

УДК 537.611

С.О. Решетняк, О.М. Андрієвська

## ПОВЕДІНКА ПОВЕРХНЕВИХ СПІНОВИХ ХВИЛЬ ПРИ ВІДБИТТІ ВІД ОДНОВІСНОГО МУЛЬТИШАРОВОГО ФЕРОМАГНЕТИКА

The purpose of this article is to review the reflective properties of multilayer ferromagnet for surface spin waves. It was calculated the reflection coefficient of surface spin waves from multilayer ferromagnet with uniaxial magnetic anisotropy in non-ideal boundary conditions at the interface between layers. The problem is solved in the exchange approximation. Graphics shows us the dependence of the reflection coefficient on the frequency, of the external magnetic field, the exchange interaction constant and uniaxial magnetic anisotropy. It was found the strong dependence of the reflectance of the surface spin waves from these parameters, and also on the value of exchange stiffness that is well observed in its small value. There are characteristic for multilayer structures as prohibited zones and zones of cross waves. Changing the values of the wave frequency, the value of an external constant homogeneous magnetic field, constant exchange interaction and uniaxial magnetic anisotropy, it is possible to achieve the desired values of the reflection coefficient.

**Keywords:** multilayer ferromagnet, surface spin wave, reflection coefficient, exchange interaction constant, uniaxial magnetic anisotropy.

### Вступ

Мультишарові ферромагнетики мають значну кількість унікальних властивостей, що дають можливість їх широкого використання у мікро- та нанотехнологіях. Крім того, останнім часом великий інтерес становить вивчення властивостей високочастотних спінових хвиль у таких структурах [1–3]. Їх дослідження відкриває нові можливості для розвитку спін-хвильової електроніки, створення елементів пам'яті, керованих фільтрів тощо. Зокрема, в прикладному плані інтерес має відбивна здатність мультишарових структур щодо спінових хвиль, які поширюються в магнетик.

У працях [4–7] вже розглядалися процеси відбиття спінових хвиль у випадку ідеальних граничних умов на межі двох ферромагнетиків. Також багато уваги присвячено розгляду таких питань, як особливості відбиття та проходження спінових хвиль через двовісні ферромагнетики, вплив модуляції намагніченості на відбивну здатність таких матеріалів тощо.

### Постановка задачі

Мета роботи – розрахувати коефіцієнт відбиття спінових хвиль від мультишарового ферромагнетика у випадку неідеального обміну між шарами, а також побудувати та дослідити графічні залежності коефіцієнта відбиття від параметрів матеріалу, що використовується, а також від частоти і зовнішнього магнітного поля, в яке буде поміщуватися матеріал.

### Вихідні дані

Розглянемо систему з трьох складових частин, площі дотику яких паралельні площині уз. Перша і третя частини являють собою однорідний одновісний напівнескінченний ферромагнетик, між ними знаходиться  $N$ -шаровий ферромагнетик з модульованими константами обмінної взаємодії  $\alpha$ , одновісної анізотропії  $\beta$  і намагніченості насичення  $M_0$ . Величини  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $M_0$  набувають значення  $\alpha_1$ ,  $\beta_1$ ,  $M_{01}$  та  $\alpha_2$ ,  $\beta_2$ ,  $M_{02}$  у відповідних шарах. Легка вісь і зовнішнє постійне однорідне магнітне поле  $H_0$  спрямовані вздовж осі  $z$ .

### Рівняння динаміки намагніченості насичення для мультишарової структури

Згідно з формалізмом спінової густини [8], подамо розподіл намагніченості в матеріалі у такому вигляді:

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = M_0 \Psi^+(\mathbf{r}, t) \sigma \Psi(\mathbf{r}, t), \quad (1)$$

де  $\Psi(\mathbf{r}, t)$  – квазікласична “хвильова функція” електронів (спінорів);  $\mathbf{r}$  – радіус-вектор декартової системи координат;  $\sigma$  – дворядні матриці Паулі.

Згідно з принципом найменшої дії рівняння Лагранжа матимуть такий вигляд [4] без згасання у системі:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_j(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -\mu_0 \mathbf{H}_{ej}(\mathbf{r}, t) \Psi_j(\mathbf{r}, t), \quad (2)$$

де ефективне поле  $\mathbf{H}_e$  виглядає таким чином [5]:

$$\mathbf{H}_{ej} = -\frac{\partial w_j}{\partial \mathbf{M}_j} + \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\partial w_j}{\partial \left( \frac{\partial \mathbf{M}_j}{\partial x_k} \right)}.$$

Враховуючи, що в основному стані матеріал намагнічений паралельно осі  $z$ , представимо  $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = M_0 \mathbf{e}_z + \mathbf{m}(\mathbf{r}, t)$ , де  $\mathbf{m}(\mathbf{r}, t)$  є малим відхиленням від основного стану. Припускаючи  $M^2(\mathbf{r}, t) = \text{const}$ , будемо шукати розв'язок рівняння (2) у вигляді

$$\Psi = \Psi^{(0)} + \Psi^{(1)}.$$

Функція  $\Psi_0$  описує основний стан магнетика,  $\Psi_1$  – малі відхилення від основного стану в рамках першого порядку теорії збурень.

Якщо параметри матеріалу задовольняють умову  $L \gg l$ , де  $L$  – характеристична довжина матеріалу,  $l = a + b$  – період функцій  $\alpha$  і  $\beta$ , то в ефективному гамільтоніані задачі можна знехтувати членами, які описують магнітостатичну взаємодію, порівняно з обмінними, і записати для густини енергії такий вираз [5, 7]:

$$w_j = \frac{\alpha_j}{2} \left( \frac{\partial m_j}{\partial x_k} \right)^2 + \frac{\beta_j}{2} (m_{jx}^2 + m_{jy}^2) - H_0 M_{jz}, \quad (3)$$

де  $\mathbf{n}$  – одиничний вектор, напрямлений уздовж осі легкого намагнічування;  $\Delta$  – оператор Лапласа.

Отже, загальний розв'язок рівняння (2) будемо шукати у вигляді

$$\Psi = e^{i\eta t} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + e^{i\eta t} \begin{pmatrix} \xi(\mathbf{r}, t) \\ \chi(\mathbf{r}, t) \end{pmatrix}.$$

Вклад у відхилення намагніченості в лінійній теорії збурень дає тільки функція  $\chi(\mathbf{r}, t)$ , тому проведена лінеаризація веде до такого загального вигляду хвильової функції в кожному з півпросторів ( $j = 1, 2$ ):

$$\Psi_j(\mathbf{r}, t) = \exp\left(\frac{i\mu_0 H_0 t}{\hbar}\right) \begin{pmatrix} 1 \\ \chi_j(\mathbf{r}, t) \end{pmatrix}. \quad (4)$$

На поверхні  $z = 0$  має виконуватися гранична умова:

$$\frac{\partial \chi_j}{\partial z}(x, y, 0, t) - L_j \chi_j(x, y, 0, t) = 0,$$

де  $L_j$  – параметр закріплення спінів на поверхні магнетика.

Лінеаризуючи рівняння для  $\Psi_j$ , а також виконуючи перетворення Фур'є за часом та для координат  $y$  та  $z$ , для спінової хвилі, що згадає вглиб магнетика вздовж осі  $z$ , отримаємо

$$\left( \alpha_j \frac{d^2}{dx^2} + \Omega_j - \alpha_j (k_y^2 - L_i^2) - \beta_j - \tilde{H}_{0j} \right) \times \\ \times \chi_{j\omega, k}(x) = 0, \quad (5)$$

де  $\tilde{H}_{0j} = H_0 / M_{0j}$ ,  $\Omega_j = \omega \hbar / 2\mu_0 M_{0j}$ ,  $\omega$  – частота,  $j = 1, 2$ .

Для визначення коефіцієнта відбиття спінової хвилі від мультишару скористаємося методом розрахунку параметрів розсіювання частинок на напівнескінченному періодичному потенціалі [9]. З огляду на це маємо такі формули:

$$R_N = R \frac{1 - \exp(2iqL N)}{1 - R^2 \exp(2iqL N)} \quad (6)$$

амплітуда відбиття спінової хвилі від мультишарової структури з  $N$  шарів;

$$R = \frac{\sqrt{(\rho+1)^2 - \tau^2} - \sqrt{(\rho-1)^2 - \tau^2}}{\sqrt{(\rho+1)^2 - \tau^2} + \sqrt{(\rho-1)^2 - \tau^2}} \quad (7)$$

амплітуда відбиття спінової хвилі від напівнескінченної багат шарової структури; де  $q$  – блохівський квазіхвильовий вектор, який можна подати таким чином:

$$\exp(iqL N) = \frac{\sqrt{(\tau+1)^2 - \rho^2} + \sqrt{(\tau-1)^2 - \rho^2}}{\sqrt{(\tau+1)^2 - \rho^2} - \sqrt{(\tau-1)^2 - \rho^2}}, \quad (8)$$

причому  $\rho$  і  $\tau$  являють собою, відповідно, комплексні амплітуди відбиття і проходження хвилі для окремого періоду.

### Граничні умови для мультишарового феромагнетика

Для матеріалу, який складається із двох однорідних частин, що контактують уздовж площини  $yz$ , густину енергії можна записати у вигляді [5, 6]

$$w = \sum_{j=1}^2 \theta[(-1)^j x] w_j + A \delta(x) \mathbf{M}_1 \mathbf{M}_2, \quad (9)$$

де  $A$  – константа, що характеризує обмін в інтерфейсі;  $\theta(x)$  – східчаста функція;  $w_j$  визначаються співвідношенням (3). При інтегруванні рівнянь руху магнітного моменту по малій околиці інтерфейсу одержуємо такі граничні умови, які будемо використовувати для кожного

інтерфейсу мультишарової структури, проте, вважаючи параметр  $A$  однаковим для всіх інтерфейсів (індекси  $\omega$ ,  $k$  опускаємо):

$$\begin{aligned} A\gamma(\chi_2 - \chi_1) + \alpha_1\chi'_1 &= 0, \\ A(\chi_2 - \chi_1) + \gamma\alpha_2\chi'_2 &= 0, \end{aligned} \quad (10)$$

де  $\gamma = \frac{M_{02}}{M_{01}}$ .

**Амплітуда відбиття і проходження спінової хвилі для окремого періоду**

Зіставимо падаючій хвилі функцію  $\chi_I = \exp(ik_1x)$ , відбитій хвилі —  $\chi_\rho = \rho \exp(i\tilde{k}_1x)$ , хвилі, що пройшла через окремий період,  $\chi_\tau = \tau \exp(ik_1x)$ , де  $k_1$  і  $\tilde{k}_1$  — хвильові вектори падаючої (пройденої) і відбитої хвиль відповідно,  $\tilde{k}_1 = -k_1$ . Підставляючи в (10) ці вирази, а також вираз  $\chi_{\text{layer}} = C_1 \exp(ik_2x) + C_2 \exp(-ik_2x)$ , який описує хвилю в проміжному шарі для кожної із двох границь окремого періоду, приходимо до виразів для амплітуд відбиття й проходження спінової хвилі:

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \exp(ik_1b) \frac{A^2C_- + AD_- + E}{A^2C_+ + AD_+ + E}, \\ \tau &= \exp(-ik_1a) \frac{2A^2\alpha_1\alpha_2k_1k_2}{A^2C_+ + AD_+ + E} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

де

$$\begin{aligned} C_\pm &= (1 \pm \gamma^4)\alpha_1\alpha_2k_1k_2 \cos(k_2a) - i\gamma^2 \times \\ &\quad \times (\alpha_1^2k_1^2 \pm \alpha_2^2k_2^2) \sin(k_2a), \\ D_\pm &= \gamma\alpha_1\alpha_2k_1k_2 \left[ (1 \pm \gamma^2)\alpha_2k_2 \sin(k_2a) + \right. \\ &\quad \left. + i(1 + \gamma^2)\alpha_1k_1 \cos(k_2a) \right], \\ E &= i\gamma^2\alpha_1^2\alpha_2^2k_1^2k_2^2 \sin(k_2a), \\ k_{x,j}^2 &= \frac{\Omega_j - \tilde{H}_{0j} - \alpha_jk_y^2 + \alpha_jL_j^2 - \beta_j}{\alpha_j}, \\ k_{x,j}^2 &= k_j^2. \end{aligned}$$

**Амплітуда відбиття спінової хвилі для мультишарової структури**

Використовуючи вирази (11), можна переписати рівність (7) таким чином:

$$R = \frac{\sqrt{F_+F_-} - \sqrt{G_+G_-}}{\sqrt{F_+F_-} + \sqrt{G_+G_-}}, \quad (12)$$

де

$$\begin{aligned} F_\pm &= A^2 \left\{ \left[ \cos\left(\frac{k_1b}{2}\right) - i\gamma^4 \sin\left(\frac{k_1b}{2}\right) \pm 1 \right] \cos(k_2a) - \right. \\ &\quad \left. - \left[ (\gamma^2\zeta \pm 1) \sin\left(\frac{k_1b}{2}\right) + i(\gamma^2\zeta^{-1} \pm 1) \cos\left(\frac{k_1b}{2}\right) \right] \sin(k_2a) \right\} + \\ &\quad + A\gamma\alpha_1k_1 \left\{ \left[ \zeta \left[ \cos\left(\frac{k_1b}{2}\right) - i\gamma^2 \sin\left(\frac{k_1b}{2}\right) \right] \sin(k_2a) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + i(1 + \gamma^2) \cos\left(\frac{k_1b}{2}\right) \cos(k_2a) \right] \right\} + \\ &\quad + i\gamma^2\alpha_1^2k_1^2\zeta \cos\left(\frac{k_1b}{2}\right) \sin(k_2a), \\ G_\pm &= A^2 \left\{ \left[ i \sin\left(\frac{k_1b}{2}\right) - \gamma^4 \cos\left(\frac{k_1b}{2}\right) \mp 1 \right] \cos(k_2a) + \right. \\ &\quad \left. + \left[ (\gamma^2\zeta^{-1} \pm 1) \sin\left(\frac{k_1b}{2}\right) + i(\gamma^2\zeta \pm 1) \cos\left(\frac{k_1b}{2}\right) \right] \sin(k_2a) \right\} + \\ &\quad + A\gamma\alpha_1k_1 \left\{ \left[ \zeta \left[ i \sin\left(\frac{k_1b}{2}\right) - \gamma^2 \cos\left(\frac{k_1b}{2}\right) \right] \sin(k_2a) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - (1 + \gamma^2) \sin\left(\frac{k_1b}{2}\right) \cos(k_2a) \right] \right\} - \\ &\quad - \gamma^2\alpha_1^2k_1^2\zeta \sin\left(\frac{k_1b}{2}\right) \sin(k_2a), \\ \zeta &= \frac{\alpha_2k_2}{\alpha_1k_1}. \end{aligned}$$

**Результати**

Процеси відбиття поверхневих спінових хвиль від одновісних мультишарових ферромагнетиків зі змінними значеннями констант обмінної взаємодії та одновісної магнітної анізотропії, а також намагніченістю насичення, відображають сильну залежність від частоти падаючої хвилі (рис. 1,  $a-e$ ), значення зовнішнього магнітного поля (рис. 2,  $a, b$ ), в яке поміщується багатшарова структура, а також від параметрів, що характеризують властивості самого зразка.

Варіюючи значення параметра, що характеризує обмін в інтерфейсі, а також значення зовнішнього магнітного поля, параметри  $\alpha$  (рис. 3,  $a-e$ ) і  $\beta$  (рис. 4,  $a, b$ ), можна досягати потрібних значень інтенсивності коефіцієнта відбиття спінових хвиль.

При певних параметрах матеріалу можна домогтися як повного проходження хвилі крізь

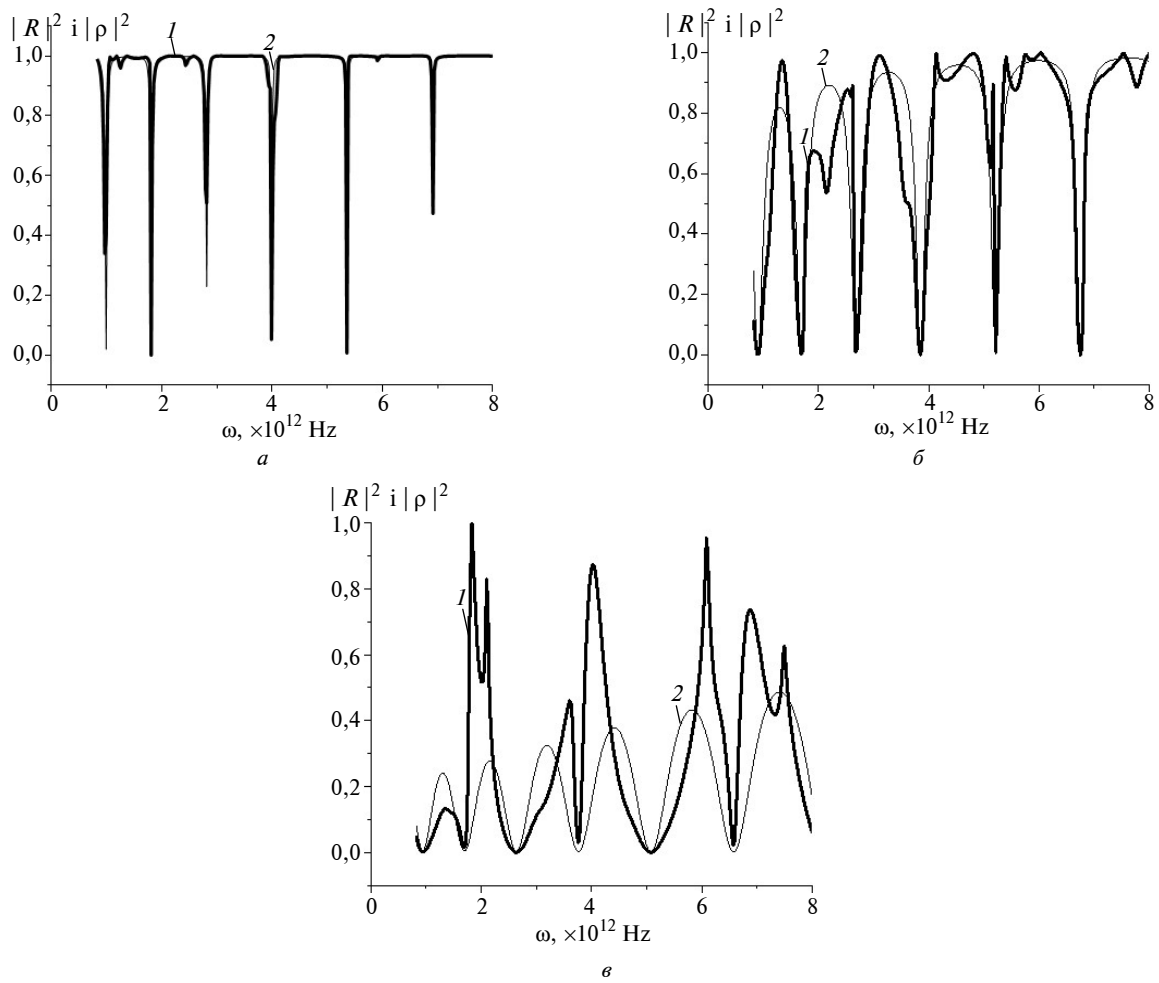


Рис. 1. Залежність інтенсивності відбиття спінової хвилі  $|R|^2$  (крива 1) і  $|\rho|^2$  (крива 2) від частоти при  $\alpha_1 = 10^{-11} \text{ см}^2$ ,  $\alpha_2 = 2\alpha_1$ ,  $\beta_1 = 40$ ,  $\beta_2 = 90$ ,  $\tilde{H}_0 = 1,5 \text{ кЕ}$ ,  $M_1 = 100 \text{ Гс}$ ,  $M_2 = 105 \text{ Гс}$ ,  $a = 2b$ ,  $b = 10^{-6} \text{ м}$ ,  $L_1 = L_2 = 4 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$  при  $A / c$   $6,666 \cdot 10^4$  (а),  $2,333 \cdot 10^5$  (б) та  $1 \cdot 10^6$  (в)

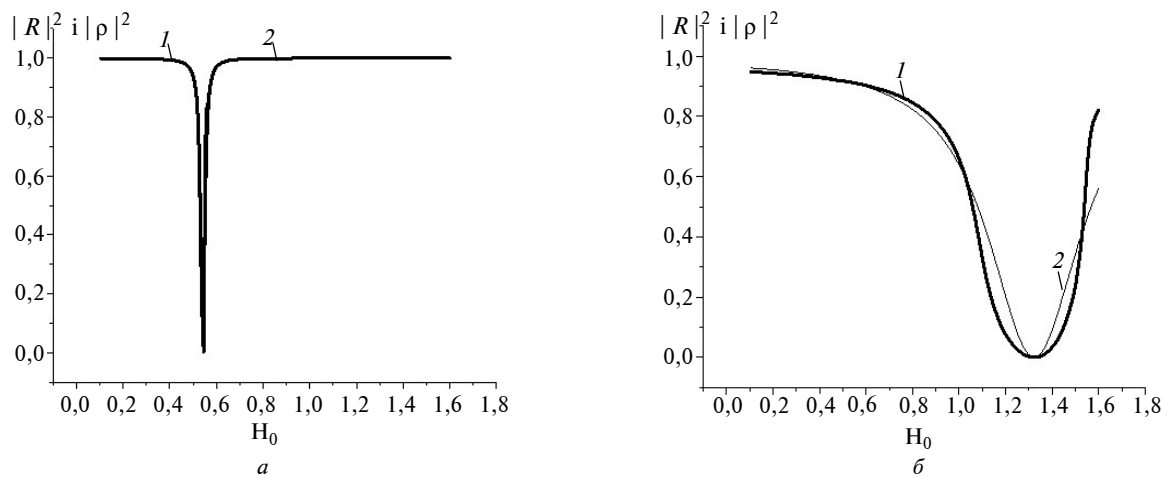


Рис. 2. Залежність інтенсивності відбиття спінової хвилі  $|R|^2$  (крива 1) і  $|\rho|^2$  (крива 2) від зовнішнього магнітного поля при  $\alpha_1 = 10^{-11} \text{ см}^2$ ,  $\alpha_2 = 2\alpha_1$ ,  $\beta_1 = 40$ ,  $\beta_2 = 90$ ,  $\omega = 7 \cdot 10^{12} \text{ Гц}$ ,  $M_1 = 100 \text{ Гс}$ ,  $M_2 = 105 \text{ Гс}$ ,  $a = 2b$ ,  $b = 10^{-6} \text{ м}$ ,  $L_1 = L_2 = 4 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$  при  $A / c$   $3,333 \cdot 10^4$  (а) та  $1,667 \cdot 10^5$  (б)

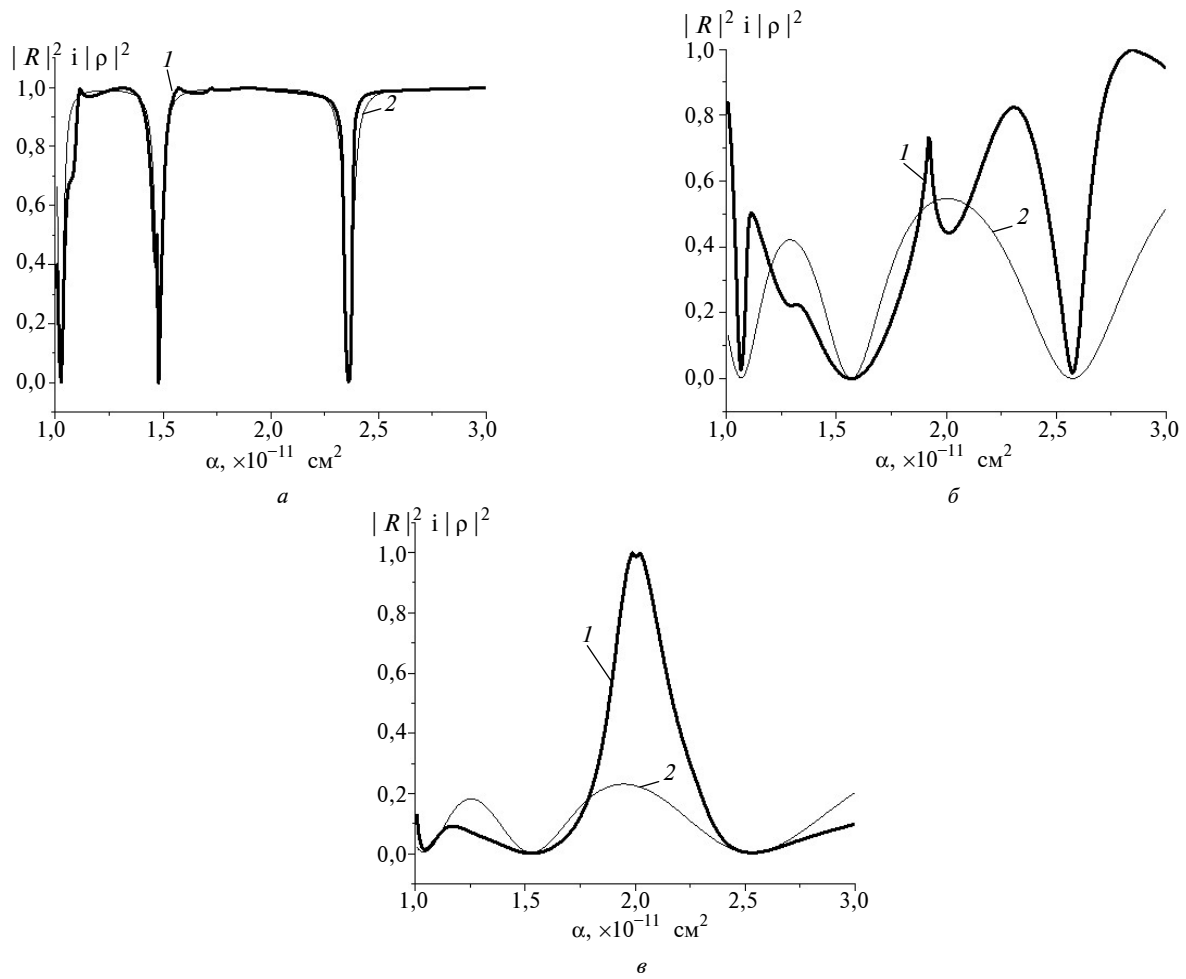


Рис. 3. Залежність інтенсивності відбиття спінової хвилі  $|R|^2$  (крива 1) і  $|\rho|^2$  (крива 2) від константи обмінної взаємодії при  $\beta_1 = 40$ ,  $\beta_2 = 90$ ,  $\omega = 4 \cdot 10^{12}$  Гц,  $\tilde{H}_0 = 1,5$  кЕ,  $M_1 = 100$  Гс,  $M_2 = 105$  Гс,  $a = 2b$ ,  $b = 10^{-6}$  м,  $L_1 = L_2 = 4 \cdot 10^6$  м $^{-1}$  при  $A / c$   $1,667 \cdot 10^5$  (а),  $1 \cdot 10^6$  (б) та  $2,433 \cdot 10^6$  (в)

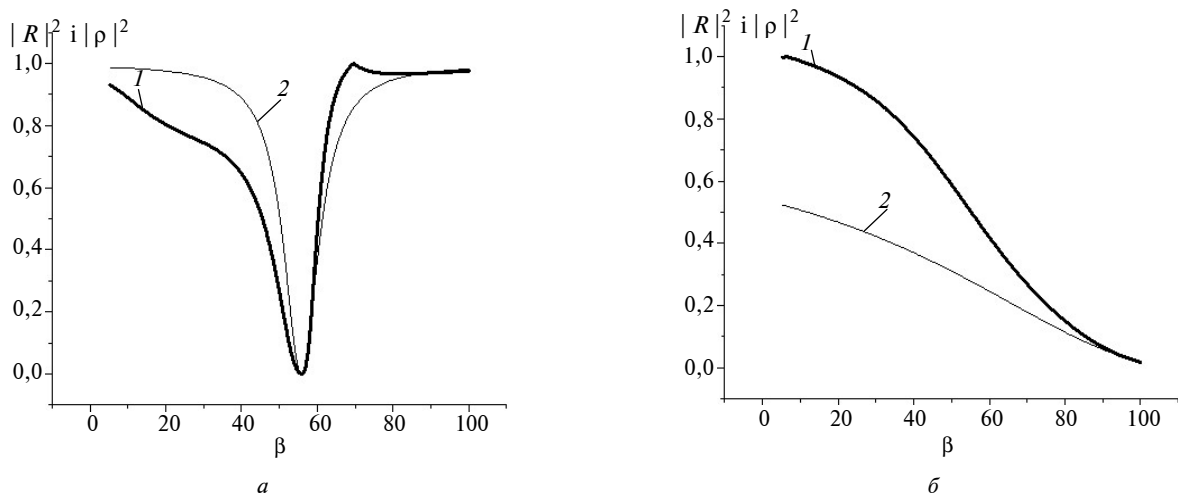


Рис. 4. Залежність інтенсивності відбиття спінової хвилі  $|R|^2$  (крива 1) і  $|\rho|^2$  (крива 2) від одновісної магнітної анізотропії при  $\alpha_1 = 10^{-11}$  см $^2$ ,  $\alpha_2 = 2\alpha_1$ ,  $\omega = 4 \cdot 10^{12}$  Гц,  $\tilde{H}_0 = 1,5$  кЕ,  $M_1 = 100$  Гс,  $M_2 = 105$  Гс,  $a = 2b$ ,  $b = 10^{-6}$  м,  $L_1 = L_2 = 4 \cdot 10^6$  м $^{-1}$  при  $A / c$   $1 \cdot 10^5$  (а) та  $5,889 \cdot 10^5$  (б)

мультишарову структуру, так і повного відбиття хвилі для цілого набору частот, що зумовлено періодичністю структури.

Відбивна здатність мультишарової структури також багато в чому визначається значенням параметра інтерфейсного обміну  $A$ , причому особливо яскраво це проявляється при малих значеннях  $A$  (рис. 5).

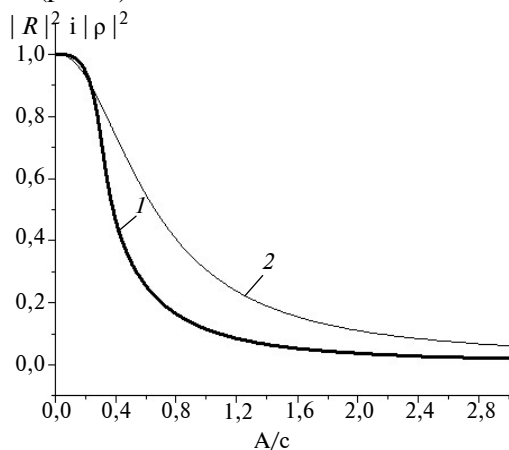


Рис. 5. Залежність інтенсивності відбиття спінової хвилі  $|R|^2$  (крива 1) і  $|\rho|^2$  (крива 2) від параметра  $A$  при частоті  $\omega = 5,48 \cdot 10^{12}$  Гц,  $\alpha_1 = 10^{-11}$  см<sup>2</sup>,  $\alpha_2 = 2\alpha_1$ ,  $\beta_1 = 40$ ,  $\beta_2 = 90$ ,  $\tilde{H}_0 = 1,5$  кЕ,  $M_1 = 100$  Гс,  $M_2 = 105$  Гс,  $a = 2b$ ,  $b = 10^{-6}$  м,  $L_1 = L_2 = 4 \cdot 10^6$  м<sup>-1</sup>

Зміну значення параметра  $A$  можна інтерпретувати як зміну ефективної відстані між сусідніми шарами, завдяки чому міжшаровий обмін або підсилюється ( $A \rightarrow \infty$ ), або послабляється ( $A \rightarrow 0$ ).

#### Список літератури

1. *M. Bailleul et al.*, "Propagating spin wave spectroscopy in a permalloy film: A quantitative analysis", *Appl. Phys. Lett*, vol. 83, no. 5, pp. 972–974, 2003.
2. *Korbinian Perzmaier*, *Propagation and Interference of Spin Waves in Ferromagnetic Thin Films*. Berlin: Logos Verlag, 2008, 104 p.
3. *D. Stancil, Daniel and Anil Prabhakar*, *Spin Waves: Theory and Applications*. New York: Springer–Verlag, 2008, 330 p.
4. *Спиновые волны / А.И. Ахиезер, В.Г. Барьяхтар, С.В. Пелетминский*. – М.: Наука, 1967. – 368 с.
5. *Горобец Ю.И., Кучко А.Н., Решетняк С.А.* Отражение спиновых волн в многослойных материалах с модулированными магнитными параметрами // *Физика твердого тела*. – 38, № 2. – 1996. – С. 575–580.
6. *Даноян З.Н., Атоян А.* Отражение спиновых волн от границы ферромагнитной среды при обобщенных граничных условиях // *Изв. нац. акад. наук Армении*. – 63, № 2. – 2010. – С. 34–39.
7. *Yu.I. Gorobets et al.*, "Influence of damping parameter on reflection of bulk spin waves from the uniaxial multilayer ferromagnetic structure", *Functional Materials*, vol. 15, no. 2, pp. 239–243, 2008.
8. *Барьяхтар В.Г., Горобец Ю.И.* Цилиндрические магнитные домены и их решетки. – К.: Наук. думка, 1988. – 168 с.
9. *Игнатович В.К.* Этуод об одномерном периодическом потенциале // *УФН*. – 1986. – 150, № 1. – С. 145–158.
10. *Эшенфельдер А.* Физика и техника цилиндрических магнитных доменов. – М.: Мир, 1983. – 496 с.

Рекомендована Радою  
фізико-математичного факультету  
НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції  
21 травня 2014 року

Відзначимо також, що для наведених параметрів матеріалу залежності, які відповідають відбиттю спінової хвилі від тришарової структури ( $N=3$ ), практично збігаються із залежностями, що відповідають амплітуді  $R$  відбиття від напівнескінченної мультишарової структури, тому на рисунках наводяться лише графіки, які відповідають  $|R|^2$  і  $|\rho|^2$ .

У проведених обчисленнях врахована така величина, як параметр закріплення спінів на поверхні матеріалу, за допомогою варіації якої теж можна управляти відбивними характеристиками середовища.

#### Висновки

Отже, з огляду на результати проведених розрахунків, а також на наведені графічні залежності, зроблено висновок, що відбивна здатність спінових хвиль значним чином залежить від частоти, зовнішнього постійного магнітного поля, а також від параметрів, що характеризують магнітні властивості зразка. Показано, яким чином, варіюючи ці значення, можна домогтися необхідних значень коефіцієнта відбиття.

Наведені результати можуть бути використані при розробленні та конструюванні приладів спин-хвильової мікроелектроніки.

У перспективі доцільно було б використати методику розрахунків, наведену в цій статті, для обчислення відбиттєвих спин-хвильових характеристик у тонких мультишарових плівках.