

# ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ, СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ ТА КЕРУВАННЯ

DOI: 10.20535/1810-0546.2018.3.131976

УДК 519.766.4, 519.25

Н.В. Кузнєцова, П.І. Бідюк\*  
КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ, Україна

## СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧНА АДАПТАЦІЯ ЙМОВІРНІСНО-СТАТИСТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ОЦІНЮВАННЯ ФІНАНСОВИХ РИЗИКІВ

**Проблематика.** Невизначеності різної природи спричиняють появу фінансових ризиків, які необхідно оцінювати в реальному часі, враховуючи велику сукупність явних і неявних факторів, адаптуючи модель до дії випадкових збурень та змін зовнішнього середовища. Інколи зміни зовнішнього середовища можуть бути настільки значимими, що вибрана модель виявиться неприйнятною до оцінювання, і для такого випадку необхідно розробити чітку схему дій, сукупності методів для формування моделей-кандидаток, критеріїв якості та вибору кращої, і надати можливість уточнення типу, структури та параметрів моделі в динаміці.

**Мета дослідження.** Створити метод структурно-параметричної адаптації на основі ймовірнісно-статистичних моделей, який дасть змогу оцінювати фінансові ризики через ймовірність та можливі втрати, а також враховувати обмеження, що виникли у процесі моделювання.

**Методи реалізації.** Комплексно застосовано: оптимальний фільтр для попередньої обробки даних та їх підготовки до побудови моделей, регресійне моделювання для формального опису і прогнозування умовної дисперсії та ймовірнісну модель у формі байєсівської мережі для оцінювання ймовірності можливих втрат.

**Результати.** Запропонована структурно-параметрична адаптація була використана для моделювання різних видів фінансових ризиків у банківській, телекомунікаційній та інвестиційній сферах і дала змогу врахувати зміну зовнішнього середовища завдяки адаптації математичних моделей, зміні їх структури та переоцінюванню їх параметрів відповідно до нових вимог щодо якості прийнятих рішень. У результаті виконання обчислювальних експериментів встановлено, що адаптація моделі як реакція на зміни порога відсікання при обробці кредитних заявок дала змогу отримати на 17 % менше помилок неправильної класифікації і таким чином зменшити втрати від недобросовісних позичальників у середньому на 12 %.

**Висновки.** Застосування структурно-параметричної адаптації при прогнозуванні ризиків різної природи дає можливість не лише вибрати кращу математичну модель на початковому етапі оцінювання ризиків, а й адаптувати її з урахуванням попереднього досвіду та реальної роботи системи підтримки прийняття рішень (СППР), уточнювати структуру моделі у зв'язку з дією зовнішніх збурень та нестационарністю досліджуваних процесів, настроювати параметри відповідно до зміни обмежень.

**Ключові слова:** структурно-параметрична адаптація; ймовірнісні моделі; статистичні моделі; фінансові ризики; критерії якості рішень.

### Вступ

Прийняття рішення в будь-якій ситуації є задачею, що включає багато факторів, які можуть характеризуватися невизначеністю, неповнотою та неточністю. Сама задача може розглядатися у різних контекстах, за різними вимогами та різними особами, що приймають рішення у неоднакових аспектах. Проте прийняте рішення може потребувати перевірки або уточнення, оскільки в цей момент продовжують свій вплив чинники різного характеру та, відповідно, змінюється ситуація, що моделюється, додаються різноманітні критерії, змінюються вимоги як до самого рішення, так і до моделі, на основі якої воно сформоване.

Фактично сам процес моделювання будь-якої задачі є процесом ітеративним, залежним від критеріїв оцінювання і часто обмеженим у

часі. Якщо задача управління об'єктом передбачає підтримання його в заданому режимі і за заданою траєкторією, то в теорії рішень вона розв'язується у двох напрямках: прямому та оберненому [1, 2]. При розв'язанні прямої задачі управління вимагається за заданою керуючою дією або послідовністю дій/рішень описати поведінку системи у тих чи інших умовах, а в оберненій задачі необхідно знайти керуючу дію, яка забезпечує задану поведінку системи. Адаптивне керування передбачає формування такої системи управління, що поєднає різні методи керування, які здатні змінювати параметри регулятора, та/або його структуру у відповідь на зміну параметрів об'єкта, надходження нової інформації та зовнішні збурення, які діють на об'єкт [3].

Особливістю розробки математичної моделі оцінювання фінансового ризику є необхід-

\*corresponding author: pbidyuke\_00@ukr.net

ність уточнення самої моделі на основі зовнішніх факторів, які можуть вплинути як безпосередньо (через зміну курсів, попиту, фінансової ситуації в країні), так і через інші види ризиків: політичні, валютні, спекулятивні, які здійснюють непрямий, проте суттєвий вплив на фінансову систему. Врахувати кожен із цих видів ризиків неможливо, оскільки інколи оцінити ймовірність появи такого ризику і визначити можливі втрати нереально, а ризик може взагалі не з'явитися. Ще однією особливістю є те, що існують певні приховані ризики, які неможливо виявити з найкращою системою ризик-менеджменту, наприклад пов'язані зі зміною технологій, ресурсів, світових криз тощо. Тому всі непрямі ризики виділяють в окрему категорію, яку називають випадковим збуренням, оскільки всі змінні, пов'язані з цими фінансовими ризиками, мають негативний вплив на перебіг процесу [3, 4].

### Постановка задачі

Основною метою дослідження є розробка методу менеджменту фінансових ризиків, який дає змогу оцінити ймовірність ризиків на основі статистичних моделей та спрогнозувати можливі втрати і який відрізняється можливістю адаптації побудованих моделей та їх настроювання з урахуванням нових статистичних даних і випадкових збурень, зовнішніх змін і впливів інших ризиків у процесі менеджменту ризиків.

### Основні вимоги до математичної моделі

Кожна математична модель має певну структуру, яка задає порядок, кількість параметрів, можливі нелінійності та типи збурень, що впливають на досліджуваний процес. Модель можна вважати побудованою тільки тоді, коли зафіксована структура й оцінені значення її параметрів.

Основні вимоги, які висувуються до математичної моделі [3]:

1. Модель має бути *адекватною* процесу чи об'єкту. Адекватність означає, що модель має:

- відображати найбільш характерні зв'язки та взаємодію між змінними процесу;
- враховувати можливі керуючі дії (сигнали);
- враховувати вплив зовнішніх збурень і шуми вимірів;
- враховувати початкові значення змінних та обмеження на них.

2. Рівняння моделі повинні мати *розв'язок*, тобто бажано мати аналітичний або, якщо це неможливо, то числовий розв'язок, потрібний для асимптотичного аналізу поведінки процесу (аналізу збіжності), а також для обчислення оцінок прогнозів.

3. Модель має бути достатньо *універсальною*, щоб її можна було застосувати до опису класу однотипних процесів та до опису функціонування процесу в умовах можливих зовнішніх впливів.

4. Вимога *робастності*. Робастність означає, що модель повинна давати прийнятний прогноз вихідної змінної не тільки на тому відрізку часового ряду, на основі якого вона побудована, але і на будь-якому іншому відрізку, що відповідає вибраному режиму функціонування об'єкта. Робастність можна розглядати як стійкість моделі до збурень, похибок і пропусків вимірів.

5. Вимога *адаптивності* означає, що хоча б частину параметрів моделі (щонайменше один) можна уточнювати в процесі надходження нових вимірів від об'єкта. Ця вимога є обов'язковою для моделей нестационарних систем, тобто систем, параметри яких є функціями часу.

Загальноприйняті вимоги до оцінок параметрів такі: вони мають бути незміщеними, консистентними та ефективними.

### Попередня підготовка до розробки моделей для менеджменту ризиків

Для розробки моделей, що будуть використовуватись для менеджменту ризиків, важливо визначити коректний інструментарій, встановити обмеження та невизначеності, які формують появу цього класу ризику, визначити прояви та суттєві змінні, що характеризують появу ризику, та описати критерії якості, за якими буде визначатися краща модель. Послідовність попереднього етапу можна подати такими кроками:

1. Вибрати типи фінансових ризиків для моделювання.

2. Вибрати класи (типи) моделей для опису ризиків – будемо вибирати ймовірнісно-статистичні моделі, які дають можливість оцінити ймовірність появи ризику та можливі втрати на основі історичних даних, що описують і характеризують появу ризику конкретного типу.

3. Вибрати (розробити) критерії якості, серед яких такі:

- критерії оцінювання якості даних;
- критерії якості моделей;
- критерії якості класифікації або оцінок прогнозів.

4. Виконати аналіз невизначеностей, характерних для кожного етапу аналізу ризиків:

- невизначеності даних;
- невизначеності структури і параметрів моделей;
- невизначеності оцінок прогнозів.

З урахуванням описаного вище попереднього етапу підготовки до розробки моделей оцінювання та менеджменту ризиків перейдемо до розробки методу структурно-параметричної адаптації ймовірно-статистичних моделей для менеджменту фінансових ризиків.

#### **Підхід до структурно-параметричної адаптації ймовірно-статистичних моделей**

Запропонований підхід до адаптації передбачає побудову ймовірнісних та статистичних моделей на основі статистичних даних, що характеризують появу і реалізацію фінансових ризиків, а в процесі налаштування можливі корегування структури моделі та настроювання її параметрів.

Особливістю запропонованого методу структурно-параметричної адаптації є наявність двох контурів адаптації для корегування і налаштування кращої моделі оцінювання ризиків. Перший контур адаптації передбачає, що у випадку незадовільного значення критерію якості рішення (наприклад, ймовірність ризику, що моделюється, є заниженою порівняно з реальними даними або ж втраченої внаслідок реалізації фінансового ризику є занадто високими) виконуються повторний статистичний аналіз даних, можливо, зміна її структури і обов'язково переоцінювання параметрів. Поява другого контуру адаптації пов'язана з динамічним процесом оцінювання фінансових ризиків у реальному часі. Тобто якщо розроблена модель оцінювання фінансових ризиків реалізована в СППР і застосовується в реальному часі, але перестає задовольняти поставлені вимоги ефективності для підприємства (наприклад, через зміну політики підприємства), то необхідно виконати новий (зовнішній) контур адаптації, який передбачає повторний аналіз статистичних даних, із додаванням отриманих прогнозних оцінок за результатами оцінювання цієї моделі, відхиленіх даних, зовнішніх даних, на

приклад пов'язаних зі зміною законодавства, і необхідністю корегування старих та врахування нових параметрів тощо. Фактично відбувається навчання сукупності моделей, побудованих на уточнених даних. За новими критеріями заново здійснюються побудова та оцінювання моделей-кандидаток, вибір кращої за визначеними критеріями і передача нової моделі особі, що приймає рішення, для формування нового рішення щодо менеджменту ризиків. Структурна схема запропонованого алгоритму адаптації при розв'язанні задачі менеджменту ризиків подана на рис. 1.

Розглянемо докладно послідовність кроків методу структурно-параметричної адаптації.

#### **Метод структурно-параметричної адаптації у менеджменті ризиків**

У цьому процесі обов'язково передбачається надходження вхідних даних і знань (досвіду) експертів, які об'єднуються в єдину базу знань і даних. З цієї бази даних вивантажуються початкові вхідні дані, що описують задачу моделювання ризику, і подаються на вхід на першому кроці.

*Крок 1. Попередня обробка вхідних даних.*

Початковий аналіз даних виконується з метою перевірки коректності вхідних даних, обробки пропущених значень, вилучення некоректних та спотворених даних. Перевіряються надійність та стабільність даних (неможливість маніпуляції та шахрайства з даними), зручність і простота інтерпретації даних, доступність даних у майбутньому та врахування коефіцієнтів, важливих з точки зору бізнесу і, можливо, важливих у майбутньому.

*Крок 2. Статистичний аналіз даних і побудова множини моделей-кандидаток.*

2.1. На цьому кроці виконується статистичний аналіз даних, оцінюється процент пропусків по кожній змінній, виконується кореляційний аналіз з метою виявлення статистично значимих змінних і відкидання неважливих характеристик. Обчислюються значення характеристики *WOE* (Weight of Evidence), яка визначає силу атрибутів змінної-характеристики у розділенні на визначені класи, тобто наскільки коректно сформовані інтервали для цієї характеристики. Формально вона порівнює частку позитивних і негативних випадків для кожного рівня (інтервалу) значень атрибутів:

$$woe_j = \ln \left( \frac{Distr\ Good_i}{Distr\ Bad_i} \right).$$

На основі обчислених за формулою значень *WOE* обчислюється ще одна характеристика – так зване інформаційне значення, або

Information Value (*IV*). Інформаційне значення оцінює передбачувану силу характеристики, тобто здатність розділяти приклади даних на позитивні та негативні. Формально *IV* визначає предикативну силу характеристик і обчислюється так:

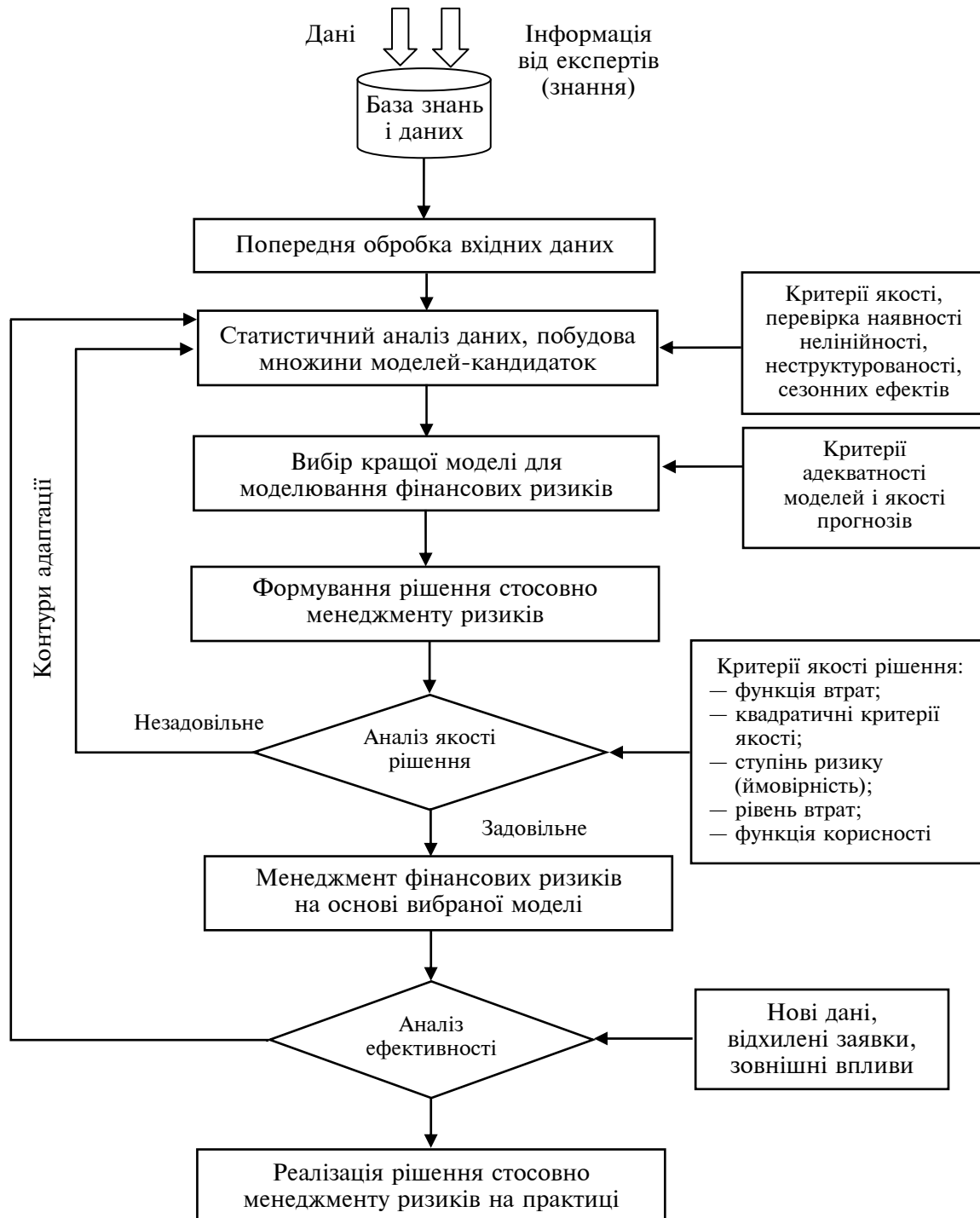


Рис. 1. Алгоритм реалізації процесу моделювання зі структурно-параметричною адаптацією моделей для менеджменту ризиків

$$IV = \sum_{i=1}^L (DistrGood_i - DistrBad_i) \cdot woe =$$

$$= \sum_{i=1}^L (DistrGood_i - DistrBad_i) \times$$

$$\times \ln \left( \frac{Distr Good_i}{Distr Bad_i} \right),$$

де  $L$  – це кількість атрибутів (рівнів або проміжків) для цієї характеристики [5].

2.2. Формування структури моделей-кандидаток здійснюється у кілька етапів із використанням параметрів, поданих нижче [3].

- Дискретна функція взаємної кореляції:

$$r_{yx}(s) = \frac{1}{N-1} \frac{\sum_{k=s+1}^N [y(k) - \bar{y}][x(k-s) - \bar{x}]}{\sigma_y \sigma_x},$$

$$s = 0, 1, 2, \dots$$

Кореляція характеризує наявність лінійної залежності між змінними. Коефіцієнт кореляції, а в загальному випадку кореляційна функція, дає змогу встановити зв'язок між змінними, наприклад  $r_{yx}$  – коефіцієнт кореляції між змінними  $y$  та  $x$ . Кореляція може бути лінійною або нелінійною, залежно від типу взаємозв'язку, який фактично існує між змінними. Вибірковий коефіцієнт кореляції між двома змінними обчислюється за формулою

$$r_{yx} =$$

$$= \frac{1}{N-1} \frac{\sum_{k=1}^N \{ [y(k) - \bar{y}][x \sqrt{b^2 - 4ac}(k) - \bar{x}] \}}{\sigma_x \sigma_y},$$

де  $-1 < r_{yx} < +1$ ;  $\sigma_x, \sigma_y$  – стандартні відхилення для змінних  $x$  і  $y$  відповідно.

Якщо необхідно одночасно обчислити кореляцію між декількома змінними (наприклад, між ендогенною та екзогенними), то формують кореляційну матрицю.

- Критерії для аналізу нелінійності і нестационарності.

На практиці тестова статистика стосовно нелінійності часто розраховується з використанням оцінок, отриманих за методом найменших квадратів, таким чином:

– побудувати регресію  $y(k)$  на  $w(k)$ , обчислити залишки цієї моделі  $\tilde{u}(k)$  і суму квадратів залишків  $SSR_0$ ; тут  $w(k) = [1, y(k-1), \dots, y(k-p); x_1(k), \dots, x_l(k)]^T$  – вектор вимірів основної змінної та регресорів;

– побудувати регресію  $\tilde{u}(k)$  на  $w(k)$  і  $\tilde{h}(k)$ , обчислити суму квадратів залишків цієї моделі  $SSR_1$ ;

– обчислити тестову статистику

$$F(m, N-n-m) = \frac{(SSR_0 - SSR_1)/m}{SSR_1/(N-n-m)},$$

де  $n = l + p + 1$ ;  $m$  – розмірність вектора параметрів  $\theta$ ; обчислена величина має  $F$ -розподіл при  $\theta \neq 0$ . Використання  $F$ -статистики замість тесту  $\chi^2$  рекомендується при коротких вибірках.

При визначенні наявності нестационарності (тобто наявності одиничного кореня) пропонується використати тест Дікі–Фуллера, суть якого полягає у такому: для визначення наявності одиничного кореня запропоновано скористатись трьома рівняннями:

$$\Delta y(k) = \gamma y(k-1) + \varepsilon(k), \quad (1)$$

$$\Delta y(k) = a_0 + \gamma y(k-1) + \varepsilon(k), \quad (2)$$

$$\Delta y(k) = a_0 + \gamma y(k-1) + a_2 k + \varepsilon(k), \quad (3)$$

де  $k$  – дискретний час;  $\gamma = a_1 - 1$  – коефіцієнт у рівнянні:  $y(k) = a_0 + a_1 y(k-1) + \varepsilon(k)$ . Різниця між рівняннями (1) та (2), (3) полягає у наявності детермінованих членів  $a_0$  і  $a_2 k$  у рівняннях (2) і (3) відповідно. Рівняння (1) являє собою модель випадкового кроку (або “блукання”), друге включає зсув у вигляді константи  $a_0$ , а третє включає зсув і детермінований лінійний часовий тренд.

У всіх трьох рівняннях нас цікавить параметр  $\gamma$ . Якщо  $\gamma = 0$ , то послідовність  $\{y(k)\}$  містить одиничний корінь. Застосування тесту Дікі–Фуллера передбачає оцінювання одного або більше з наведених вище трьох рівнянь за допомогою методу найменших квадратів чи методу максимальної правдоподібності з метою отримання оцінки параметра  $\gamma$  та стандартної похибки цієї оцінки. На основі оцінки та її

стандартної похибки обчислюється  $t$ -статистика, яка порівнюється зі значеннями, наведеними в таблицях Дікі–Фуллера. На основі цього порівняння приймається рішення щодо справедливості або відхилення нуль-гіпотези, що  $\gamma = 0$ .

- *Моделивання сезонних ефектів.*

Сезонний ефект (СЕ) враховується через включення в модель змінної із запізненням, яке відповідає періодичності сезонного ефекту. Так, якщо СЕ проявляється один раз на рік протягом одного кварталу, то при обробці квартальних даних ( $T_s = 3$  місяці) у модель необхідно ввести змінну із запізненням  $d = 4$ . СЕ можна врахувати в *адитивній формі* за допомогою основної (залежної) змінної або випадкової змінної в ковзному середньому, тобто можливі такі структури рівняння:

$$y(k) = a_4 y(k-4) + \varepsilon(k), |a_4| < 1; \quad (4)$$

$$y(k) = \varepsilon(k) + \beta_4 \varepsilon(k-4). \quad (5)$$

Для рівняння (5) автокореляційна функція (АКФ) має вигляд:

$$\rho(s) = \begin{cases} (a_4)^{s/4}, & \text{якщо } s/4 \text{ ціле число,} \\ 0, & \text{якщо } s/4 \text{ дробове.} \end{cases}$$

Тобто АКФ має ненульові значення при  $s = 4, 8, 12, \dots$ . Для рівняння (5) АКФ має одне ненульове значення при  $s = 4$ . Очевидно, що для підвищення ступеня адекватності моделі процесу в цілому рівняння (4), (5) необхідно розширювати, наприклад, авторегресією та ковзним середнім першого порядку:

$$y(k) = a_1 y(k-1) + a_4 y(k-4) + \varepsilon(k) + \beta_1 \varepsilon(k-1),$$

$$y(k) = a_1 y(k-1) + \varepsilon(k) + \beta_1 \varepsilon(k-1) + \beta_4 \varepsilon(k-4).$$

Крім того, СЕ можна враховувати в *мультиплікативній формі*, яка має вигляд:

$$y(k)(1 - a_1 L) = \varepsilon(k)(1 + \beta_1 L)(1 + \beta_4 L^4),$$

або

$$y(k)(1 - a_1 L)(1 - a_4 L^4) = \varepsilon(k)(1 + \beta_1 L).$$

- *Оцінювання параметрів моделей-кандидаток.*

Оскільки задача менеджменту ризиків обов'язково передбачає розрахунок ймовірності виникнення ризиків, то необхідною вимогою до

моделі-кандидатки є можливість розрахунку ймовірності та оцінювання втрат. Для такої задачі доцільно використовувати математичні моделі на основі мереж Байєса, логістичної регресії, марковських ланцюгів [4, 5].

Статистичний висновок прийнятний у випадках, коли спостереження об'єднують у групи подібної структури, кожна з яких відповідає конкретному розподілу. Часто припускається, що при заданих значеннях параметрів моделі спостереження для одного випадку не залежать від спостережень для інших випадків, а розподіли цих змінних є однаковими для всіх випадків. При такому припущенні, якщо  $X = \{X_{i1}, \dots, X_{in}\}$  – змінні для випадку  $i$ , а  $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_p)$  – параметри моделі, то можна записати розподіл змінних для всіх випадків так [6–8]:

$$\begin{aligned} P(x_1, x_2, \dots | \theta) &= \prod_i P(x_i | \theta) = \\ &= \prod_i P(x_{i1}, \dots, x_{in} | \theta_1, \dots, \theta_p), \end{aligned}$$

де  $P(x_{i1}, \dots, x_{in} | \theta_1, \dots, \theta_p)$  – функція параметрів моделі та значень  $x_{ij}$ , але не від  $i$ . Кількість випадків вважається невизначеною, хоча практично розглядаються тільки наявні спостереження, а також ті, для яких необхідно зробити прогноз.

Байєсівський ймовірнісний висновок потребує додаткових вхідних даних (цієї вимоги немає в процедурах частотного висновку) – апріорного розподілу ймовірностей для параметрів:  $P(\theta_1, \dots, \theta_p)$ . Апріорний розподіл уособлює собою наші судження про рівень довіри до того, що параметри можуть набувати значень у визначеній області простору параметрів. Апріорний розподіл є вирішальним елементом, що перетворює статистичний висновок на ймовірнісний.

При поєднанні апріорного розподілу параметрів з умовним розподілом для спостережуваних даних одержують спільний розподіл [8]:

$$\begin{aligned} P(\theta_1, \dots, \theta_p, x_1, x_2, \dots) &= \\ &= P(\theta_1, \dots, \theta_p) P(x_1, x_2, \dots | \theta_1, \dots, \theta_p) = \\ &= P(\theta) \prod_i P(x_i | \theta). \end{aligned}$$

Звідси можна отримати *байєсівське правило* для *апостеріорного* розподілу параметрів при заданих спостереженнях для  $X_1, \dots, X_C$ :

$$P(\theta|x_1, \dots, x_C) = \frac{P(\theta, x_1, \dots, x_C)}{P(x_1, \dots, x_C)} = \frac{P(\theta) \prod_{i=1}^C P(x_i|\theta)}{\int P(\tilde{\theta}) \prod_{i=1}^C P(x_i|\tilde{\theta}) d\tilde{\theta}}. \quad (6)$$

Пошук оцінок за методом Монте-Карло може привести до необхідності використання методів дискретизації ланцюгів Маркова. Оскільки ці методи потребують обчислення щільності розподілу ймовірностей для значень параметрів тільки з точністю до невідомого нормуючого множника, то не потрібно оцінювати інтеграл у знаменнику рівняння (6) [7].

Технологію оцінювання на основі методу Монте-Карло використовують також для встановлення того, чи відображає вибраний апіорний розподіл наші фактичні апіорні уявлення. Навіть до спостереження будь-яких даних можна знайти прогнозуючий апіорний розподіл для  $X_1, \dots, X_C$  таким чином:

$$P(x_1, \dots, x_C) = \int P(\tilde{\theta}) \cdot \prod_{i=1}^C P(x_i|\tilde{\theta}) d\tilde{\theta}.$$

Якщо існує вибірка даних, згенерована за цим розподілом, то її можна перевірити відносно очікуваної, яка ґрунтується на апіорних уявленнях. У випадку, коли вона не буде репрезентативною (стосовно апіорних очікувань), необхідно переглянути апіорний розподіл або, можливо, і всю структуру моделі.

Генерування значення з апіорного прогнозуючого розподілу може здійснюватися спочатку через генерування значення  $\theta$  з апіорного розподілу параметрів, а потім через генерування значень  $X_1, \dots, X_C$  з їх розподілу, що є умовним для заданого  $\theta$ . Навіть для досить складних моделей ці операції часто є простими. В інших випадках для розв'язання цієї задачі використовують метод дискретизації (генерування) ланцюгів Маркова.

**Запис апіорних оцінок через гіперпараметри.** Для зручнішого запису апіорного розподілу параметрів моделі іноді використовують додаткові параметри – *гіперпараметри*. Наприклад, апіорна оцінка для множини параметрів  $\theta_1, \dots, \theta_p$  може бути подана як маргінальний розподіл з використанням гіперпараметра  $\alpha$  таким чином:

$$P(\theta_1, \dots, \theta_p) = \int P(\tilde{\alpha}, \theta_1, \dots, \theta_p) d\tilde{\alpha} =$$

$$= \int P(\theta_1, \dots, \theta_p | \tilde{\alpha}) P(\tilde{\alpha}) d\tilde{\alpha}.$$

Ця технологія може бути поширена на будь-яку кількість рівнів, а отриманий результат іноді називають *ієрархічною моделлю*. Відношення залежності між гіперпараметрами, параметрами та спостережуваними змінними можна виразити за допомогою формалізму довірчих мереж (мереж Байєса) [3].

**Крок 3. Вибір кращої моделі для моделювання фінансових ризиків.**

Сукупність моделей-кандидаток дає змогу оцінювати ризики різними методами, і в разі накладання додаткових обмежень, які можуть не дозволити функціонувати одній із моделей, є можливість вибору іншої моделі. Саме тому на попередньому етапі будувалися кілька моделей, формувалась їх структура, оцінювались параметри. Тепер необхідно вибрати кращу модель для формування рішення щодо менеджменту ризиків. Тут залишається можливість вибору кращої моделі експертним шляхом з точки зору досвіду, практичного застосування, можливостей і обмежень СППР. Проте більш об'єктивним є вибір кращої моделі за сукупністю критеріїв адекватності та прогнозних оцінок кращої якості.

- *Критерії адекватності моделей.*

Для оцінювання адекватності моделювання використовують сукупність критеріїв якості для моделей:  $R^2$  (коефіцієнт детермінації), індекс *GINI*, інформаційний критерій Акайке, критерій Дарбіна–Уотсона, критерій Байєса–Шварца, частка неправильної класифікації тощо.

- *Критерії якості прогнозів.*

Для перевірки прогнозних оцінок використовують такі оцінки: середня відсоткова

похибка  $MPE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - \hat{y}_i)}{y_i} \times 100\%$ ; абсолютна середня відсоткова похибка  $MAPE =$

$= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{|y_i|} \times 100\%$ ; середня похибка  $ME =$

$= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)$ ; середня абсолютна похибка

$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - \hat{y}_i|$ ; середньоквадратична похибка  $SE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}$ ; середньоквадратич-

на похибка  $MSE = E((y - \hat{y})^2) = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{N}$  ;  
сума квадратів похибок:  $\sum_{k=1}^N e^2(k) = \sum_{k=1}^N [\hat{y}(k) - y(k)]^2 \rightarrow \min_{\hat{\theta}}$  тощо [3].

Крок 4. *Формування рішення стосовно менеджменту ризиків.*

Менеджмент ризиків [4] передбачає оцінювання ступеня (ймовірності) та рівня ризику (можливих втрат). Прийняття рішення щодо менеджменту ризиків означає, що фінансова установа має визначити, чи є заданий рівень ризику допустимим, критичним або катастрофічним для установи. Відповідно, здійснюється:

– оцінювання ймовірності ризику:

$$P = F(x_i, w_i),$$

де  $x_i$  – параметри, що характеризують появу ризику;  $w_i$  – їх ваги;  $F$  – функція певного виду;

– *розрахунок втрат*: на разі використовується статистичний підхід до оцінювання ризиків на основі обчислення ймовірності настання ризиків та обсягів потенційних втрат на основі IBR-підходу [5, 10]:

$$EL = \sum_{i=1}^N P(R_i) \cdot CE_i \cdot LGD_i,$$

де  $P(R_i)$  – ймовірність (очікувана частота) прояву  $i$ -го виду ризику (наприклад, ризику зниження фінансової стабільності), що набуває значення на відрізку  $[0,1]$ ;  $CE$  – загроза внаслідок реалізації ризику – сума втрат (заборгованості внаслідок реалізації цього ризику);  $LGD$  – покриття ризику страховкою (в разі її наявності), заставою або ефективність запобіжних заходів, що набуває значення від 0 (ризик, повністю покритий заставою) до 1 (ризик, не покритий заставою);  $N$  – кількість типів ризиків. У [10] авторами було запропоновано динамічне оцінювання ризиків.

Крок 5. *Аналіз якості рішення.*

Для аналізу та оцінювання ризиків можуть використовуватись критерії на основі функцій корисності, які можна сформулювати, наприклад, через фактори, що можуть безпосередньо оцінити ефективність менеджменту ризиків через втрати і ймовірність появи ризику.

Функція корисності матиме такий вигляд:

$$y(k) = \sum_{i=1}^m \alpha_i x_i,$$

де  $\alpha_i$  – вагові коефіцієнти,  $\sum_{i=1}^m \alpha_i = 1$ ;  $x_i$  – фактори, які враховують корисність методології менеджменту ризиків:

$$\begin{cases} x_1 = \text{EL (очікувані втрати)}; \\ x_2 = \text{UL (неочікувані втрати)}; \\ x_3 = 1 - P \text{ (втрат)}. \end{cases}$$

Можливе використання стандартних критеріїв оцінювання ризиків через реальні капіталовкладення та втрати. Авторами пропонується *квадратичний критерій якості* аналізу ризику:

$$I_1 = \sum_{k=1}^N [x^T(k) \times R \times x(k) + (y(k) - y_{\phi}(k))^T Q (y(k) - y_{\phi}(k)) + z^T(k) P z(k)] \rightarrow \min_{y,x,z},$$

де  $x^T(k) \times R \times x(k)$  – витрати на інвестиції;  $y(k) - y_{\phi}(k) = \tilde{y}(k)$  – реальні втрати;  $z^T(k) \times R \times z(k)$  – компенсаційні витрати. Перший доданок передбачає мінімізацію втрат; другий – мінімізацію відхилень від заданого реального знання (режиму функціонування); третій – мінімізацію втрат на боротьбу з ризиком (унаслідок дій конкурентів, зовнішніх невизначеностей).

Крок 6. *Менеджмент фінансових ризиків на основі вибраної моделі в реальному часі.*

На цьому кроці вибрана краща модель впроваджується в СППР для оцінювання ризиків реального фінансового підприємства. Здійснюється збір статистичних даних щодо прогнозних оцінок для ризиків за кращою моделлю порівняно з реальними результатами моделювання, формуються так звані вибірки відхилених заявок і напрацьованих рішень у випадку переходу ризику із зони допустимого до критичного.

Крок 7. *Аналіз ефективності рішень щодо менеджменту ризиків у реальному часі.*

Необхідно перевірити ефективність запропонованої моделі та прийнятих після її використання рішень на практиці. При цьому для коректної перевірки передбачається апробація моделі з урахуванням нових даних, збурень і зовнішніх впливів.



Ефективність методів менеджменту ризиків оцінюється за формулою

$$E = \langle A, F, C, D, I \rangle,$$

де  $A$  – адекватність побудованої моделі;  $F$  – прогноз прийнятної якості;  $C$  – прийнятні обчислювальні витрати;  $D$  – рішення на основі розробленої моделі та прогнозу;  $I$  – узгодженість з даними,

$$I = \begin{cases} 1 - \text{дані узгоджуються з моделлю,} \\ 0 - \text{дані не узгоджуються з моделлю.} \end{cases}$$

Якщо модель залишається ефективною, а прийняті рішення коректними, то така модель продовжує використовуватись на практиці. Якщо рішення вважаються некоректними, а модель недостатньо ефективною, то реалізується зовнішній контур адаптації. При цьому додатково до історичних даних, на яких будувалась початкова модель, завантажуються нові дані з урахуванням відхилених заявок, оцінок, отриманих нашою моделлю, зовнішніх даних і здійснюються повторно побудова моделей-кандидаток та оцінювання їх параметрів.

Крок 8. Реалізація ризику стосовно менеджменту ризиків на практиці.

Заключний крок методу передбачає впровадження моделі на практиці. У випадку, якщо модель не змінилась, це означатиме використання попередньої скорингової карти на її основі. У випадку корегування структури та параметрів моделі або вибору іншої форми моделі це означає фактично використання нової моделі в СППР і нової моделі для оцінювання ризиків.

Новизною запропонованого методу адаптації є таке: розвинуто принципи адаптації моделей за рахунок додавання другого (зовнішнього) контуру адаптації та забезпечується загальна динаміка оцінювання фінансових ризиків у реальному часі через ймовірнісну та варіансну складові.

Реалізація двох контурів адаптації дає змогу одразу частково боротися з ризиком, оскільки зменшується невизначеність, яка спричиняє появу ризиків, через урахування нових статистичних даних і збурень на зовнішньому контурі адаптації.

### Приклад використання структурно-параметричної адаптації для моделювання кредитних ризиків

При моделюванні кредитних ризиків найчастіше використовують ймовірнісно-статистичні методи, які дають можливість оцінити ймовірність виникнення кредитного ризику та наслідки, тобто втрати, від його прояву. Для цього розробляють скорингові моделі, і при цьому виконується перший контур адаптації, тобто кілька разів перенастроюються параметри моделі і здійснюється модифікація її структури з метою отримання високих скорингових оцінок. Далі за сукупністю критеріїв якості вибирається краща модель, на основі якої будується скорингова карта, що впроваджується у фінансовій установі. Після того як скорингова карта використовується певний період, отримуються статистичні дані щодо прогнозних та фактичних оцінок кредитного ризику; виконуються переоцінка і перевірка придатності розробленої

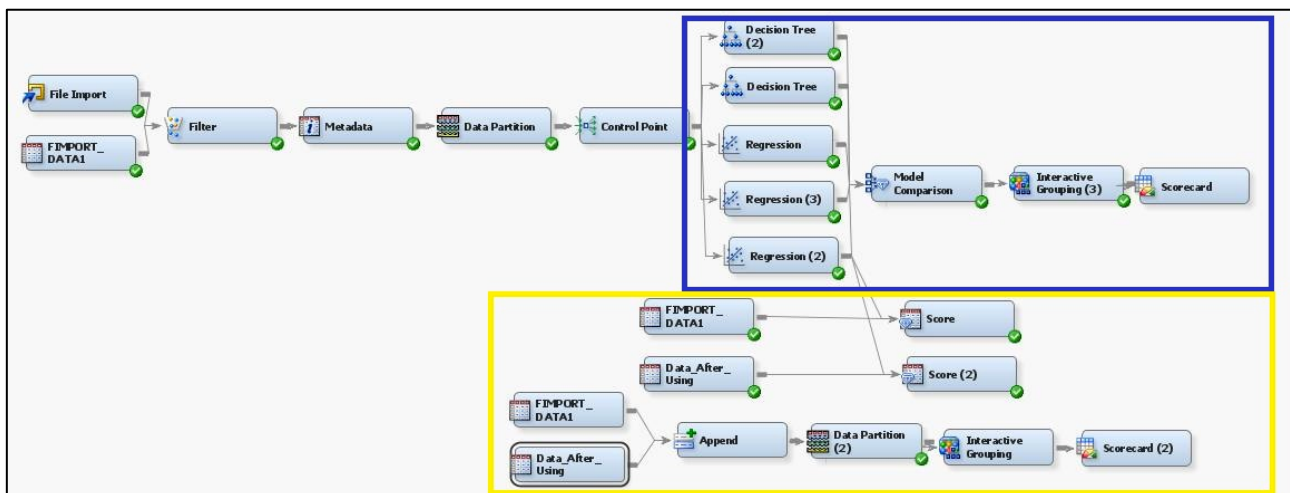


Рис. 2. Структурно-параметрична адаптація при розробці скорингової карти

раніше моделі. На рис. 2 показано, що вибірка, яка використовувалась для побудови скорингової карти, оцінюється компонентою Score. Далі розраховується ймовірність настання дефолту і порівнюється з порогом відсікання та фактичним станом, тобто чи був кредит повернутий. Розраховується процент неправильної класифікації (помилки першого та другого роду). Для використаної вибірки він становив 11 %. Для нової вибірки, отриманої після впровадження скорингової карти, також розраховується ймовірність дефолту і перевіряється процент неузгодженості за відомого значення порога відсікання. Він становить 15 %, проте для банку це занадто високий результат. Це означає, що потрібно виконати адаптацію моделі до нових статистичних даних. Реалізуємо другий контур адаптації, який передбачає завантаження статистичних даних щодо відхилених заявок за заданою моделлю, прийнятих кредитних рішень тощо.

На зовнішньому контурі адаптації може бути побудована нова скорингова карта. Для цього прикладу при структурно-параметричній адаптації моделі отримана частка неправильної класифікації на рівні 12,5 % для нової вибірки даних, що є нижчим значенням від початкової моделі і прийнятним для банку. Тому ця модель була використана для побудови нової скорингової карти. Послідовність виконання двох контурів адаптації для кредитних ризиків на прикладі настроювання і структурно-параметричної адаптації скорингових моделей показана на рис. 2. Детальніше етапи та особливості розробки скорингових карт описані в [5]. Структурна адаптація передбачає додавання нових параметрів у модель, можливі зміна порядку моделі та навіть вибір нової із множини відібраних на початковому етапі ймовірнісно-статистичних моделей. Параметрична адаптація передбачає як настроювання параметрів самої моделі, так і адаптацію та корегування параметрів і ваг для скорингової карти, що будується на основі вибраної моделі.

Структурно-параметрична адаптація моделей у менеджменті кредитних ризиків продовжується і після повторного впровадження оновленої скорингової карти. Здійснюється процес

моніторингу та ефективності створеної скорингової карти, уточнення і корегування її параметрів, оскільки змінюються зовнішній світ, фінансове становище, законодавство, фактори та характеристики, що були включені в скорингову модель, і ключові фактори оцінювання ризику. За рахунок такої адаптації є можливість реального уточнення і подальшого застосування скорингової карти в реальному часі. Це дуже важливо для фінансової установи, яка продовжує здійснювати свою фінансову діяльність і має опрацьовувати кредитні ситуації та приймати рішення у процесі своєї виробничої діяльності без очікування розробки нового методу та відповідних моделей для оцінювання ризиків.

### Висновки

Розроблена схема структурно-параметричної адаптації є насправді універсальною і може бути застосована до аналізу різних типів фінансових ризиків. Апробація запропонованої адаптації здійснювалась на фінансових ризиках, зокрема кредитних, проте у подальших дослідженнях можливе розширення її застосування на ширший клас задач моделювання виробничої та технологічної діяльності, розв'язання задач керування тощо. Єдине обмеження, яке накладається на описаний метод адаптації, пов'язане скоріше з класом задач, які розв'язувались (оцінювання ризиків), а тому необхідно було забезпечити використання тих методів, які дають можливість отримати коректні оцінки за факторами, що характеризують ризик: ймовірність і втрати. Використання методів, які дають змогу лише обчислити втрати (наприклад, лінійна регресія) і не дають можливості оцінити ймовірність, означають неповне оцінювання ризиків і, відповідно, формування лише часткового рішення щодо менеджменту ризику.

У подальших дослідженнях передбачається активне застосування байєсівського підходу до аналізу та менеджменту фінансових ризиків, а також комбінування класичних моделей із сучасними методами інтелектуального аналізу даних, зокрема з нейромережами на основі поглибленого навчання.

### References

- [1] V.A. Lukas, *Theory of Management Technical Systems*. Ekaterinburg, Russia: UGGU, 2015.
- [2] M.G. Popovich, *Theory of Control Systems*. Kyiv, Ukraine: Lybid, 2007.
- [3] P.I. Bidyuk et al., *Analysis of Time Series*. Kyiv, Ukraine: NTUU KPI, 2013.

- [4] A.J. McNeil *et al.*, *Quantitative Risk Management*. Princeton: Princeton University Press, 2005, 538 p.
- [5] N.V. Kuznietsova and P.I. Bidyuk, "Scoring cards development for bank activities risks analysis", *Data Recording, Storage & Processing*, vol. 19, no. 4, pp. 35–44, 2017.
- [6] M. Neil *et al.*, "Using Bayesian networks to model expected and unexpected operational losses", *Risk Analysis*, vol. 25, no. 4, pp. 963–972, 2005. doi: 10.1111/j.1539-6924.2005.00641.x
- [7] W.R. Gilks *et al.*, *Markov Chain Monte Carlo in Practice*. New York, Chapman & Hall/CRC, 2000, 486 p.
- [8] K. Murphy. *A Brief Introduction to Graphical Models and Bayesian Networks* [Online]. Available: <http://www.cs.ubc.ca/~murphyk/Bayes/bayes.html>
- [9] U. Kjærulff, "dHugin: A computational system for dynamic time-sliced Bayesian networks", *Int. J. Forecast.*, vol. 11, no. 1, pp. 89–111, 1995. doi: 10.1016/0169-2070(94)02003-8
- [10] N.V. Kuznietsova and P.I. Bidyuk, "Dynamic modelling of financial risks", *Inductive Modeling of Complex Systems*, vol. 9, pp. 122–137, 2017.

Н.В. Кузнецова, П.И. Бидюк

#### СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ АДАПТАЦИЯ ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ОЦЕНКИ ФИНАНСОВЫХ РИСКОВ

**Проблематика.** Неопределенности различной природы приводят к появлению финансовых рисков, которые необходимо оценивать в реальном времени, учитывая большую совокупность явных и неявных факторов, адаптируя модель к действию случайных возмущений и изменений внешней среды. Иногда изменения внешней среды могут быть настолько значительными, что выбранная модель окажется неприемлемой для оценки, и для такого случая необходимо разработать четкую схему действий, совокупности методов для формирования моделей-кандидатов, критериев качества и выбора лучшей, и получить возможность уточнения типа, структуры и параметров модели в динамике.

**Цель исследования.** Предложить метод структурно-параметрической адаптации на основе вероятностно-статистических моделей, который позволит оценивать финансовые риски через вероятность и возможные потери и учитывать возникшие ограничения в процессе моделирования.

**Методика реализации.** Комплексно применены: оптимальный фильтр для предварительной обработки данных и их подготовки к построению моделей, регрессионная модель для формального описания и прогнозирования условной дисперсии и вероятностная модель в форме байесовской сети для оценки вероятности возможных потерь.

**Результаты.** Предложенная структурно-параметрическая адаптация была использована при моделировании различных видов финансовых рисков в банковской, телекоммуникационной, инвестиционной сферах и позволила учесть изменение внешней среды путем адаптации математических моделей, изменения их структуры и перенастройки их параметров в соответствии с выдвинутыми новыми требованиями к качеству принимаемых решений. В результате выполнения вычислительных экспериментов было установлено, что адаптация модели как реакция на изменения порога отсечения при обработке кредитных заявок позволила получить на 17 % меньше ошибок неправильной классификации и таким образом уменьшить потери от недобросовестных заемщиков в среднем на 12 %.

**Выводы.** Применение структурно-параметрической адаптации для прогнозирования рисков различной природы позволяет не только выбирать лучшую математическую модель на начальном этапе оценки рисков, но и адаптировать ее с учетом предыдущего опыта и реальной работы системы поддержки принятия решений, уточнять структуру модели в связи с действием внешних возмущений, настраивать параметры в соответствии с изменением ограничений или наложением новых.

**Ключевые слова:** структурно-параметрическая адаптация; вероятностные модели; финансовые риски; критерии качества решений.

N.V. Kuznietsova, P.I. Biduyk

#### STRUCTURAL AND PARAMETRIC ADAPTATION OF PROBABILISTIC AND STATISTICAL MODELS FOR FINANCIAL RISKS ASSESSMENT

**Background.** Uncertainties of various nature cause the emergence of financial risks that need to be evaluated in real time, taking into account a large set of explicit and implicit factors, adapting the model to the effect of random perturbations and changes in the environment. Sometimes the changes in the external environment can be so significant that the chosen model will be unacceptable for evaluation, and for this case it is necessary to develop a clear scheme of actions, a set of methods for the formation of candidate models, criteria for quality and the choice of the best, and to get the possibility of clarifying the type, structure and parameters of the model in dynamics.

**Objective.** Propose a method of structural and parametric adaptation based on probabilistic-statistical models, which will allow to evaluate financial risks through probability and possible losses, and take into account the limitations that arose already in the process of modeling.

**Methods.** Comprehensive application: optimal filter for pre-processing data and their preparation for model construction, regression model for formal description and prediction of conditional dispersion and probabilistic model in the form of Bayesian network for estimating the probability of possible losses.

**Results.** The proposed structural and parametric adaptation was used during modeling of various types of financial risks in the banking, telecommunication, investment and allowed to take into account the change of the environment by adapting mathematical models, reconfiguring their structure and changing their parameters in accordance with the imposed new requirements regarding the quality of the decisions made. As a result of computational experiments, it was found that the adaptation of the model as a reaction to

changes in the cut-off threshold in processing loan applications allowed 17 % less errors in the wrong classification and thus reduced losses from unscrupulous borrowers by an average of 12 %.

**Conclusions.** The application of structural and parametric adaptation to predict the risks of different nature allows not only to choose the best mathematical model at the initial stage of risk assessment, but also to adapt it taking into account previous experience and the real work of decision support system, to specify the structure of the model according to the external disturbances, to adjust the parameters accordingly before changing the restrictions or imposing the new ones.

**Keywords:** structural-parametric adaptation; probabilistic models; financial risks; criteria of decision quality.

Рекомендована Радою  
Навчально-наукового комплексу  
“Інститут прикладного системного  
аналізу” КПІ ім. Ігоря Сікорського

Надійшла до редакції  
21 квітня 2018 року

Прийнята до публікації  
31 травня 2018 року