УДК 519.86:519.612

Чорней Р. К.

ОПТИМІЗАЦІЙНА ЕКОЛОГО-ЕКОНОМІЧНА МОДЕЛЬ З УРАХУВАННЯМ ТЕХНОЛОГІЧНИХ АВАРІЙ

У роботі розглядається узагальнення оптимізаційної еколого-економічної моделі Леонтьєва — Форда з виробничими способами з урахуванням можливості аварій на виробництві та оплати так званого «права на забруднення». Знаходиться загальний вигляд розв'язку таких задач.

Ключові слова: еколого-економічне моделювання, лінійне програмування.

Вступ

Задля знищення промислового забруднення навколишнього середовища в багатьох країнах порізному намагаються впливати на виробників продукції. Основні три напрями в адміністративному регулюванні кількості викидів, що спричиняються виробництвом, такі [1]:

1. Адміністративно-екологічна система (умовне позначення регулювання природоохоронної діяльності в США). Вона полягає у встановленні лімітів викидів для кожного джерела забруднення через видання «ліцензій на забруднення» за окремо визначену плату. Це забезпечує зниження питомих викидів на одиницю продукції. При цьому, у разі потреби, «ліцензії на забруднення» можна продавати та (або) купувати іншим суб'єктам ринку, тобто вони стають товаром.
2. Будь-які викиди мають бути оплачені забруднювачем (використовується у Франції). Як приклад, метод, спрямований на утилізацію відходів: спочатку береться плата за забруднення, потім виробник утилізує деяку частину відходів, після чого йому повертаються кошти, які він сплатив попередньо за утилізовані потім відходи.
3. Податок на чисту сировину, залежно від кількості невідновлюваної чистої сировини (використовується, наприклад, в Італії). Використання цього методу призводить до збільшення частки рецикльованих матеріалів у виробництві.

У цій роботі пропонується узагальнення оптимізаційної моделі Леонтьєва — Форда із використанням другого напряму адміністративного регулювання кількості викидів — оплати «права на забруднення».

Постановка задачі

Розглянемо оптимізаційну еколого-економічну модель із виробничими способами і цільовою функцією, що виражає витрати економіки на виробництво та знищення забруднювачів, за умови, що будь-який виробничий спосіб може зазнати «техногенної екологічної катастрофи» (аварії).

Нехай кожний вид продукції $i \in I$ (I — множина видів продукції деякої економічної системи) виробляється декількома способами $\varphi_i \in \mathbf{P}_i$ ($\mathbf{P}_i$ — множина виробничих способів виробництва продукції i), але кожним способом випускається лише один продукт. Аналогічно, кожний вид забруднювачів $j \in J$ (J — множина видів забруднювачів деякої економічної системи) знищується декількома способами $\psi_j \in \mathbf{Q}_j$ ($\mathbf{Q}_j$ — множина виробничих способів знищення забруднювача j), але кожним способом знищується лише один забруднювач.

Введемо такі позначення:

- $x^1_{i\varphi_i}$ — обсяг виробництва продукції $i \in I$ способом $\varphi_i \in \mathbf{P}_i$;
- $x^2_{j\psi_j}$ — обсяг знищення забруднювача $j \in J$ способом $\psi_j \in \mathbf{Q}_j$;
- $a^{11}_{ik\varphi_k}$ — нормативний коефіцієнт прямих затрат продукції $i \in I$ на виробництво одиниці продукції $k \in I$ способом $\varphi_k \in \mathbf{P}_k$;
- $a^{12}_{ij\psi_j}$ — нормативний коефіцієнт прямих затрат продукції $i \in I$ на знищення одиниці забруднювача $j \in J$ способом $\psi_j \in \mathbf{Q}_j$;
- $a^{21}_{ji\varphi_i}$ — нормативний коефіцієнт викиду забруднювача $j \in J$ при випуску одиниці продукції $i \in I$ способом $\varphi_i \in \mathbf{P}_i$;
- $a^{22}_{jl\psi_l}$ — нормативний коефіцієнт викиду забруднювача $j \in J$ при знищенні одиниці забруднювача $l \in J$ способом $\psi_l \in \mathbf{Q}_l$;
- y^1_i — обсяг кінцевого споживання продукції $i \in I$;
- y^2_j — гранична норма обсягу незнищування забруднювача $j \in J$;
- p_{φ_i} — ймовірність «техногенної екологічної катастрофи» при застосуванні способу $\varphi_i \in \mathbf{P}_i$ виробництва продукції $i \in I$;
- p_{ψ_j} — ймовірність «техногенної екологічної катастрофи» при застосуванні способу $\psi_j \in \mathbf{Q}_j$ знищення забруднювача $j \in J$;
- $b^1_{ji\varphi_i}$ — коефіцієнт очікуваного викиду забруднювача $j \in J$ при виробництві одиниці продукції $i \in I$ способом $\varphi_i \in \mathbf{P}_i$ у випадку технологічної аварії способу $\varphi_i \in \mathbf{P}_i$;

- $b^2_{jl\psi_l}$ — коефіцієнт очікуваного викиду забруднювача $j \in J$ при знищенні одиниці забруднювача $l \in J$ способом $\psi_l \in \mathbf{Q}_l$ у випадку технологічної аварії способу $\psi_l \in \mathbf{Q}_l$;
- c_j — плата, що береться за кожну одиницю забруднювача $j \in J$, що не знищується (так звана оплата права на забруднення);
- $c_{j\psi_j}$ — вартість знищення одиниці забруднювача $j \in J$ виробничим способом $\psi_j \in \mathbf{Q}_j$.

Вважається, що в разі «техногенної екологічної катастрофи» способу $\varphi_i \in \mathbf{P}_i$, $i \in I$, (способу $\psi_j \in \mathbf{Q}_j$, $j \in J$) продукція i (забруднювач j) цим способом не виробляється (не знищується).

Введемо додаткові позначення:

$$\begin{aligned}\tilde{a}^{11}_{ik\varphi_k} &:= (1 - p_{\varphi_k})a^{11}_{ik\varphi_k};\\ \tilde{a}^{12}_{ij\psi_j} &:= (1 - p_{\psi_j})a^{12}_{ij\psi_j};\\ \tilde{a}^{21}_{ji\varphi_i} &:= (1 - p_{\varphi_i})a^{21}_{ji\varphi_i} + p_{\varphi_i}b^1_{ji\varphi_i};\\ \tilde{a}^{22}_{jl\varphi_l} &:= (1 - p_{\psi_l})a^{22}_{jl\varphi_l} + p_{\psi_l}b^2_{jl\psi_l}.\end{aligned}$$

Таким чином отримуємо задачу лінійного програмування:

$$\sum_{j\in J} c_j\Bigg(\sum_{i\in I}\sum_{\varphi_i\in\mathbf{P}_i} \tilde{a}^{21}_{ji\varphi_i}x^1_{i\varphi_i} + \sum_{l\in J}\sum_{\psi_l\in\mathbf{Q}_l} \sigma_{jl\psi_l}x^2_{l\psi_l}\Bigg) \to \min \quad (1)$$

(перший доданок — обсяг викинутих забруднювачів при виробництві продукції, другий — обсяг викинутих забруднювачів при їх знищенні мінус обсяг знищених забруднювачів плюс витрати на їх знищення, усе у вартісному вигляді), де

$$\sigma_{jl\psi_l} := \begin{cases} \tilde{a}^{22}_{jl\psi_l}, & j \neq l;\\ \tilde{a}^{22}_{jj\psi_j} - 1 + \dfrac{c_{j\psi_j}}{c_j}, & j = l,\end{cases}$$

при таких обмеженнях:

$$\sum_{k\in I}\sum_{\varphi_k\in\mathbf{P}_k} (\delta_{ik} - \tilde{a}^{11}_{ik\varphi_k})x^1_{k\varphi_k} - \sum_{j\in J}\sum_{\psi_j\in\mathbf{Q}_j} \tilde{a}^{12}_{ij\psi_j}x^2_{j\psi_j} \geqslant y^1_i, \quad i \in I; \quad (2)$$

(обсяг виробництва кінцевої продукції не повинен бути меншим від обсягу кінцевого споживання)

$$-\sum_{i\in I}\sum_{\varphi_i\in\mathbf{P}_i} \tilde{a}^{21}_{ji\varphi_i}x^1_{i\varphi_i} + \sum_{l\in J}\sum_{\psi_l\in\mathbf{Q}_l} (\delta_{jl} - \tilde{a}^{22}_{jl\psi_l})x^2_{l\psi_l} \geqslant -y^2_j, \quad j \in J; \quad (3)$$

(обсяг незнищених забруднювачів не повинен перевищувати граничної норми)

$$\begin{aligned} x^1_{i\varphi_i} &\geqslant 0, \quad i \in I, \varphi_i \in \mathbf{P}_i;\\ x^2_{j\psi_j} &\geqslant 0, \quad j \in J, \psi_j \in \mathbf{Q}_j.\end{aligned} \quad (4)$$

Позначимо

$$\mathbf{P} = \bigcup_{i\in I}\mathbf{P}_i, \quad \mathbf{Q} = \bigcup_{j\in J}\mathbf{Q}_j, \quad \mathbf{V} := \mathbf{P}\cup\mathbf{Q}.$$

Технологічну матрицю, що описує множину виробничих способів $\mathbf{V}$ задачі (1)–(4), позначимо $\tilde{A}_{\mathbf{V}}$ (через $\tilde{A}_{\mathbf{V}}$ також позначатимемо узагальнену оптимізаційну модель Леонтьєва — Форда, що описується цією матрицею):

$$\tilde{A}_{\mathbf{V}} = \begin{pmatrix} \tilde{A}_{11\mathbf{P}} & \tilde{A}_{12\mathbf{Q}}\\ \tilde{A}_{21\mathbf{P}} & \tilde{A}_{22\mathbf{Q}}\end{pmatrix},$$

де $\tilde{A}_{11\mathbf{P}} = (\tilde{a}^{11}_{ik\varphi_k})^{i\in I}_{k\in I,\varphi_k\in\mathbf{P}_k}$ — прямокутна матриця розмірності $|I| \times |\mathbf{P}|$, i-й рядок якої має вигляд

$$\tilde{a}^{11}_i = \Big(\tilde{a}^{11}_{i1\varphi^1_1}, \tilde{a}^{11}_{i1\varphi^2_1}, \ldots, \tilde{a}^{11}_{i1\varphi^{|\mathbf{P}_1|}_1}, \ldots, \tilde{a}^{11}_{i|I|\varphi^1_{|I|}}, \tilde{a}^{11}_{i|I|\varphi^2_{|I|}}, \ldots, \tilde{a}^{11}_{i|I|\varphi^{|\mathbf{P}_{|I|}|}_{|I|}}\Big);$$

$\tilde{A}_{12\mathbf{Q}} = (\tilde{a}^{12}_{ij\psi_j})^{i\in I}_{j\in J,\psi_j\in\mathbf{Q}_j}$ — прямокутна матриця розмірності $|I| \times |\mathbf{Q}|$, i-й рядок якої має вигляд

$$\tilde{a}^{12}_i = \Big(\tilde{a}^{12}_{i1\psi^1_1}, \tilde{a}^{12}_{i1\psi^2_1}, \ldots, \tilde{a}^{12}_{i1\psi^{|\mathbf{Q}_1|}_1}, \ldots, \tilde{a}^{12}_{i|J|\psi^1_{|J|}}, \tilde{a}^{12}_{i|J|\psi^2_{|J|}}, \ldots, \tilde{a}^{12}_{i|J|\psi^{|\mathbf{Q}_{|J|}|}_{|J|}}\Big);$$

$\tilde{A}_{21\mathbf{P}} = (\tilde{a}^{11}_{ji\varphi_i})^{j\in J}_{i\in I,\varphi_i\in\mathbf{P}_i}$ — прямокутна матриця розмірності $|J| \times |\mathbf{P}|$, j-й рядок якої має вигляд

$$\tilde{a}^{21}_j = \Big(\tilde{a}^{21}_{j1\varphi^1_1}, \tilde{a}^{21}_{j1\varphi^2_1}, \ldots, \tilde{a}^{21}_{j1\varphi^{|\mathbf{P}_1|}_1}, \ldots, \tilde{a}^{21}_{j|I|\varphi^1_{|I|}}, \tilde{a}^{21}_{j|I|\varphi^2_{|I|}}, \ldots, \tilde{a}^{21}_{j|I|\varphi^{|\mathbf{P}_{|I|}|}_{|I|}}\Big);$$

$\tilde{A}_{22\mathbf{Q}} = (\tilde{a}^{22}_{jl\psi_l})^{j\in J}_{l\in J,\psi_l\in\mathbf{Q}_l}$ — прямокутна матриця розмірності $|J| \times |\mathbf{Q}|$, j-й рядок якої має вигляд

$$\tilde{a}^{22}_j = \Big(\tilde{a}^{22}_{j1\psi^1_1}, \tilde{a}^{22}_{j1\psi^2_1}, \ldots, \tilde{a}^{22}_{j1\psi^{|\mathbf{Q}_1|}_1}, \ldots, \tilde{a}^{22}_{j|J|\psi^1_{|J|}}, \tilde{a}^{22}_{j|J|\psi^2_{|J|}}, \ldots, \tilde{a}^{22}_{j|J|\psi^{|\mathbf{Q}_{|J|}|}_{|J|}}\Big).$$

Режим функціонування всіх технологічних процесів узагальненої оптимізаційної моделі Леонтьєва — Форда $\tilde{A}_{\mathbf{V}}$ описуватиме $|\mathbf{V}|$-мірний вектор інтенсивностей $(x^1, x^2)^T$, де

$$x^1 = \Big(x^1_{1\varphi^1_1}, x^1_{1\varphi^2_1}, \ldots, x^1_{1\varphi^{|\mathbf{P}_1|}_1}, \ldots, x^1_{|I|\varphi^1_{|I|}}, x^1_{|I|\varphi^2_{|I|}}, \ldots, x^1_{|I|\varphi^{|\mathbf{P}_{|I|}|}_{|I|}}\Big);$$

$$x^2 = \Big(x^2_{1\psi_1^1}, x^2_{1\psi_1^2}, \ldots, x^2_{1\psi_1^{|\mathbf{Q}_1|}}, \ldots, x^2_{|J|\psi^1_{|J|}}, x^2_{|J|\psi^2_{|J|}}, \ldots, x^2_{|J|\psi_{|J|}^{|\mathbf{Q}_{|J|}|}}\Big).$$

Тоді обмеження (2)–(3) можна переписати у векторно-матричному вигляді:

$$(I_{\mathbf{V}} - \tilde{A}_{\mathbf{V}})x \geqslant y,$$

де $I_{\mathbf{V}}$ — блочна матриця:

$$I_{\mathbf{V}} = \begin{pmatrix} I_{11} & 0 \\ 0 & I_{22} \end{pmatrix},$$

елементи якої формуються за правилом

$$I_{11} = \big(e^{11}_{ik\varphi_k}\big)^{i\in I}_{k\in I, \varphi_k\in\mathbf{P}_k}, \quad e^{11}_{ik\varphi_k} = \begin{cases} 0, & i \neq k; \\ 1, & i = k; \end{cases}$$

$$I_{22} = \big(e^{22}_{jl\varphi_l}\big)^{j\in J}_{l\in J, \psi_l\in\mathbf{Q}_l}, \qquad e^{22}_{jl\psi_l} = \begin{cases} 0, & j \neq l; \\ 1, & j = l; \end{cases}$$

y — вектор-стовпець

$$\big(y^1_1, y^1_2, \ldots, y^1_{|I|}, -y^2_1, -y^2_2, \ldots, -y^2_{|J|}\big)^T.$$

Означення 1. Підмоделлю $\tilde{A}_\xi$ узагальненої оптимізаційної моделі Леонтьєва — Форда $\tilde{A}_{\mathbf{V}}$ називатимемо підмножину технологічних процесів, номери яких утворюють множину

$$\xi = \big\{\varphi'_1, \varphi'_2, \ldots, \varphi'_{|I|}, \psi'_1, \psi'_2, \ldots, \psi'_{|J|}\big\},$$

що складається із $|I| + |J|$ елементів, де $\varphi'_i \in \mathbf{P}_i$, $i \in I$; $\psi'_j \in \mathbf{Q}_j$, $j \in J$.

Позначимо

$$\tilde{y} := (I_{\mathbf{V}} - \tilde{A}_{\mathbf{V}})\tilde{x} \geqslant y,$$

де $\tilde{x}$ — розв'язок задачі (1)–(4).

Означення 2. Розв'язок $\tilde{x}$ задачі (1)–(4) називається базисним, якщо він має лише $|I| + |J|$ додатних координат.

Основні результати

Для задачі (1)–(4) мають місце такі твердження.

Лема 1. *Задача* (1)–(4) *має базисний розв'язок* $\tilde{x} = (\tilde{x}^1, \tilde{x}^2)^T$, *де*

$$\tilde{x}^1 = \Big(\tilde{x}^1_{1\varphi_1^1}, \tilde{x}^1_{1\varphi_1^2}, \ldots, \tilde{x}^1_{1\varphi_1^{|\mathbf{P}_1|}}, \ldots, \tilde{x}^1_{|I|\varphi^1_{|I|}}, \tilde{x}^1_{|I|\varphi^2_{|I|}}, \ldots, \tilde{x}^1_{|I|\varphi_{|I|}^{|\mathbf{P}_{|I|}|}}\Big);$$

$$\tilde{x}^2 = \Big(\tilde{x}^2_{1\psi_1^1}, \tilde{x}^2_{1\psi_1^2}, \ldots, \tilde{x}^2_{1\psi_1^{|\mathbf{Q}_1|}}, \ldots, \tilde{x}^2_{|J|\psi^1_{|J|}}, \tilde{x}^2_{|J|\psi^2_{|J|}}, \ldots, \tilde{x}^2_{|J|\psi_{|J|}^{|\mathbf{Q}_{|J|}|}}\Big),$$

що має таку структуру: існує набір номерів

$$\xi = \big\{\varphi'_1, \varphi'_2, \ldots, \varphi'_{|I|}, \psi'_1, \psi'_2, \ldots, \psi'_{|J|}\big\},$$

$\varphi'_i \in \mathbf{P}_i$ *(*$i \in I$*)*, $\psi'_j \in \mathbf{Q}_j$ *(*$j \in J$*), такий, що*

$$\begin{aligned} &\tilde{x}^1_{i\varphi'_i} > 0, \quad \varphi'_i \in \xi,\ i \in I; \\ &\tilde{x}^2_{j\psi'_j} > 0, \quad \psi'_j \in \xi,\ j \in J; \\ &\tilde{x}^1_{i\varphi_i} = 0, \quad \varphi_i \notin \xi,\ i \in I; \\ &\tilde{x}^2_{j\psi_j} = 0, \quad \psi_j \notin \xi,\ j \in J. \end{aligned}$$

Доведення. Припустимо, що розв'язок задачі (1)–(4) — єдиний. Уведемо в умови (2) та (3) додаткові змінні $\Delta y^1_i \geqslant 0$, $i \in I$, та $\Delta y^2_j \geqslant 0$, $j \in J$ (надлишки кінцевої продукції понад мінімально необхідні обсяги y^1_i та надлишки знищених забруднювачів понад мінімально необхідні так, щоб залишились незнищеними y^2_j), щоб перетворити нерівності в моделі на рівності.

У кожному i-му рівнянні

$$\sum_{k\in I}\sum_{\varphi_k\in\mathbf{P}_k}(\delta_{ik} - \tilde{a}^{11}_{ik\varphi_k})x^1_{k\varphi_k} - \\ -\sum_{j\in J}\sum_{\psi_j\in\mathbf{Q}_j}\tilde{a}^{12}_{ij\psi_j}x^2_{j\psi_j} - \Delta y^1_i = y^1_i$$

додатними є лише коефіцієнти при змінних $x^1_{i\varphi_i}$. Але оскільки $y^1_i > 0$, то і всі

$$\sum_{\varphi_i\in\mathbf{P}_i} x^1_{i\varphi_i} > 0, \quad i \in I, \tag{5}$$

тобто в оптимальному плані повинні вироблятися всі види продукції.

У кожному j-му рівнянні

$$-\sum_{i\in I}\sum_{\varphi_i\in\mathbf{P}_i}\tilde{a}^{21}_{ji\varphi_i}x^1_{i\varphi_i} + \\ +\sum_{l\in J}\sum_{\psi_l\in\mathbf{Q}_l}(\delta_{jl} - \tilde{a}^{22}_{jl\psi_l})x^2_{l\psi_l} - \Delta y^2_j = -y^2_j$$

унаслідок нерівності

$$\sum_{i\in I}\sum_{\varphi_i\in\mathbf{P}_i}\tilde{a}^{21}_{ji\varphi_i}x^1_{i\varphi_i} \geqslant y^2_j,$$

що є достатньою умовою невід'ємності розв'язків еколого-економічного міжгалузевого балансу [2], додатними є лише коефіцієнти при змінних $x^2_{j\psi_j}$. Отже,

$$\sum_{\psi_j\in\mathbf{Q}_j} x^2_{j\psi_j} > 0, \quad j \in J, \tag{6}$$

тобто в оптимальному плані повинні знищуватись усі види забруднювачів.

Згідно з теоремами лінійного програмування максимальна кількість додатних змінних в оптимальному плані дорівнює $|I|+|J|$. Таким чином, у кожній із сум (5) та (6) додатною може бути лише одна змінна.

Лему доведено.

Лема 2. *Якщо в задачі* (1)–(4) *вектор y замінити на деякий вектор* $y' = \left(y'^{1T}, y'^{2T}\right)^T$, $y'^{1T} > 0$, $y'^{2T} \geqslant 0$, *то серед розв'язків нової задачі існує вектор x, який має структуру, описану в лемі 1. Інакше, базис оптимального плану, а отже, і вибір «кращих» способів задачі* (1)–(4) *залишаються незмінними при будь-яких допустимих змінах векторів $y^1 > 0$ та $y^2 \geqslant 0$.*

Доведення. У задачі лінійного програмування базис оптимального плану не змінюється до тих пір, доки змінні, що ввійшли в оптимальний план, залишаються невід'ємними. А оскільки в оптимальний план входять усі змінні, що відповідають «кращим» технологічним способам, то коли вони невід'ємні, то й базис оптимального плану залишається незмінним.

Лему доведено.

Безпосередньо з лем 1 і 2 випливає таке твердження.

Теорема 3. *Нехай узагальнена оптимізаційна модель Леонтьєва — Форда $\tilde{A}_{\mathbf{V}}$ продуктивна. Тоді вона має підмодель $\tilde{A}_\xi$ таку, що при $y^1 > 0$ та $y^2 \geqslant 0$ задача* (1)–(4) *має розв'язок — вектор $x^\star$, для якого*

$$x^{\star 1}_{i\varphi_i^\star} > 0, \quad \varphi_i^\star \in \xi,\ i \in I;$$

$$x^{\star 2}_{j\psi_j^\star} > 0, \quad \psi_j^\star \in \xi,\ j \in J;$$

$$x^{\star 1}_{i\varphi_i} = 0, \quad \varphi_i \notin \xi,\ i \in I;$$

$$x^{\star 2}_{j\psi_j} = 0, \quad \psi_j \notin \xi,\ j \in J.$$

Інакше кажучи, в оптимальному плані задачі (1)–(4) *при додатному y^1 та невід'ємному y^2 виробляються всі види продукції, причому кожний продукт виробляється лише одним способом, та знищуються всі види забруднювачів, причому кожний забруднювач знищується лише одним способом. Мало того, найкращі способи виробництва продукції та знищення забруднювачів залишаються незмінними при будь-яких допустимих змінах векторів $y^1 > 0$ та $y^2 \geqslant 0$.*

Висновки

У роботі досліджено узагальнену еколого-економічну модель типу Леонтьєва — Форда з урахуванням так званої «оплати права на забруднення» і можливості виробничих аварій. Знайдено загальний вигляд оптимального плану з огляду на мінімізацію витрат на екологічну складову.

Для знаходження розв'язку цієї задачі можна застосувати послідовний аналіз варіантів, запропонований у роботі [3].

Можливими напрямами подальшого дослідження подібних задач є: узагальнення моделі Леонтьєва — Форда з урахуванням інших засобів впливу на екологічну безпеку виробництв або їх комбінацію; розробка спеціальних обчислювальних методів та алгоритмів для розв'язання задач еколого-економічної взаємодії з урахуванням спеціального виду технологічних матриць.

Список літератури

1. Valuing the Global Environment: Actions & Investments for a 21st Century. — Washington : Global Environment Falicity, 1998. — 162 p.
2. Ляшенко І. М. Економіко-математичні методи та моделі сталого розвитку / І. М. Ляшенко. — К. : Вища школа, 1999. — 236 с.
3. Чорней Н. Б. Дослідження алгоритму послідовного аналізу варіантів для розв'язання міжгалузевої моделі Леонтьєва — Форда / Н. Б. Чорней // Вісник Київського університету. Серія: фізико-математичні науки. — 1999. — № 3. — С. 259–262.

R. Chornei

OPTIMIZATION ECOLOGICAL-ECONOMIC MODEL TAKING INTO ACCOUNT TECHNOLOGICAL CRASHES

This paper considers the generalization of ecological and economic optimization models by Leontief and Ford with industrial methods that account for the possibility of accidents at work and so-called "pollution right" fees. General form of the solution for such problems is presented.

Keywords: ecological-economic modeling, linear programming.

Матеріал надійшов 01.09.2014