

ТЕОРЕТИЧНІ АСПЕКТИ ОЦІНКИ НАДХОДЖЕННЯ ПРЯМОЇ СОНЯЧНОЇ РАДІАЦІЇ ДЛЯ НЕГОРИЗОНТАЛЬНИХ КВАЗІОДНОВИМІРНИХ ОБ'ЄКТІВ

У статті представлено алгоритм оцінки інтенсивності прямої сонячної радіації без врахування коефіцієнту послаблення випромінювання в атмосфері із застосуванням кореляційного та редуційного аналізу. Підтверджено попередню гіпотезу про можливість застосування рівнянь незатухаючих гармонічних коливань для обчислення геоцентричної та топоцентричної висоти Сонця, схилення, різниці між середнім та справжнім сонячним часом, відстані між Землею і Сонцем, локальної сонячної сталої; значення отриманих коефіцієнтів кореляції коливається в межах 0,99 – 0,9999. Розроблено методику оцінки площі збору прямої сонячної радіації фотоелектричних елементів надмалих стаціонарних сонячних електростанцій за допомогою запровадження поняття квазіодновимірного об'єкта, в якого два просторових виміри вважаються компактифікованими.

Ключові слова: висота Сонця, схилення Сонця, сонячна стала, гармонічні коливання, азимут, надмала сонячна електростанція, мікроконтролер.

Постановка наукової проблеми та її значення. На сучасному етапі становлення енергетичної безпеки України, її значної залежності від іноземних надходжень енергоносіїв необхідно максимально зменшити енергоспоживання країни. Оскільки, енергоспоживання в комунальній сфері є досить значним, актуальним є розвиток малої і надмалої сонячної енергетики (у зв'язку з її повсюдною доступністю), в тому числі на рівні окремих домогосподарств та активних пристроїв споживачів.

Ефективність сонячних елементів визначається, окрім внутрішніх фізико-технологічних характеристик, інтенсивністю прямої сонячної радіації та вертикальним і азимутальним кутами падіння сонячних променів (тобто орієнтацією поверхні фотоелектричних елементів). Найімовірнішими місцями розміщення сонячних електрогенеруючих елементів для надмалої енергетики є переважно нерухомі конструкції (дах, вікна, напівпрозорі перекриття), для яких, в більшості випадків, зміна кутів орієнтування (для максимізації інтенсивності прямої сонячної радіації) неможлива. Тому важливим є визначення результуючого надходження прямої сонячної радіації, не лише на конкретний момент часу, а й протягом певних вибраних періодів часу. Це необхідно для прогнозування обсягів генерації електроенергії, як і для кінцевих споживачів (визначення рентабельності та періоду повернення коштів), так і в масштабах всієї країни, її розподілу через інтелектуальні енергосистеми та в кінцевому підсумку визначення плану обсягу закупівель енергоносіїв.

Надходження прямої сонячної радіації у значній мірі залежить від оптичних властивостей атмосфери на всіх її висотних рівнях. Таким чином, для адекватної оцінки енергогенеруючих потужностей необхідно використовувати

два незалежних блоки інформації: перший включатиме оптичні властивості атмосфери (параметри квазіінваріантні відносно зенітної висоти Сонця), які визначатимуться гідрометеорологічними службами, другий – описуватиме теоретичний максимум надходження прямої радіації для конкретної території і буде визначатися мікроконтролером сонячної батареї, шляхом числового інтегрування. Числове інтегрування дає досить точні результати лише, коли діапазон інтегрування розбивається на велику кількість субдіапазонів, які можна вважати практично лінійними. Це потребує значних обчислювальних ресурсів. Таким чином, винила потреба в розробці таких алгоритмів для створення моделі переміщення Сонця по небесній сфері, які можна застосовувати для орієнтовних розрахунків без значних затрат процесорного часу на малопотужних мікроконтролерах (на рівні процесора звичайного неграфічного наукового калькулятора). Основною причиною вибору мікроконтролерів такого рівня є їхнє надзвичайно низьке енергоспоживання, відповідно, їхнє постійне функціонування (протягом світлового дня) не зменшить ефективності фотоелектричних елементів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Висота Сонця в геоцентричній системі координат визначається через рівняння сферичного трикутника [4, с.52], невідомими елементами якого є схилення Сонця та поправка на різницю між справжнім та середнім сонячним часом, що впливає на годинний кут. Враховуючи те, що трансляцію астрономічних таблиць для малопотужних мікроконтролерів важко реалізувати, то невідомі члени рівняння необхідно виразити у вигляді окремих субрівнянь. З іншої сторони, саме рівняння сферичного трикутника є досить складним, оскільки, добуток синусів та косинусів, і обернений косинус з них

при обчисленні реалізуються як нескінченні збіжні ряди. Тому, на думку автора, реалізація визначення висоти Сонця через обчислення лише одного значення синуса для кожного дискретного моменту часу є значно простішим.

Оскільки, відбувається постійний дрейф точки весняного рівнодення (і змінюється тривалість тропічного року) та перигелію (змінюється тривалість аномалістичного року), а їхні періоди не збігаються між собою і григоріанським календарем, то необхідно врахувати всі ці моменти для більш точних розрахунків.

Більшість сучасних астрономічних досліджень спрямовані на збільшення точності астрономічних моделей, тому жодних тенденцій на спрощення алгоритмів обчислення висоти Сонця, автором не помічено, якщо не вважати за спрощення всебічне застосування потужних комп'ютерних систем зі значним енергоспоживанням, що є неприпустимим для сонячних елементів з невеликою потужністю.

Формулювання мети та завдань статті.

Метою статті є розробка спрощеної моделі руху Сонця по небесній сфері для обчислення інтенсивності сонячної радіації на верхній межі атмосфери. Завданнями статті є: 1) виразити попередню гіпотезу в аналітичній формі; 2) після перевірки можливості застосування попередньої гіпотези, розробити алгоритми обчислення висоти Сонця на лінії горизонту, схилення, рівняння часу та відстані між Землею і Сонцем; 3) описати вихідні часові мітки для обчислення тропічного та драконічного років; 4) порівняти результати отримані із попередньої гіпотези та рівняння, визначити абсолютну та відносну похибку, коефіцієнт кореляції між ними (порівнюватимуться лише результати авторської моделі без уточнюючої таблиці); 5) розробити методику обчислення потенційного надходження сонячної радіації

$$T_{\text{трік}}=365,2421896698-6,15359 \times 10^{-6}T-7,29 \times 10^{-10}T^2+2,64 \times 10^{-10}T^3$$

Тривалість аномалістичного року [3, с.28; 9]:

$$T_{\text{арік}}=365,25964134+0,00000304 \times T \text{ J.1900}365,259636 \text{ J.2011}$$

Різниця між наведеними варіантами тривалості аномалістичного року становить 0,753 с, що при коливаннях точності протягом всесвітнього часу 0,9 с, не впливає на точність отриманих результатів.

У вищенаведених рівняннях T – кількість юліанських століть (1 юліанське століття=36525 діб) між моментом початку епохи і конкретною датою, юліанська доба – 86400 с

на поверхню плоского стаціонарного сонячного елемента; б) визначити проблеми та перспективи подальших досліджень.

Матеріали і методи. У дослідженні використовувалися такі матеріали: астрономічні щорічники та довідники, безкоштовне спеціальне програмне забезпечення – стимулятори вигляду зоряного неба Stellarium 0.12.1 та дані з інтернет-ресурсу Wikipedia. Під час підготовки публікації використовувалися такі методи дослідження: статистичні (в тому числі кореляційний аналіз), ітераційний, зворотнього інжинірингу (редукційний аналіз).

Виклад основного матеріалу. Будь-які алгоритми обчислення положення астрономічних об'єктів потребують чіткого порядку визначення основних початкових параметрів, які в першу чергу пов'язані із системою відліку часу та тимчасовими константами. Щоб уникнути непорозумінь і полегшити запровадження нових уточнюючих компонентів моделі, періодично змінюються астрономічні епохи, тобто всі характеристики положення земної осі та переміщення Землі по навколосонячній орбіті певний обраний момент часу вважаються фіксованими, а всі їхні наступні зміни прогнозуються з врахуванням рівнянь дрейфу параметрів. У наш час активно використовуються епохи J.2000 і J.2011, що розпочалися о 12 годині 1 січня 2000 і 2011 року. Оскільки, сучасні симулятори руху астрономічних об'єктів по небесній сфері використовуються і для складання астрономічних календарів, то вважаю правомірним використати дані календаря за 2013 рік [1, с.3].

Перш ніж перейти до формулювання попередньої гіпотези, важливо описати сучасний стан відліку часу необхідних нам параметрів. Тривалість тропічного року згідно епохи J.2000 становить [9]:

атомного часу [4, с.35].

Згідно астрономічного щорічника за 2013 рік, наводимо точний час (всесвітній час) проходження Землі через перигелій та афелій, і моменти сонцестоянь рівнодень, з яких необхідно розпочинати відлік часу алгоритму з врахуванням тривалості тропічного та аномалістичного років: перигелій – 4:00 2 січня 2013 року, афелій – 17:00 5 липня 2013 року, весня-

не рівнодення – 10:59 20 березня 2013 року, літнє сонцестояння – 04:59 21 червня 2013 року, осіннє рівнодення – 20:39 22 вересня 2013 року, зимове сонцестояння – 17:08 21 грудня

$$\delta=23^{\circ},4392911-46",8150T-0",0.0059T2+0",001813T3$$

2. Формулювання попередньої гіпотези. Для розробки алгоритму визначення висоти Сонця використовувалася попередня гіпотеза, що періодичний рух Землі (навколо осі та навколо Сонця) можна виразити за допомогою рівнянь, якими описують незатухаючі строго періодичні гармонічні коливання.

Висота Сонця змінюється періодично, тривалість повного періоду дорівнює, у практичному наближенні, тривалості сонячної доби (якщо не враховувати зміна швидкості переміщення Землі навколо Сонця та інші довгоперіодичні зміни параметрів земної орбіти та положення планетарної осі). Зміну висоти Сонця над горизонтом можна виразити через рівняння незатухаючих гармонічних коливань (що буде показано нижче). У цілому, початок кривої, що графічно відображає гармонічні коливання, розпочинається з рівня, що загальноприйнято вважати нулем (тобто значення, яке відповідає середньому чи рівноважному значенню величини x , що змінюється), з подальшою позитивною тенденцією. Оскільки, для практичної реалізації у програмно-апаратному комплексі основною часовою міткою є місцевий час, тоді крива розпочинається з мінімального значення (0 годин у 24-годинному форматі часу). Таким чином, можна стверджувати, що початкова фаза φ коливання зміщена на $-\frac{1}{4}$ періоду або $-\pi/2$ (тобто -90°). Гармонічні коливання виражаються через синус чи косинус, залежно від специфіки описуваної величини. Оскільки, максимальне значення висоти Сонця припадає на $+\pi/2$ (тобто 90° , без врахування зміщеної фази, бо тоді максимальне значення припадає на 180° , тобто опівдні за місцевим часом, в більшості випадків), то необхідно вибрати, яка тригонометрична функція дорівнює 1 при 90° (це синус \sin). Протягом одного періоду коливання (ним вважається юліанська доба) висота Сонця h визначається за таким загальним рівнянням:

$$ht=Asinwt+\varphi_0$$

Де, w – циклічна частота, дорівнює $w=2\pi T=6.28318586400=0.000072722$ с $^{-1}$, t – час, с, φ_0 – початкова фаза, яка становить $\varphi_0=-\pi/2$.

Показник A – висота Сонця у верхній кульмінації в день весняного рівнодення (схилення

2013 року [1, с.4].

Схилення Сонця визначається за таким рівнянням [4, с.35]:

Сонця тоді дорівнює нулю), оскільки, вона залежить від широти місцевості, то краще його замінити показником $A_{\text{фшир}}=90^{\circ}-\text{фшир}^{\circ}$, тобто це висота Сонця A на певній широті фшир (це позначення використовується, щоб була відмінність від позначення початкової фази).

Оскільки, нам необхідно знати положення справжнього Сонця, а не середнього, і місцевий локальний час, а не місцевий поясний, і розширити застосування цього рівняння на весь календарний рік, тому воно дещо змінює свій загальний вигляд:

$$ht=Asinwt+\varphi_0+\delta+B$$

Де, δ – схилення Сонця, B – сукупність всіх поправок на висоту Сонця.

Час, у вище наведених рівняннях, є справжнім відносно середнього сонячного часу. Для його обчислення застосовується така формула: $t=t_0\lambda_i+\eta$, де η – рівняння часу (різниця між справжнім сонячним часом і місцевим середнім на одному і тому ж меридіані), його значення можна отримати з астрономічного щорічника. Але для практичних потреб необхідне значення рівняння часу краще отримати шляхом обчислень, ніж переводити їх із астрономічних щорічників у читабельний вигляд для апаратно-програмного комплексу за допомогою інтелектуального розпізнавання тексту, що потребує відповідного блоку програмного коду. Враховуючи вищенаведені міркування, було створено модель обчислення рівняння часу за допомогою методу зворотнього інжинірингу із використанням даних астрономічного щорічника. Тобто здійснена спроба відтворити вихідну модель визначення рівняння часу за допомогою власної моделі. Всі рівняння отриманої моделі базуються на загальному рівнянні гармонічного коливання (через синус). В процесі підбору значень, оскільки, точність даних у щорічнику обмежувалася хвилинами, було застосовано порівняння результатів, отриманих з рівнянь (з постійним їх уточненням) з датою переходу значення на наступну хвилину та порівняння тривалості періоду зосередження в межах однієї хвилини. Після адаптації отриманих рівнянь, було виявлено, що їхня застосовність обмежується окремими індивідуальними періодами часу та набором відповідних значень періоду коливання та амплітуди.

Тобто загальну криву річного ходу значень рівняння часу вдалося розділити на окремі відрізки різної тривалості, які можна описати за допомогою рівнянь гармонічних коливань із різними внутрішніми параметрами (віртуальний період коливання і відповідна циклічна частота, основна і допоміжна сталі, точка початку відліку віртуального періоду коливання та тривалість застосування рівняння); період коливання в межах конкретних рівнянь моделі рівняння часу названий віртуальним тому, що описувана величина в межах цього періоду не здійснює повного коливання, таким чином, віртуальний період коливання – це період коливання значень величини, які збігаються із описуваним реальним значенням протягом часу, що не дорівнює цьому періоду коливань. Таким чином, проведену процедуру формалізації загальної кривої річного ходу значень рівняння часу не можна вважати Фур'є-аналізом, адже за його допомогою виділяється вся сукупність гармонічних коливань у вихідному сигналі, тобто їхні періоди коливань є реальними і збігаються з періодом (чи кратними його величинами) застосування (тобто i -те коливання з періодом t здійснює (чи могло здійснити, якби коливальний процес не припинився) протягом часу T одне чи декілька повних коливань), оскільки жодне з виділених у моделі коливань не може здійснити повне коливання згідно своїх параметрів; таким чином, ця процедура схожа на редуційний аналіз з подальшою апроксимацією у систему рівнянь гармонічних коливань.

Протягом року спостерігаються (і виокремлюються) два великих періоди (тут під періодом розуміється проміжок часу протягом якого можна застосовувати конкретну формулу, чи декілька формул однакового вигляду, а не пе-

ріод коливання – реальний чи віртуальний), протягом яких амплітуда рівняння часу коливається в межах від -16,5 до +14,3 та від -4 до +6 хвилин (у даному випадку +6 означає, що верхня кульмінація відбулася о 12 годині 6 хвилин за місцевим часом).

Отриману модель для обчислення рівняння часу можна виразити у такому вигляді:

1. Початок періоду (-4 до +6 хв) 11 квітня (включаючи) до 31 серпня (включно) (тривалість дії рівнянь із допоміжною поправкою 141 день, додатковий період дії без поправки від 29 серпня (включно) до 31 серпня), значення сталої $A=5$ хв, значення допоміжної сталої $A_0=1,1$ хв, тривалість основного півперіоду коливання – 80 днів (13 червня – 31 серпня включно), тривалість допоміжного півперіоду – 64 дні (з 11 квітня по 13 червня включно):

- Перший півперіод коливання розпочинається з переходу від нульового до від'ємного значення, таким чином, фаза коливання зміщена на половину періоду коливання, тобто дорівнює $+\pi$, триває з 11 квітня по 13 червня включно (тривалість півперіоду коливання 64 доби), значення сталої $A=5$ хв;

- Другий півперіод коливання розпочинається зі зростання від нульового значення, тобто зміщення фази коливання відсутнє, триває з 13 червня по 31 серпня (тривалість півперіоду коливання 80 діб), значення сталої $A=5$ хв (оскільки одне коливання 13 червня закінчилося, а друге – розпочалося, їхнє значення дорівнює нулю, тому конфлікт між ними відсутній). Таким чином, загальне рівняння виражається, як:

$$\eta = 1.1 \times \sin(5.77 \cdot 10^{-7} \times t + 5 \times \sin(5.77 \cdot 10^{-7} \times t + \pi)) \quad (\text{з 11 квітня по 13 червня включно})$$

$$\eta = 1.1 \times \sin(4.54 \cdot 10^{-7} \times t + 5 \times \sin(4.54 \cdot 10^{-7} \times t)) \quad (\text{з 13 червня по 29 серпня включно})$$

$$\eta = 5 \times \sin(4.54 \cdot 10^{-7} \times t) \quad \text{діє з 29 серпня по 31 серпня включно; відлік з 13 червня}$$

2. Початок періоду (-16,5 до +14,3) 1 вересня (включаючи) по 10 квітня включно. Цей період характеризується різною тривалістю всіх четвертей періоду коливання та різними значеннями амплітуди у кожному півперіоді коливання. Відповідно:

- перша четверть розпочинається з переходу до від'ємних значень, таким чином, фаза коливання зміщена на половину періоду коливання, тобто

дорівнює $+\pi$, триває з 1 вересня по 4 листопада (тривалість четвертї періоду коливань – 65 діб), значення сталої $A=16,5$ хв;

- друга четверть розпочинається зі зростання від мінімального (від'ємного) значення, то-му зміщення фази коливання становить $-\pi/2$, триває з 5 листопада до 24 грудня (тривалість четвертї періоду – 50 діб), значення сталої $A=16,5$ хв;

- третя четверть розпочинається зі

зростання від нульового значення, тобто зміщення фази коливання відсутнє, триває з 25 грудня по 10 лютого (тривалість четверті періоду 48 діб), значення сталої $A=14,3$ хв;

- остання четверть розпочинається зі зменшення від найбільшого значення, тому зміщення фази коливання становить $+\pi/2$, триває з 11 лютого по 10 квітня (тривалість четверті періоду 59 діб), значення сталої $A=14,3$ хв.

Узагальнене рівняння для цього періоду виражається, як:

$$16,5 \times \sin 2,79 \cdot 10^{-7} \times t + \pi \quad (\text{з 1 вересня по 4 листопада})$$

$$16,5 \times \sin 3,63 \cdot 10^{-7} \times t - \pi/2 \quad (\text{з 5 листопада по 24 грудня})$$

$$14,3 \times \sin 3,78 \cdot 10^{-7} \times t \quad (\text{з 25 грудня по 10 лютого})$$

$$14,3 \times \sin 3,08 \cdot 10^{-7} \times t + \pi/2 \quad (\text{з 11 лютого по 10 квітня})$$

Можливий дрейф параметрів наведеної

$$0\lambda_i = GMT_{\text{sec}} + 240\Delta\lambda_{\text{isec}}\Delta\lambda_i(\text{degree}) = \lambda_i, \text{ якщо } \lambda_i \in \text{сх. д.} \quad 0-\lambda_i, \text{ якщо } \lambda_i \in \text{зх. д.}$$

Схилення Сонця періодично змінюється протягом тропічного року, якщо не враховувати ексцентриситет земної орбіти, то ці коливання, з абсолютною похибкою, що не є критичною (максимально – близько 54 кутових хвилин (кінець лютого – початок березня), в середньому – в межах 10 кутових хвилин) для практичних розрахунків, теж можна вважати гармонічними (це відповідна попередня гіпотеза, і тому наведені у цьому абзаці похибки є лише результатом випробування попередньої гіпотези на малій числовій вибірці). Точкою початку періоду (щоб поєднати існуючий календар та особливості річного руху планети) рекомендую обрати точку зимового сонцестояння (час верхньої кульмінації Сонця у день зимового сонцестояння, найчастіше це 22 грудня) і розпочинати відлік часу від неї (таким чином, якщо вважати схилення функцією від номеру дня, то до кількості днів від початку року до певної дати включно необхідно ще додати 10 днів) (отримані результати порівнювалися із астрономічним календарем за 2013 рік [1, С.10-32], для широти $+56^\circ$). В такому випадку, в день зимового сонцестояння, початкова фаза буде становити $-\pi/2$. Таким чином, загальне рівняння гармонічного коливання значення схилення Сонця для північної півкулі виражається, як:

$$\delta = 23,44167^\circ \times \sin w_2 t + \varphi_2$$

$$\text{де, } w_2 = 6,28318531536000 = 1,99 \cdot 10^{-7} \text{ с}^{-1},$$

$$\varphi_2 = -\pi/2.$$

В процесі порівняння з таблицями схилення, навіть без врахування точного часу початку

системи рівнянь не розглядався у зв'язку з відсутністю додаткової інформації у автора та продовженням досліджень, хоча для орієнтовних практичних розрахунків (не астрономічного характеру), на думку автора, достатньо і цієї моделі. Також важливо враховувати, що тривалість календарного року не збігається із періодом обертання Землі навколо Сонця, і тому дати можуть зміщуватися на один день раз на 4 роки (високосний рік). В такому випадку, краще застосовувати середнє інтерпольоване значення рівняння часу, при цьому враховуючи, в якій четверті знаходиться конкретний календарний рік в межах 4-річного періоду.

Отже, місцевий час $t_0\lambda_i$ на меридіані λ_i визначається за таким модифікованим рівнянням (адже, синхронізація місцевого часу відбувається по всесвітньому часу):

зимового сонцестояння, вдалося досягнути такого коефіцієнту кореляції: для табличних значень із заокругленням до 1 десяткового знаку після коми 0,999288, для значень із заокругленням до 4 десяткових знаків після коми 0,999596; абсолютна похибка коливається в таких межах $-51'$ до $+79'$, середня похибка $16,09'$, максимальна і мінімальна відносна похибка становить $-37,3\%$ і $-0,0064\%$, середня відносна похибка становить $-1,038\%$.

Зауваження. Всі наведені дати початку відліку відповідних періодів, крім рівняння часу, є рухомими, тому необхідно постійно їх порівнювати з прогнозованим часом проходження відповідного явища, відносно 2013 року.

Поправки на висоту Сонця включають п'ять основних параметрів – атмосферна рефракція B_1 , ненульовий кутовий діаметр видимого диску Сонця B_2 , горизонтальний паралакс B_3 , поправку для переходу від геоцентричних до топоцентричних координат B_4 і депресію горизонту B_5 (для об'єктів з додатною відносною висотою; вона включає також внутрішню поправку на коефіцієнт заломлення повітря). Вплив рефракції посилюється в напрямку від екватора до полюсів, її значення є досить нестійкими, в середньому вона становить $B_1 = 35' = 0.5833^\circ$. Кутовий діаметр Сонця протягом року змінюється в діапазоні від $31'27''$ до $32'31''$ (без врахування іррадіації), враховуючи те, що вищенаведені формули стосувалися центру сонячного диску, то відстань від центру диску до його краю можна визначити за допомогою такої формули (відлік часу t_3 розпочи-

нається з перигелію 3 січня; оскільки, рівняння розпочинається з максимуму, то початкова фаза φ_3 становить $+\pi/2$):

$$B_2 = 31'59'' + 32'' \times \sin w_3 t_3 + \varphi_3 = 0.26653^\circ + 0.0044445^\circ \times \sin w_3 t_3 + \varphi_3$$

де, $w_3 = w_2 = 1,99 \cdot 10^{-7} \text{ с}^{-1}$, $\varphi_3 = +\pi/2$.

Поправка на рефракцію обчислюється за таким рівнянням (для нормальних атмосферних умов: 760 мм. рт. ст., $+10^\circ \text{ C}$, множник становить 58,3") [3, с. 118]:

$$B_1 = B_{\text{рефр}0} \times \text{tg} 90 - \text{ht} - 0.067'' \times \text{tg} 390 - \text{ht}$$

Для врахування інших метеорологічних умов використовується наближена формула:

$$B_{\text{рефр}0} = 60,25'' \times P \times 273101325 \times t$$

де, P – фактичний атмосферний тиск, Па, t – температура повітря, К.

Оскільки, для кутів $\text{ht} < 20^\circ$ формула дає лише наближений результат, адже різко зростає значення тангенса, тому необхідно брати середнє арифметичне значення рефракції $B_{\text{рефрсер}}$:

$$B_{\text{рефрсер}} = B_{\text{рефр}} + 2123''^2, \text{ max } B_{\text{рефрсер}} = 2123''$$

Хоча існують й інші точніші рівняння для рефракції, що залежать від показника заломлення повітря в різних умовах та його вертикального профілю, вони застосовуються лише при обчисленні коефіцієнтів поглинання та послаблення сонячного випромінювання, що не розглядаються у цій статті.

Горизонтальний паралакс визначається для зенітного кута 90° за допомогою такого рівняння:

$$B_3 = \sin -1 R_0 \varphi L_t$$

де $R_0 \varphi$ – відстань від точки спостереження з географічною широтою φ до центру Землі, м, L_t – відстань від центру Землі до Сонця, м (це модифіковане рівняння, оригінал в [4, с.61]). Для інших зенітних кутів можна скористатися такою залежністю:

$$B_3 = \sin -1 R_0 \varphi h L_t$$

Де $R_0 \varphi h = R_0 \varphi \times \sinh$, h – зенітна висота Сонця для геоцентричних координат (ідеальна сфера).

Відстань від центру Землі до рівня моря визначається, як [3, с.109]:

$$R_\varphi = a \times 0.998327 + 0.001677 \cos 2\varphi - 0.000004 \cos 4\varphi$$

Де a – екваторіальний радіус Землі, $a = 6378136,49$ м (модель еліпсоїда IERS96, найточніше визначення [6]). Отже:

$$R_0 \varphi = R_\varphi + h$$

Де h – висота точки спостереження над рівнем моря, м.

Відстань від Землі до Сонця змінюється в такому діапазоні від 0,9833 до 1,0167 астрономічної одиниці. Оскільки, сонячна стала визначена для 1 астрономічної одиниці, то інтенсивність сонячної радіації на верхній межі атмосфери визначатиметься через обернений квадратний коефіцієнт відстані. Згідно попередньої гіпотези, враховуючи незначний ексцентриситет земної орбіти, отримаємо таке загальне рівняння відстані між Землею і Сонцем L (відлік часу розпочинається в момент проходження Землі через точку перигелію): $L_t = 1 + 0.0167 \cdot \sin^{10} (1.99 \cdot 10^{-7} \cdot t - \pi/2)$ Після порівняння результатів отриманої формули із табличними значеннями [3, с.263] (4 десяткові знаки після коми) було визначено, що коефіцієнт кореляції між ними становить 0,999229, значення абсолютної похибки коливається в таких межах: $-0,0007$ до $+0,001$, відносна похибка: максимальна 0,1 %, мінімальна 0. Одна астрономічна одиниця, станом на вересень 2012 року, становить 149 597 870 700 м, з кожним роком вона збільшується приблизно на 0,15 м [7; 8].

Поправка B_4 визначається як різниця географічної і геоцентричної широти [3, с. 109]:

$$B_4 = \varphi - \varphi_{\text{шир}} = 695'' \times \sin 2\varphi - 1.2'' \times \sin 4\varphi$$

Депресія горизонту B_5 складається з двох частин: депресія у вакуумі і депресія в атмосфері (в ролі поправки). Депресія горизонту у вакуумі $B_{5(0)}$ визначається як [5, с.52]:

$$B_{5(0)} = 1.7662h \text{ (в кутових хвилинах; висота у метрах)} \times 180^\circ \pi \times 22h R_\varphi \text{ (в градусах; висота у метрах)}$$

Депресія горизонту в атмосфері (це кут на який піднімається лінія горизонту внаслідок рефракції в атмосфері) визначається за наближеною формулою [5, с.52]:

$$B_5 = 2B_{5(0)} - 0.454 \rho_0 \text{ пов-рвиспов}$$

Оскільки, депресія горизонту це від'ємний кут, тому поправка B_5 визначається, як:

$$B_5 = B_{5(0)} + B_5$$

Таким чином, комплексне рівняння фактичної висоти Сонця над лінією горизонту для північної півкулі (північніше від лінії тропіка, оскільки, там у день літнього сонцестояння проявляється ефект лінійної залежності висоти Сонця від часу, тобто приріст годинного кута практично (а на екваторі при зенітальному положенні Сонця у повній мірі) дорівнює приросту висоти Сонця у градусній мірі) виражається, як:

$$\text{ht} = 90^\circ - \varphi_{\text{шир}} \times \sin w_1 \times t_0 \lambda_i + \eta - \pi/2 + 23,44167^\circ \times \sin w_2 t_2 - \pi/2 + 0.26653^\circ + 0.0044445^\circ \times \sin w_3 t_3$$

$+π2+i=15Biw1=0.000072722$ с-1 ; $tε0...86400$ с;
 початок відліку:початок кожної нової доби
 $w2=1,99\cdot10^{-7}c-1$; $t2ε0...31536000$ с; початок
 відліку:зимове сонцестояння
 $w3=1,99\cdot10^{-7}c-1$;
 $t3ε0...31536000$ с ; початок відліку:перигелій

Звісно, більшу точність частини цього рівняння, що відповідає за видимий рух Сонця на небесній сфері при сталому значенні схилення, забезпечує рівняння для сферичного трикутника (рівняння зенітної висоти Сонця Z) [2, С. 69], але воно відображає висоту Сонця у системі геоцентричних координат, тобто необхідно здійснювати перехід в геоцентричних координат до топоцентричних, тому нижні індекси $\phi_{шир}=\phi_{шир}'$ (геоцентрична широта):

$$\cos Z = \sin \phi_{шир} \times \sin \delta + \cos \phi_{шир} \times \cos \delta \times \cos t$$

Обчислення визначених інтегралів із синусів, в цілому, є простішим, ніж із застосуванням рівняння висоти Сонця для сферичного трикутника. З іншого боку, для застосування числових методів інтегрування (напр., мікроконтролери із невеликою обчислювальною потужністю) необхідно використовувати максимально спрощені асимптотичні функції. Шляхом прямого візуального порівняння (зразком уявного мікроконтролера був науковий калькулятор Brilliant BS-130, точність обчислень перевірялася із застосуванням програми Microsoft Mathematics 4.0) швидкодії обчислення варіант із рівнянням гармонічного коливання майже утричі швидший. Звісно, швидкодія

програмної реалізації залежатиме від оптимізації обчислень та коефіцієнту використання апаратних обчислювальних ресурсів.

Після порівняння вищенаведеної комплексної формули із рівнянням для сферичного трикутника та даними, отриманими із програми Stellarium 0.12.1, виявилось, що мінімізувати похибку можна шляхом застосування допоміжних значень (поправок), що залежать (кожна окремо) від широти, абсолютного значення модулю та знаку схилення Сонця, і годинного кута (фактичного); ці поправки змінюють такі вихідні параметри у загальному рівнянні, як: висота Сонця та годинний кут (модифікований). Кінцева похибка (із застосуванням ручних розрахунків і на вибірці близько 300 результатів) у визначенні геометричної висоти Сонця не перевищує $1,5^\circ$, переважно – $0,3-0,7^\circ$; оскільки, із отриманого значення кута висоти Сонця береться синус, то результуюча абсолютна похибка у значенні можливої інтенсивності прямої сонячної радіації ще менша, також похибка зростає для від'ємної висоти Сонця, що для обчислень надходження сонячної радіації не суттєво (тоді пряма сонячна радіація відсутня). В процесі складання таблиці поправок виявилось, що комплексне рівняння зберігає заданий рівень точності лише у діапазоні (для північної півкулі) від 37° (включаючи) до 77° . Найменша похибка спостерігається на широті 50° . Таблиця поправок наведена нижче.

Таблиця 1.

Поправки до комплексного рівняння

Широта, °	Схилення Сонця, $0 < \delta \leq 23,44167$			Схилення Сонця, $-23,44167 \leq \delta < 0$		
	Годинний кут у градусні мірі, A			Годинний кут у градусні мірі, A		
	$0 < A \leq 20$	$20 < A \leq 70$	$A > 70$	$0 < A \leq 20$	$20 < A \leq 70$	$A > 70$
$\phi > 60^\circ$	$+0,023 \times A$	–	$+0,01 \times A$	–	–	$+0,014 \times A$ ($\delta < 15$) $+0,03 \times A$ ($\delta > 15$)
$\phi > 50^\circ$	$+0,024 \times A$	–	–	–	$+0,03 \times A$ ($A > 45$)	$0,025 \times A$ ($\delta < 15$) $0,025 \times A$ ($\delta > 15, A < 90$) $0,042 \times A$ ($\delta > 15, A \geq 90$)
$\phi = 50^\circ$	$+0,023 \times A$	–	$-0,01 \times A$ (< 90) $+0,01 \times A$ (> 90)	–	$+0,035 \times A$ ($A > 50$)	$+(0,089 + 0,0020 \times \delta) \times A$
$40^\circ < \phi < 50^\circ$	–	$-0,4 \times N$	$-0,02 \times A$ ($70 < A < 90$) $-0,01 \times A$ ($70 < A < 90, \delta < 15$) 0 ($A > 90$)	–	$0,045 \times A$ ($A > 50, \delta > 15$)	$0,025 \times A$ ($\delta < 15, A < 90$) $0,04 \times A$ ($\delta < 15, A > 90$) $0,06 \times A$ ($\delta > 15, A < 90$) $0,07 \times A$ ($\delta > 15, A > 90$)
$37^\circ \leq \phi < 40^\circ$	$-0,4 \times N$	$-0,4 \times N$	$-0,01 \times A$ ($70 < A < 90, \delta < 15$) 0 ($A > 90$)	–	$0,2 \times N$ ($A > 50, \delta > 15$) $0,13 \times N$ ($A > 50, \delta < 15$)	$0,04 \times A$ ($\delta < 15, A < 90$) $0,06 \times A$ ($\delta < 15, A > 90$) $0,08 \times A$ ($\delta > 15, A < 90$) $0,11 \times A$ ($\delta > 15, A > 90$)

Примітка: 1. У всіх поправках береться модуль зі значення δ і A. 2. Для додатного δ

завжди додається поправка на годинний кут, яка збільшує модуль годинного кута, крім ви-

падку, коли він становить менше 10° , і обчислюється, як: $0,35^\circ \times \delta$. 3. Годинний кут A, наве-

дений у таблиці, – геометричний, а не модифікований. 4. Усі поправки у таблиці мають градусну міру і стосуються висоти Сонця над горизонтом. 5. $N=50$ -ф.

Для визначення придатності рівняння для практичних обчислень без застосування таблиці поправок (в подальшому при вибіркових обчисленнях із застосуванням таблиці зафіксовано зменшення відносної похибки 2-7 рази) було використано такий масив даних: широти – 49, 50 і 51 градуси північної широти, схилення через градус від $-23,44167^\circ$ до $+23,44167^\circ$ та годинний кут через 5 градусів в діапазоні від 0° до 130° (при 130° Сонце заходить для цих широт в день літнього сонцестояння, тобто охоплено максимально можливу тривалість світлового дня), в цей масив потрапило 2 блоки (додатне і від'ємне схилення) по 2025 значень по 2 двох рівняннях: для додатного схилення коефіцієнт кореляції становить 0,996823, для від'ємного – 0,999088; абсолютна похибка становить для додатного схилення: максимальна $-6,9529^\circ$, мінімальна $0,0096^\circ$, середня $2,1014^\circ$; для від'ємного схилення: максимальна $-6,9526^\circ$, мінімальна $0,0001^\circ$, середня $1,5955^\circ$.

Для визначення інтенсивності сонячної радіації на верхній межі атмосфери I_0 (сонячна стала) в момент часу t необхідно використати таке рівняння:

$$I_0t = 1367Lt^{12}$$

Незначний ексцентриситет земної орбіти призводить до того, що приріст квадрат приросту відстані приблизно дорівнює подвоєному приросту відстані, тобто вони практично пропорційні між собою, відповідно, можна скласти рівняння інтенсивності сонячної радіації і застосуванням не зміни відстані, а зміни інтенсивності радіації у точці перигелію і на відстані 1 астрономічна одиниця. Враховуючи вищесказане, складено таке рівняння (використовується швидкість руху середнього Сонця):

$$I_0t = I_c + I_\Delta \times \sin w3t^3 + \pi 2w^3 = 1,992 \cdot 10^{-7}c - 1;$$

$t \in 0 \dots 31536000$ с; початок відліку: 3 січня
 $I_c = 1367$ Вт/м²; $I_\Delta = 45.54$ Вт/м²

Порівнюючи рівняння інтенсивності радіації на верхній межі атмосфери з рівнянням відстані між Землею і Сонцем із застосуванням закону обернених квадратів, виявилось, що коефіцієнт кореляції 0,999922, абсолютна похибка становить: максимальна – 1,2875 Вт/м², мінімальна – $-0,002$ Вт/м², середня – 0,6027 Вт/м²; відносна: максимальна – 0,091%, мінімальна – $-0,000145$ %, середня – 0,044 %.

Таким чином, потенційна інтенсивність прямої сонячної радіації на поверхні, перпен-

дикулярній напрямку руху сонячних променів, виражатиметься через загальний коефіцієнт послаблення F (коефіцієнти пропускання атмосфери та рівняння для визначення оптичної товщини атмосфери у цій не розглядаються): $I = I_0t \times F$, де, I_0t – інтенсивність сонячної радіації на верхній межі земної атмосфери.

Оскільки, форма поверхні інсталяції фотоелектричних елементів вважається простою (дах, вікно) і її ширина не змінюється по довжині, відповідно її можна спростити до одновимірного об'єкта з певною довжиною і концентрацією площі на одиницю довжини, це одна з головних умов (обов'язкова) виділення (існування) об'єкту, який названий автором, як квазіодновимірний. Окрім цього він характеризується такими властивостями: його альbedo не залежить від кута падіння, ефект самозатінення відсутній, форма вертикального контуру найбільшого поперечного перерізу не залежить від кута нахилу і обертання, в іншому випадку, необхідно визначати розподіл площі поперечного перерізу у сферичній системі координат (крім випадків, коли азимутальний розподіл площі перерізу можна виразити складною залежністю) та здійснити інтегрування з врахуванням альbedo, що не завжди можливо).

Наступною характеристикою стаціонарного (інстальованого) квазіодновимірного об'єкта є його ефективна висота (це характерно для нахилених, у напрямку простягання сонячних променів, поверхонь; протилежний випадок ще не розглядався). Ефективна висота дорівнює довжині вертикальної проекції вертикального квазіодновимірного об'єкта (тобто його висота після інсталяції). Від неї залежить довжина і площа горизонтальної проекції об'єкта. Площа горизонтальної проекції квазіодновимірного об'єкта – це площа його тіні, тобто площа горизонтальної поверхні, з якої він зібрав (затримав) пряму сонячну радіацію. Якщо виразити довжину горизонтальної проекції через ефективну висоту, ми отримаємо для паралельних сонячних променів (тобто ширина тіні дорівнює ширині об'єкта), коефіцієнт масштабування площі його найбільшого вертикального перерізу, що залежить як котангенс висоти Сонця. Якщо реальний об'єкт лише тимчасово зводиться до квазіодновимірного об'єкта, то необхідно використати коефіцієнти азимутального розподілу площі найбільшого вертикального поперечного перерізу та визначити відносний азимут – тобто кут між азимутом певної обраної умовної точки об'єкта (від якої

розпочалося визначення азимутального розподілу площі) і азимутом Сонця. Отже, площа горизонтальної проекції квазіодновимірним об'єкта обчислюється за таким загальним рівнянням:

$$S_{\text{проект}} = S \times \cos \theta + S_{\text{гор}}$$

де, S – площа вертикального поперечного перерізу об'єкта (загальна чи азимутальна, що повинно відображатися у нижньому індексі площі), $S_{\text{гор}}$ – площа найбільшого горизонтального поперечного перерізу (характерно для зенітального положення Сонця).

Отже, показником кількості прямої сонячної радіації, що потрапляє на поверхню об'єкта, буде добуток інтенсивності прямої сонячної радіації на площу його проекції на горизонтальну поверхню.

Потенційна кількість отриманої прямої сонячної радіації становить:

$$Q = t_0 t_i S_{\text{проект}} \times I_0 \times F_t \times \sin \theta dt$$

В багатьох випадках, проміжок часу t_0-t_i є тривалістю світлового дня. Таким чином, виникає потреба дізнатися, коли розпочнеться і припиниться надходження сонячної радіації. Оскільки, застосування рівняння для сферичного трикутника потребує багатьох ітерацій (у зв'язку з постійною мінливістю схилення), що є досить складно, пропонується такий можливий вихід із цього затруднення. Використовуючи загальне рівняння висоти Сонця, бачимо, що для обчислення моменту заходу чи сходу Сонця (зникнення чи появи краю диску) можна використати таку рівність:

$$t = 186 + [-] \sin(-\delta + B90^\circ - \varphi) 15^\circ \text{ год}$$

Враховуючи те, що в кожній ітерації визначається лише один обернений синус, а не ціла комбінація (в оригіналі формули визначався косинус годинного кута [4, с.62]), розрахунки значно простіші. ніж:

$$t = 1212 + [-] \cos(-\delta \sin B - \sin \varphi \sin \delta \cos \varphi \cos \delta) 15^\circ \text{ год}$$

Квадратні дужки вказують на вихідні значення часу доби і знак різниці в цих рівняннях використовується для моменту сходу Сонця. Таким чином, ми визначили межі інтегрування. В подальшому, з отриманої кількості енер-

гії Q можна визначити кількість згенерованої електричної енергії із врахуванням технологічних параметрів сонячної батареї, які записані у постійній пам'яті її мікроконтролера.

Висновки. Алгоритм визначення висоти Сонця над лінією горизонту та потенційного надходження прямої сонячної радіації включає в себе наступні кроки:

- визначення часу і дати;
- обчислення вихідних астрономічних параметрів (тимчасових констант);
- визначення геоцентричних координат точки та обчислення геоцентричної висоти Сонця;
- визначення довжини радіус-вектора і горизонтального паралаксу з геоцентричної висоти Сонця;
- розрахунок висоти Сонця згідно комплексного рівняння;
- розрахунок меж інтегрування (моменти сходу і заходу Сонця) (внутрішня ітерація);
- визначення площі горизонтальної проекції квазіодновимірного об'єкта;
- числове інтегрування;
- розрахунок потенційної кількості згенерованої електричної енергії (з врахуванням залежності коефіцієнту корисної дії від інтенсивності та спектрального складу прямої сонячної радіації).

Проблеми і перспективи подальших досліджень. В подальшому планується розробити спрощені алгоритми: визначення топоцентричного азимуту Сонця, обчислення площі горизонтальної проекції квазіодновимірних об'єктів нахилених відносно вертикальної осі та об'єктів складної форми, включаючи тіло людини з метою обчислення теплового балансу тіла; комплексний алгоритм визначення коефіцієнтів послаблення і розсіювання для різноманітних гідрометеорологічних умов та явищ для прогнозування надходження сонячної радіації. Також продовжуватиметься уточнення таблиць поправок для обчислення висоти Сонця.

Література:

1. Козловский А.Н. Астрономический календарь на 2013 год: справочное издание / А.Н. Козловский. – "АстроКА", 2012. – 116 с. – (Серия "Астробиблиотека").
2. Симанков В.С. Моделирование инсоляции при управлении фотовольтаэлектрическими системами / В.С. Симанков, А. В. Шопин, П. Ю. Бучацкий // Труды ФОРА. – 2000. – №5. – с. 67-71.
3. Аллен К.У. Астрофизические величины: справочное издание / К.У. Аллен; [пер. з англ. Х.Ф. Халиуллин]. – Москва: Мир, 1977. – 279 с.
4. Монтенбрук О. Астрономия на персональном компьютере / О.Монтенбрук, Т. Пфлегер; [пер. з англ. А. Сергеев, А. Телов]. – СПб.: Питер, 2002. – 320 с. – (Библиотека программиста).
5. Зверева В.С. Задачник по общей метеорологии / В.С. Зверева. – Ленинград: Гидрометеиздат, 1980. – 124 с.
6. http://ru.wikipedia.org/wiki/Земной_эллипсоид (01.10.2013)

7. http://ru.wikipedia.org/wiki/Астрономическая_единица (01.10.2013)
8. http://asa.usno.navy.mil/SecK/2013/Astronomical_Constants_2013.pdf (01.10.2013)
9. <http://ru.wikipedia.org/wiki/Year> (01.10.2013)

Резюме:

Сергей Ковальчук. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОЦЕНКИ КОЛИЧЕСТВА ПРЯМОЙ СОЛНЕЧНОЙ РАДИАЦИИ ДЛЯ НЕГОРИЗОНТАЛЬНЫХ КВАЗИОДНОМЕРНЫХ ОБЪЕКТОВ.

В статье представлен алгоритм оценки интенсивности прямой солнечной радиации без учета коэффициента ослабления излучения в атмосфере с применением корреляционного и редуцированного анализа. Подтверждено предварительную гипотезу о возможности применения уравнений незатухающих гармонических колебаний для вычисления геоцентрической и топоцентрической высоты Солнца, склонения, разницы между средним и истинным солнечным временем, расстояния между Землей и Солнцем, локальной солнечной постоянной; значение полученных коэффициентов корреляции колеблется в пределах 0,99-0,9999. Разработана методика оценки площади сбора прямой солнечной радиации фотоэлектрических элементов сверхмалых стационарных солнечных электростанций за счет введения понятия квазиодномерного объекта, у которого два пространственных измерения считаются компактифицированными.

Эффективность солнечных элементов определяется, кроме внутренних физико-технологических характеристик, интенсивности прямой солнечной радиации и вертикальным и азимутальным углами падения солнечных лучей (то есть ориентацией поверхности фотоэлектрических элементов). Вероятными местами размещения солнечных электрогенерирующих элементов для сверхмалой энергетики является преимущественно неподвижные конструкции (крыша, окна, полупрозрачные перекрытия), для которых, в большинстве случаев, изменение углового ориентирования (для максимизации интенсивности прямой солнечной радиации) невозможно. Поэтому важным является определение результирующего поступления прямой солнечной радиации, не только на конкретный момент времени, но и в течение определенных выбранных периодов времени. Это необходимо для прогнозирования объемов генерации электроэнергии, как и для конечных потребителей (определение рентабельности и периода возврата средств), так и в масштабах всей страны, ее распределения через интеллектуальные энергосистемы и в конечном итоге определения плана объема закупок энергоносителей.

Ключевые слова: высота Солнца, склонение Солнца, солнечная постоянная, гармонические колебания, азимут, сверхмалая солнечная электростанция, микроконтроллер.

Summary:

Sergiy Kovalchuk. THEORETICAL ASPECTS OF THE EVALUATION OF DIRECT SOLAR RADIATION FOR THE NON HORIZONTAL QUASI ONE-DIMENSIONAL OBJECTS.

In article presented an algorithm estimates the intensity of direct solar radiation without a total beam attenuation coefficient of atmosphere, using correlation and reduction analysis. Confirmed previous hypothesis about the possibility of nonattenuating harmonic oscillation equations for calculating the geocentric and topocentric height of the Sun, declination, the difference between the mean and true solar time, the distance between the Earth and the Sun, the value of local solar constant; the value obtained correlation coefficients in the range 0.99 - 0.9999. The method estimates the area of collection of direct radiation photovoltaic cells ultra small solar power was developed by introducing the notion of quasi-one-dimensional object in which two spatial dimensions consider was compactified.

Efficiency of solar cells is determined, but the internal physical and technological characteristics, intensity of direct solar radiation and vertical and azimuthally angles of incidence of sunlight (surface orientation photovoltaic cells). Likely placements solar power generating elements for super-small energy is still mostly construction (roof, windows, translucent ceiling), which, in most cases, changing the angular orientation (for maximum intensity of direct solar radiation) is impossible. Therefore, it is important to determine the resulting flow of direct solar radiation, not only the time, but during certain time period. It is necessary to predict the generation of electricity, as well as for end-users (the definition of profitability and the period of repayment) and throughout the country, its distribution through smart grid and ultimately determine the plan of purchasing energy.

Keywords: height of the Sun, the solar declination, the solar constant, harmonic oscillations, azimuth, ultra small solar power plants, microcontroller.

Рецензент: проф. Сивий М.Я.

Надійшла 08.11.2013р.