

УДК 681.758

Г.С. Тимчик, К.А. Нгуєн, М.С. Колобродов

ГРАНИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОГЕРЕНТНОГО ОПТИЧНОГО СПЕКТРОАНАЛІЗАТОРА

The influence of the component dimensions and parameters of a coherent optical spectrum analyzer on its performance was studied. One of the criteria for evaluating the performance of this instrument are the spatial resolution and the spatial bandwidth product. The purpose of this article is to study the dependence of the limiting characteristics on the changing of the component parameters of the coherent spectrum analyzer. It was considered, that the influence of the Fourier lens aberrations and the geometric dimensions of the CCD sensor on the spectral resolution and spatial bandwidth product in the schema of the analyzer, where the input transparency is located at the front focal plane of the Fourier lens. As the input transparency we used a circular aperture. The expressions, that show the dependence of the limiting characteristics on the size of the system components, were obtained in the case of using matrix sensor of a large resolution. The following example shows that the large size of the sensor allows obtaining the high spatial resolution and the large spatial bandwidth product of the device.

Keywords: coherent spectrum analyzer, spatial resolution, spatial bandwidth product, point spread function.

Вступ

На сьогодні значне місце серед досліджуваних проблем займають задачі у сфері оптичних методів та систем обробки інформації. Інтерес до оптичних методів та систем обробки інформації зумовлений високою інформаційною ємністю світлового поля як носія інформації, високою швидкістю поширення оптичних сигналів та порівняно легким здійсненням цілої низки інтегральних операцій над дво-вимірними масивами. Нині однією з актуальних проблем є проектування когерентних спектроаналізаторів, принцип роботи яких оснований на виконанні лінзою такої математичної операції, як перетворення Фур'є [1, 2].

При виборі компонентів для конструювання системи когерентного спектроаналізатора важливо враховувати вплив кожного елемента на якість та правильність отриманих результатів вимірювання. Ефективність роботи спектроаналізатора визначається його граничними характеристиками, які виникають за рахунок обмежень розмірів та параметрів Фур'є-об'єктива і приймача випромінювання (ПВ).

Постановка задачі

Метою роботи є дослідження методів розрахунку граничних характеристик когерентного оптичного спектроаналізатора, які обумовлені дифракцією на вхідному транспаранті та геометричними параметрами ПЗЗ-матриці.

Формування сигналу в когерентному спектроаналізаторі

Система когерентного спектроаналізатора складається з послідовно розміщених джерела випромінювання (лазера), вхідного транспаранта, Фур'є-об'єктива та ПЗЗ-матриці. Схема спектроаналізатора наведена на рис. 1.

Вхідний транспарант можна розмістити як у передній фокальній площині об'єктива, так і в задній. Але на практиці найчастіше його встановлюють у передній фокальній площині, в результаті чого у задній фокальній площині формується спектр досліджуваного сигналу, в якому відсутні фазові спотворення [3].

Загальний принцип роботи такого когерентного спектроаналізатора полягає в спектральному розкладанні просторового сигналу. Він дає змогу аналізувати одночасно амплітудні та фазові спектри як одновимірних, так і двовимірних просторових сигналів.

Світлова хвиля від когерентного джерела випромінювання падає на вхідний транспарант

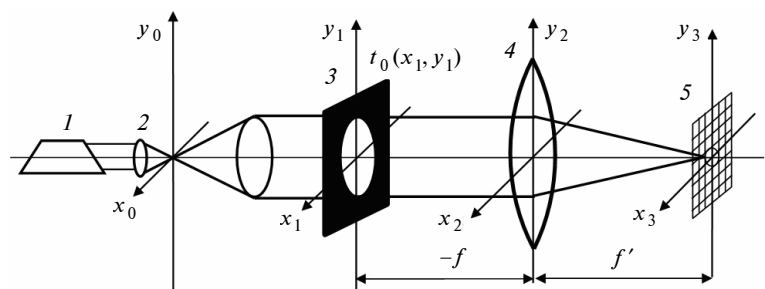


Рис. 1. Схема когерентного спектроаналізатора: 1 – лазер, 2 – розширювач лазерного пучка, 3 – вхідний транспарант, 4 – Фур'є-об'єктив, 5 – площина ПЗЗ-матриці

із записаною деякою досліджуваною інформацією, що характеризується амплітудним коефіцієнтом пропускання $t_0(x, y)$. На вхідному транспаранті світлова хвиля дифрагує, й за допомогою об'єктива формується дифракційне зображення досліджуваного сигналу, тобто просторовий спектр вхідного сигналу. Далі фотоприймачем реєструється розподіл освітленості та проводиться аналіз параметрів спектра.

Сигнал на виході оптичної системи з точністю до сталого множника збігається з Фур'є-образом (просторовим спектром) вхідного сигналу.

Таким чином, розподіл комплексних амплітуд світлових полів у задній та передній площинах Фур'є-об'єктива оптичної системи пов'язані між собою перетворенням Фур'є. Світлове поле в задній фокальній площині є просторовим амплітудно-фазовим спектром сигналу, розміщеного в передній фокальній площині Фур'є-об'єктива.

Розглянемо процес формування сигналу від вхідного транспаранта з круглим отвором, радіус якого дорівнює R_{tp} . Амплітудний коефіцієнт пропускання такого транспаранта в полярних координатах описується функцією

$$t_0(x_1, y_1) = \begin{cases} 1, & \text{коли } 0 \leq \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \leq R_{\text{tp}}; \\ 0 & \text{в інших випадках.} \end{cases} \quad (1)$$

Нехай вхідний транспарант освітлюється плоскою монохроматичною хвилею з амплітудою V_0 . Тоді амплітуда поля за транспарантом становить

$$V(x_1, y_1) = V_0 t_0(x_1, y_1). \quad (2)$$

За допомогою Фур'є-об'єктива формується просторовий спектр вхідного сигналу, що визначається двовимірним перетворенням Фур'є [3]. Враховуючи вираз (2), отримуємо розподіл амплітуди поля в площині x_3, y_3 :

$$V(x_3, y_3) = \frac{V_0}{j\lambda f'} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t_0(x_1, y_1) \exp[-j2\pi(v_x x_1 + v_y y_1)],$$

де λ – довжина хвилі; f' – фокусна відстань Фур'є-об'єктива; x_1, y_1, x_3, y_3 – просторові координати в площинах x_1, y_1 та x_3, y_3 відповідно; v_x і v_y – просторові частоти, які дорівнюють

$$v_x = \frac{x_3}{\lambda f'}, \quad v_y = \frac{y_3}{\lambda f'}. \quad (3)$$

Оскільки функція (1) є вісесиметричною, то розподіл амплітуди поля можна записати у полярній системі координат, використовуючи перетворення Фур'є–Бесселя:

$$\begin{aligned} V(r_3) &= \frac{V_0}{j\lambda f'} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} t_0(r_1) J_0\left(j \frac{2\pi r_3}{\lambda f'} r_1\right) r_1 dr_1 d\phi_1 = \\ &= \frac{2\pi}{j\lambda f'} V_0 \int_0^{R_{\text{tp}}} J_0\left(j \frac{2\pi r_3}{\lambda f'} r_1\right) r_1 dr_1. \end{aligned}$$

У результаті обчислення цього інтеграла маємо

$$V(r_3) = \frac{V_0 \pi R_{\text{tp}}^2}{j\lambda f'} \left[\frac{2J_1\left(2\pi \frac{R_{\text{tp}}}{\lambda f'} r_3\right)}{2\pi \frac{R_{\text{tp}}}{\lambda f'} r_3} \right]. \quad (5)$$

Розподіл інтенсивності у задній фокальній площині об'єктива з урахуванням амплітуди поля (5) визначається як

$$I(r_3) = |V(r_3)|^2 = \left(\frac{V_0 \pi R_{\text{tp}}^2}{\lambda f'} \right)^2 \left[\frac{2J_1\left(2\pi \frac{R_{\text{tp}}}{\lambda f'} r_3\right)}{2\pi \frac{R_{\text{tp}}}{\lambda f'} r_3} \right]^2.$$

Вплив аберацій Фур'є-об'єктива та геометричних розмірів ПЗЗ-матриці на спектральну роздільну здатність і смугу пропускання

Призначення будь-якого оптичного обчислювального приладу полягає у формуванні світлового поля, яке несе потрібну інформацію. Найбільш складною задачею в створенні оптичної системи такого приладу є отримання розподілу світлового поля в площині спостереження, що з точністю до сталого множника збігається з Фур'є-образом вхідного сигналу. Зображення, утворене будь-яким реальним оптичним приладом, містить спотворення, обумовлені як недоліками оптичної системи, так і недосконалістю ПЗЗ-матриці.

У зв'язку з цим виникає необхідність у деяких критеріях, що дають змогу оцінювати якість роботи приладу та пов'язувати якість зображення з його параметрами. До граничних характеристик спектроаналізатора належать спектральна просторова роздільна здатність, яка характе-

ризує здатність системи зображати окремо дві спектральні гармоніки однакової інтенсивності, та просторова смуга пропускання *SBP* (Space Bandwidth Product) – число роздільних точок, що може сформувати спектроаналізатор.

У реальному об'єктиві, що має кінцеві розміри, наявні аберації, що значно впливають на точність двовимірного перетворення Фур'є та роздільну здатність приладу. Тому Фур'є-об'єктив має бути виправлений на монохроматичні аберації третього порядку та повинен мати достатньо великий апертурний кут. Нині не існує способів, завдяки яким можна повністю усунути всі види аберацій, але їх можна істотно мінімізувати. Більшість сучасних високоякісних об'єктивів для оптичної обробки інформації проєктують на основі математичного моделювання лінз та експериментального вивчення їх оптичних властивостей за допомогою комп'ютерних програм [4, 5]. Якщо аберації малі, то в системі переважає дифракція світла, що встановлює граничні характеристики.

Для дифракційно обмеженого об'єктива у фокальній площині формується розподіл світлового поля, що описується функцією розсіювання точки. В результаті дифракції світла на апертурі вхідного транспаранта освітленість у довільній точці спектральної площини становить

$$E(r_3) = |V(r_3)|^2 = E_0 \left(\frac{\pi R_{tp}^2}{\lambda f'} \right)^2 \left[\frac{2J_1 \left(2\pi \frac{R_{tp}}{\lambda f'} r_3 \right)}{2\pi \frac{R_{tp}}{\lambda f'} r_3} \right]^2, \quad (7)$$

де $E_0 = |V_0|^2$ – освітленість вхідного транспаранта, R_{tp} – радіус вхідного транспаранта.

Формула (7) не враховує він'єтування на вхідній зіниці об'єктива [3].

$$\text{Графік нормованої функції } E_n(r_3) = \frac{E(r_3)}{E(0)}$$

наведено на рис. 2.

Дифракційна картина, отримана в результаті рівномірного освітлення круглої вхідної зіниці, має яскравий кружок у центрі з набором концентричних світлих і темних кілець та відома як картина Ейрі. Положення першого темного кільця, тобто першого мінімуму, знаходиться з умови

$$E_n(r_3) = 0. \quad (8)$$

На рис. 2 видно, що умова (8) виконується при

$$\frac{2R_{tp}}{\lambda f'} r_3 = 1,22.$$

Звідси розмір центральної плями дифракційної картини – кружка Ейрі – визначається довжиною хвилі світла та розміром вхідного транспаранта:

$$r_E = 1,22 \frac{\lambda f'}{2R_{tp}}.$$

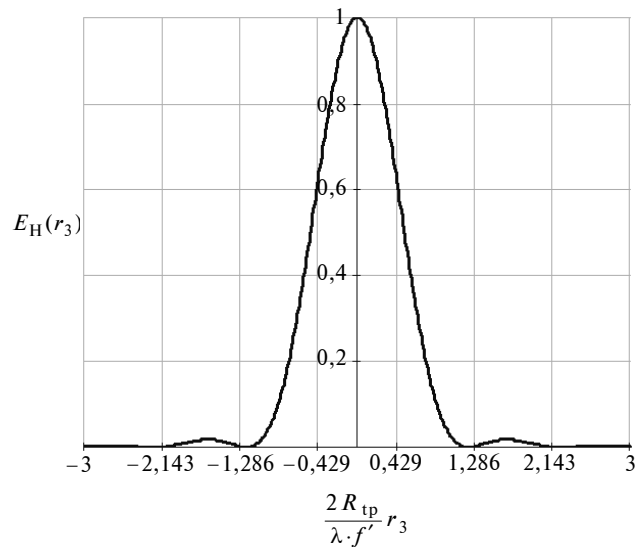


Рис 2. Графік нормованого розподілу освітленості $E_n(r_3)$

Положення кружка Ейрі в площині аналізу x_3, y_3 залежить від просторової частоти вхідного тест-об'єкта. Згідно з критерієм Релея дві спектральні гармоніки однакової інтенсивності будуть розділені, тобто спостерігатись окремо, якщо центральний максимум однієї збігається з першим мінімумом дифракційного зображення. Для одновимірного випадку маємо:

$$\Delta x_3 = r_E = 1,22 \frac{\lambda f'}{2R_{tp}}.$$

З урахуванням співвідношення (3), яке визначає просторові частоти в площині аналізу, отримуємо

$$\Delta v_{x0} = \frac{\Delta x_3}{\lambda f'} = \frac{1,22}{2R_{tp}}. \quad (9)$$

Матричний ПВ також істотно впливає на граничну роздільну здатність системи в цілому. Основною характеристикою матриці вважається її розмір. Але не менш значимою характерис-

тикою є розмір чутливого елемента (пікселя), який впливає на чутливість, роздільну здатність матриці та її динамічний діапазон.

Визначимо мінімальне просторове розділення, яке визначається матричною структурою ПВ. Для розділення двох спектральних гармонік необхідно, щоб мінімальна відстань між ними становила два пікселі $2V_D$, що відповідає критерію Найквіста.

Знайдемо мінімальне просторове розділення, яке обмежується матричним ПВ:

$$\Delta v_{xD} = \frac{\Delta x_3}{\lambda f'} = \frac{2V_D}{\lambda f'}, \quad (10)$$

де V_D – розмір чутливого елемента матриці.

Наведені співвідношення дають можливість визначити максимальну просторову частоту, яку здатна сформувати оптична система, та мінімальну відстань між двома роздільними спектральними гармоніками однакової інтенсивності залежно від розміру чутливого елемента ПВ.

Маючи вирази (9) і (10), можна визначити, за яких умов просторова роздільна здатність за рахунок дифракції світла на апертурі вхідного транспаранта дорівнює мінімальному розділенню, яке обмежене розмірами пікселя, тобто $\Delta v_{x0} = \Delta v_{xD}$:

$$\frac{1,22}{2R_{\text{tp}}} = \frac{2V_D}{\lambda f'},$$

звідки визначаємо розмір пікселя матричного приймача, що задовольняє цю умову:

$$V_D = 0,305 \frac{\lambda f'}{R_{\text{tp}}}. \quad (11)$$

Таким чином, отриманий вираз дає змогу визначити потрібний розмір чутливого елемента, що узгоджується з оптичною системою когерентного спектроаналізатора.

Іншою не менш важливою граничною характеристикою систем оптичної обробки інформації є просторова смуга пропускання. В загальному випадку просторова смуга пропускання для одновимірного перетворення визначається як

$$SBP = v_x \cdot 2R_{\text{tp}},$$

де v_x – просторова частота в площині зображення, $v_x = \frac{x'}{\lambda f'}$; x' – координата чутливої

площини приймача випромінювання.

Як бачимо, на кількість сформованих системою роздільних точок впливає як розмір вхід-

ного транспаранта, так і розмір приймаючої площадки. Чим вище значення матиме просторова смуга пропускання, тим чіткішою буде сформована пляма розсіювання світла на приймачі, що дає змогу підвищити точність отриманих результатів.

Приклад розрахунку граничних характеристик спектроаналізатора

Розглянемо приклад проектування когерентного оптичного спектроаналізатора, що використовує гелій-неоновий лазер із довжиною хвилі випромінювання $\lambda = 0,628$ мкм і дифракційно обмежений Фур'є-об'єктив з фокусною відстанню $f' = 100$ мм. У задній фокальній площині об'єктива встановлена камера з ПЗЗ-матрицею формату 4000×2624 , яка має пікселі розміром $V_D \times W_D = 5,9 \times 5,9$ мкм. Розмір чутливої площадки матриці $23,6 \times 15,5$ мм. Вхідний транспарант діаметром $2R_{\text{tp}} = 25$ мм розміщений у передній фокальній площині об'єктива.

Для знаходження обмеження, що обумовлене явищем дифракції на вхідній апертурі транспаранта, скористаємося формулою (9):

$$\Delta v_{x0} = \frac{1,22}{25} = 4,88 \cdot 10^{-2} \text{ мм}^{-1}.$$

Обмеження за рахунок матричної структури приймача випромінювання розраховується за виразом (10):

$$\Delta v_{xD} = \frac{2 \cdot 5,9 \cdot 10^{-3}}{0,628 \cdot 10^{-3} \cdot 100} = 18,79 \cdot 10^{-2} \text{ мм}^{-1}.$$

Для узгодження ПЗЗ-матриці з оптичною системою за виразом (11) знайдемо розмір чутливої площадки приймача випромінювання:

$$V_D = 0,305 \frac{0,628 \cdot 10^{-3} \cdot 100}{25} = 0,77 \text{ мкм}.$$

Отже, для узгодження основних компонентів когерентного спектроаналізатора, при розмірі вхідного транспаранта 25 мм, необхідно вибрати матричний приймач із розміром пікселя 0,77 мкм. ПЗЗ-матриця з малим розміром пікселя в основному трапляється в цифрових камерах, які мають великий формат матриці.

Просторова смуга пропускання такої системи дорівнюватиме

$$SBP = \frac{23,6 \cdot 10^{-3}}{0,628 \cdot 10^{-3} \cdot 100} 25 = 9395.$$

Висновки

Наведені методи розрахунку узагальнених характеристик дають можливість вибрати параметри оптичної системи когерентного спектроаналізатора та фотоприймача, що задовольнятимуть поставлені перед розв'язуваною задачею умови.

При узгодженні приймача випромінювання з оптичною системою когерентного спектроаналізатора розмір чутливого елемента матриці (пікселя) залежить від розміру вхідного транспаранта, який частково впливає на наявність аберацій або дифракції. Для знаходження граничних характеристик приладу розглядався дифракційно обмежений Фур'є-об'єктив.

На основі отриманих результатів можна зробити такі висновки.

1. Розмір пікселя матриці залежить від діаметра вхідного транспаранта. Зрозуміло, що чим більший розмір транспаранта, тим з меншим

розміром пікселя треба вибрати матричний приймач. З іншого боку, при проектуванні приладу та виборі компонентів доцільніше розраховувати розмір транспаранта та фокусну відстань Фур'є-об'єктива, виходячи з розміру пікселя.

2. У розглянутому випадку розмір матриці приймача випромінювання не впливає на спектральну роздільну здатність. Однак застосування приймача більшого формату дає змогу отримати більш чітке зображення Фур'є-образу досліджуваного предмета. Зазвичай приймачі випромінювання з досить малими розмірами пікселя мають цифрові ПЗЗ-камери великого формату. Проте на сьогодні такі камери є досить дорогими.

Подальші дослідження слід спрямувати на способи збільшення просторової смуги пропускання когерентного оптичного спектроаналізатора.

Список літератури

1. Гудмен Дж. Введение в Фурье-оптику / Пер. с англ.; под ред. Г.И. Косоурова. – М.: Мир, 1970. – 364 с.
2. Акаев А.А., Майоров С.А. Оптические методы обработки информации [репринтное воспроизведение издания 1988 г.]. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2005. – 260 с.
3. Колобродов В.Г., Тимчик Г.С. Дифракційна теорія оптичних систем. – К.: НТУУ “КПІ”, 2011. – 140 с.
4. Zhang Lei et al., “Design of high resolution Fourier transform lens”, Proc. SPIE, vol. 6722, 2007, 6 p.
5. W. Pijitrojana, “Symmetrical Fourier transform lens design for signal processing optics”, Thammasat Int. J. Sc. Tech., vol. 10, no. 3, p. 73, 2005.

Рекомендована Радою
приладобудівного факультету
НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
10 лютого 2014 року