікувати. Зі зменшенням a ширина смуги пропускання зменшується. Зміщення дисперсійної характеристики зі збільшенням порядку невелике.

Висновки

Задача поширення електромагнітних хвиль у періодичній структурі з поперечним електричним полем в основній смузі пропускання розв'язана методом поперечного поділу – площинами, перпендикулярними поздовжній координаті, період структури розбито на дві підобласті. Поле в кожній підобласті записане сумою прямих і зворотних хвиль. Методом моментів система функціональних рівнянь, що впливає з граничних умов і умови періодичності, зведена до однорідної системи лінійних

алгебричних рівнянь (СЛАР), порядок якої дорівнює $(M+N+2)/2$, де M і N – число доданків у розкладах полів у підобластях. Використовуючи специфічний вигляд СЛАР зведена до СЛАР у одній підобласті – першій або другій. Отримані СЛАР припускають простий аналіз для фазових зсувів на період $\varphi=0$ і $\varphi=\pi$. Правильність отриманих дисперсійних рівнянь перевірена шляхом визначення частот, що відповідають $\varphi=0, \pi/2, \pi$. Показано, що здійснити перехід до одноступеневої структури можна лише для однієї з отриманих СЛАР для підобластей. Результати розрахунку дисперсійних характеристик хвиль у перших шести смугах пропускання для двох розмірів структури засвідчили, що ширина смуги пропускання може бути значно більшою, ніж у відомих структурах, призначених для сепарації заряджених частинок. Ширина основної смуги пропускання зменшується зі зменшенням розміру апертури. Розрахунками з різними порядками визначника показано достатню точність отриманого алгоритму при невеликому числі врахованих доданків у розкладах полів.

Перспективами подальших досліджень може бути вивчення властивостей двоступеневих структур: дисперсійних характеристик, опору зв'язку тощо. Важливим є також дослідження залежності точності розрахунку від M і N . Плануються проведення експериментальних досліджень і постановка лабораторної роботи для навчального процесу.

1. Силин Р.А. Периодические волноводы. – М.: Фазис, 2002. – 436 с.
2. Найдено В.И., Дубровка Ф.Ф. Аксиально-симметричные периодические структуры и резонаторы. – К.: Вища шк., 1985. – 224 с.
3. Линейные ускорители ионов. Т. 1. Проблемы и теория / Под ред. Б.П. Мурина. – М.: Атомиздат, 1978. – 264 с.
4. Двуреченский В.Д., Федотов А.Ю. Антенны с импедансными периодическими структурами. – М.: Горячая Линия-Телеком, 2012. – 152 с.
5. G. Mattaei et al. Microwave Filters, Impedance-Matching Networks and Coupling Structures. Artech House Inc., 1980, 1096 p.
6. Будзинский Ю., Быковский С., Ванке В. Нетрадиционная вакуумная СВЧ электроника на основе поперечных волн электронного потока // Электроника. Наука. Технология. Бизнес. – 2005. – Вып. 4. – С. 38–42.
7. Гусева Е.В., Найдено В.И. Исследование резонаторов линейного типа для многолучевых приборов СВЧ // Электрон. техника. Сер. Электроника СВЧ. – 1986. – Вып. 1 (385). – С. 39–44.