site of DIMACS Implementation Challenges). – Режим доступу : http://dimacs.rutgers.edu/Challenges/. – Назва з екрана.

5. Hicks I. V. Combinatorial Algorithms for the Maximum k-plex Problem [e-resource]: (I. V. Hicks. Papers) / I. V. Hicks, B. McClosky // Journal of Combinatorial Optimization. – Режим доступу : http://www.caam.rice.edu/~ivhicks/CombiOptPaper-1.pdf. – Назва з екрана.
6. Seidman S. B. A graph theoretic generalization of the clique concept / S. B. Seidman, B. L. Foster // Journal of Mathematical Sociology. – 1978. – № 6. – P. 139–154.

V. Shylo, I. Gradinar, V. Lyashko

AN APPROXIMATE ALGORITHM FOR FINDING MAXIMUM *K*-PLEX (CO-*K*-PLEX) IN A GRAPH

In the paper an approximate algorithm for solving the maximum k-plex (co-k-plex) problem in a graph was proposed and studied. This algorithm improved the records for some benchmarks.

Keywords: graph, k-plex, co-k-plex, independent set, clique, social networks, biological networks.
Матеріал надійшов 5 травня 2011 р.

УДК 004.42:510.69

Шкільняк С. С.

ВІДНОШЕННЯ ЛОГІЧНОГО НАСЛІДКУ ДЛЯ МНОЖИН ФОРМУЛ У КОМПОЗИЦІЙНО-НОМІНАТИВНИХ ЛОГІКАХ

Розглянуто відношення логічного наслідку для композиційно-номінативних логік часткових однозначних, тотальних неоднозначних та часткових неоднозначних квазіарних предикатів. Запропоновано різні формалізації відношення логічного наслідку для множин формул. Досліджено властивості таких формалізацій в різних семантиках для загального випадку логік квазіарних предикатів, для логік еквітонних і логік антитонних предикатів.

Ключові слова: логіка, предикат, композиційно-номінативний підхід, семантика, логічний наслідок.

Поняття логічного наслідку належить до центральних понять логіки. Воно може бути формалізованим за допомогою відношень логічного наслідку. Різноманітні відношення та нестандартні семантики для пропозиційної логіки досліджені О. Д. Смирновою [3]. Подібні семантики та відношення узагальнено [4] для композиційно-номінативних логік квазіарних предикатів.

Композиційно-номінативними названі логіки, які будуються на основі композиційно-номінативного підходу [2]. Цей підхід до побудови моделей програм та орієнтованих на них логік виявився дуже плідним: на його базі розроблено широкий спектр логічних формалізмів різних рівнів абстрактності та загальності. Композиційно-номінативні логіки (КНЛ) базуються на загальних класах часткових відображень, заданих на довільних наборах іменованих значень. Такі відображення названо квазіарними. Передумовою виникнення КНЛ стала необхідність посилення можливостей класичної логіки для розв'язку нових задач інформатики й програмування.

Метою цієї розвідки є дослідження відношень логічного наслідку для множин формул КНЛ часткових однозначних, тотальних неоднозначних і часткових неоднозначних квазіарних предикатів реномінативного та кванторного рівнів. Логіки часткових однозначних предикатів – це логіки з неокласичною семантикою, тотальних неоднозначних – із пересиченою семантикою, часткових неоднозначних – із загальною семантикою.

Поняття, які не визначено у цій розвідці, будемо тлумачити за працями [1, 4].

1. Квазіарні предикати та їх композиції. Мови КНЛ

Під предикатом на множині D розуміємо довільну функцію вигляду $P : D \to \{T, F\}$, де $\{T, F\}$ – множина істиннісних значень.

Областю істинності та областю хибності предиката P на D назвемо множини $\boldsymbol{T}(P) = P^{-1}(T) = \{d \in D \mid T \in P(d)\}$ та $\boldsymbol{F}(P) = P^{-1}(F) = \{d \in D \mid F \in P(d)\}$.

Якщо P – однозначний, то $\boldsymbol{T}(P) \cap \boldsymbol{F}(P) = \varnothing$; якщо P – тотальний, то $\boldsymbol{T}(P) \cup \boldsymbol{F}(P) = D$.

Предикат P на D назвемо:

– тотально істинним, якщо $\boldsymbol{T}(P) = D$;

– тотально хибним, якщо $\boldsymbol{F}(P) = D$;

– тотожно істинним, якщо $\boldsymbol{T}(P) = D$ та $\boldsymbol{F}(P) = \varnothing$;

– тотожно хибним, якщо $\boldsymbol{T}(P) = \varnothing$ та $\boldsymbol{F}(P) = D$;

– тотально насиченим, якщо $\boldsymbol{T}(P) = D$ та $\boldsymbol{F}(P) = D$;

– неспростовним, або частково істинним, якщо $\boldsymbol{F}(P) = \varnothing$.

Пишемо $P(d)\downarrow$, якщо значення $P(d)$ визначене, та $P(d)\uparrow$, якщо $P(d)$ невизначене. Пишемо $P(a) \cong Q(b)$, якщо із $P(a)\downarrow$ та $Q(b)\downarrow$ випливає $P(a) = Q(b)$.

Згідно з композиційно-номінативним підходом, побудову КНЛ починаємо з гранично-абстрактних рівнів, поступово їх конкретизуючи. На *пропозиційному* рівні предикати мають вигляд $P : D \to \{T, F\}$, де D – сукупність абстрактних даних. Композиції пропозиційного рівня називають логічними зв'язками, найпоширенішими з них є заперечення $\neg$, диз'юнкція $\vee$, кон'юнкція $\&$, імплікація $\to$, еквіваленция $\leftrightarrow$. Предикати $\neg(P)$, $\vee(P, Q)$ $\to(P, Q)$, $\&(P, Q)$ $\leftrightarrow(P, Q)$ позначаємо $\neg P$, $P \vee Q$, $P \to Q$, $P \& Q$, $P \leftrightarrow Q$. Задамо їх через області істинності та хибності.

$\boldsymbol{T}(\neg P) = \boldsymbol{F}(P)$; $\boldsymbol{F}(\neg P) = \boldsymbol{T}(P)$.

$\boldsymbol{T}(P \vee Q) = \boldsymbol{T}(P) \cup \boldsymbol{T}(Q)$; $\boldsymbol{F}(P \vee Q) = \boldsymbol{F}(P) \cap \boldsymbol{F}(Q)$.

$\boldsymbol{T}(P \& Q) = \boldsymbol{T}(P) \cap \boldsymbol{T}(Q)$; $\boldsymbol{F}(P \& Q) = \boldsymbol{F}(P) \cup \boldsymbol{F}(Q)$.

$\boldsymbol{T}(P \to Q) = \boldsymbol{F}(P) \cup \boldsymbol{T}(Q)$; $\boldsymbol{F}(P \to Q) = \boldsymbol{T}(P) \cap \boldsymbol{F}(Q)$.

$\boldsymbol{T}(P \leftrightarrow Q) = (\boldsymbol{T}(P) \cap \boldsymbol{T}(Q)) \cup (\boldsymbol{F}(P) \cap \boldsymbol{F}(Q))$;

$\boldsymbol{F}(P \leftrightarrow Q) = (\boldsymbol{T}(P) \cap \boldsymbol{F}(Q)) \cup (\boldsymbol{F}(P) \cap \boldsymbol{T}(Q))$.

Композиції $\neg$ та $\vee$ називають базовими пропозиційними композиціями.

На номінативних рівнях складні дані будуються із простіших на основі відношень іменування (номінативних відношень), ці дані названі номінатами. Цей рівень розпадається на низку підрівнів. Найважливішим є підрівень іменних множин, на ньому далі виділяємо реномінативний та першопорядкові рівні.

Іменні множини – це множини пар «ім'я-значення». Формальне визначення:

V-іменна множина (V-ІМ) над A – це однозначна функцію $\delta : V \to A$.

Подаємо V-ІМ у вигляді $[v_1 \mapsto a_1, ..., v_n \mapsto a_n, ...]$. Тут $v_i \in V$, $a_i \in A$, $v_i \neq v_j$ при $i \neq j$.

Множину всіх V-ІМ над A позначаємо ${}^{V}\!A$.

Вводимо функцію $im : {}^{V}\!A \to 2^V$ так: $im(\delta) = \{v \in V \mid v \mapsto a \in \delta$ для деякого $a \in A\}$.

Операцію накладки ∇ визначаємо так: $\delta_1 \nabla \delta_2 = \delta_2 \cup [v \mapsto a \in \delta_1 \mid v \notin im(\delta_2)]$.

Параметричну операцію реномінації $r^{v_1,...,v_n}_{x_1,...,x_n} : {}^{V}\!A \to {}^{V}\!A$ задаємо так:

$$r^{v_1,...,v_n}_{x_1,...,x_n}(\delta) = [v_1 \mapsto \delta(x_1), ..., v_n \mapsto \delta(x_n)] \cup [v \mapsto a \in \delta \mid v \notin \{v_1, ..., v_n\}].$$

Предикат вигляду $P : {}^{V}\!A \to \{T, F\}$ назвемо V-квазіарним предикатом на A.

Множину V-квазіарних предикатів на A позначимо Pr^A.

На *реномінативному* рівні базові композиції – це $\neg$, $\vee$ та реномінація $\boldsymbol{R}^{\bar{v}}_{\bar{x}}$.

Дамо визначення предиката $\boldsymbol{R}^{\bar{v}}_{\bar{x}}(P)$:

$$\boldsymbol{T}(\boldsymbol{R}^{\bar{v}}_{\bar{x}}(P)) = r^{\bar{v}}_{\bar{x}}(\boldsymbol{T}(P)); \ \boldsymbol{F}(\boldsymbol{R}^{\bar{v}}_{\bar{x}}(P)) = r^{\bar{v}}_{\bar{x}}(\boldsymbol{F}(P)).$$

Першопорядкові рівні характеризуються наявністю композицій квантифікації $\exists\boldsymbol{x}$ та $\forall\boldsymbol{x}$. Дамо визначення предиката $\exists\boldsymbol{x}P$:

$\boldsymbol{T}(\exists\boldsymbol{x}P) = \{d \in {}^{V}\!A \mid P(d \nabla x \mapsto a) = T$ для деякого $a \in A\}$;

$\boldsymbol{F}(\exists\boldsymbol{x}P) = \{d \in {}^{V}\!A \mid P(d \nabla x \mapsto a) = F$ для всіх $a \in A\}$;

Обмежимося розглядом першопорядкових логік *кванторного* рівня, або чистих КНЛ (ЧКНЛ). Базові композиції кванторного рівня: $\neg$, $\vee$, $\boldsymbol{R}^{\bar{v}}_{\bar{x}}$ та $\exists\boldsymbol{x}$.

Фундаментальною властивістю функцій та предикатів, які використовуються в програмуванні, є монотонність щодо розширення даних новими компонентами. Окремим її випадком є еквітонність [1] – збереження прийнятого значення при розширенні даних. Предикат $P : D \to \{T, F\}$ *еквітонний*, якщо з умови $P(d)\downarrow$ та $d \subseteq d'$ випливає, що $P(d')\downarrow$ та $P(d) = P(d')$.

Для тотальних еквітонних предикатів розширення даних веде до зменшення «інформативності» предиката. Прийнятною для тотальних предикатів є дуальна до монотонності властивість антитонності, для них вона означає, що «інформативність» предиката не може зменшуватися при розширенні даних. Водночас для однозначних предикатів поняття антитонності малозмістовне.

Предикат $P : D \to \{T, F\}$ *антитонний*, якщо $d \subseteq d' \Rightarrow P(d) \supseteq P(d')$.

Композиції $\neg$, $\vee$, $\boldsymbol{R}^{\bar{v}}_{\bar{x}}$ та $\exists\boldsymbol{x}$ зберігають [1, 2] еквітонність й антитонність квазіарних предикатів.

Розглянемо приклади наступних предикатів:

$$P_1(d) = \begin{cases} F, \text{ якщо } x \in im(d), \\ T, \text{ якщо } x \notin im(d). \end{cases}$$

$$P_2(d) = \begin{cases} T, \text{ якщо } x \in im(d), \\ F, \text{ якщо } x \notin im(d). \end{cases}$$

$$P_3(d) = \begin{cases} F, \text{ якщо } x \in im(d), \\ \text{невизначене, якщо } x \notin im(d). \end{cases}$$

$$P_4(d) = \begin{cases} \{T, F\}, \text{ якщо } x \in im(d), \\ \{T\}, \text{ якщо } x \notin im(d). \end{cases}$$

$$P_5(d) = \begin{cases} T, \text{ якщо } x \in im(d), \\ \text{невизначене, якщо } x \notin im(d). \end{cases}$$

$$P_6(d) = \begin{cases} \{T, F\}, \text{ якщо } x \in im(d), \\ \{F\}, \text{ якщо } x \notin im(d). \end{cases}$$

$$P_7(d) = \begin{cases} F, \text{ якщо } x \notin im(d), \\ \text{невизначене, якщо } x \in im(d). \end{cases}$$

$$P_8(d) = \begin{cases} \{T, F\}, \text{ якщо } x \notin im(d), \\ \{T\}, \text{ якщо } x \in im(d). \end{cases}$$

$$P_9(d) = \begin{cases} T, \text{ якщо } x \notin im(d), \\ \text{невизначене, якщо } x \in im(d). \end{cases}$$

$$P_{10}(d) = \begin{cases} \{T, F\}, \text{ якщо } x \notin im(d), \\ \{F\}, \text{ якщо } x \in im(d). \end{cases}$$

Предикати P_1 та P_2 тотальні однозначні нееквітонні й неантитонні, P_3 та P_5 еквітонні однозначні, P_4 і P_6 еквітонні тотальні неоднозначні, P_7 та P_9 антитонні однозначні, P_8 і P_{10} антитонні тотальні неоднозначні.

Розглянемо співвідношення:

$$\boldsymbol{T}(\boldsymbol{R}_{\bar{x}}^{\bar{v}}(P)) \subseteq \boldsymbol{T}(\exists_{\bar{x}}^{\bar{v}}(P)), \qquad (\text{TR}\exists)$$

$$\boldsymbol{F}(\exists \boldsymbol{x}(P)) \subseteq \boldsymbol{F}(\boldsymbol{R}_{\bar{x}}^{\bar{v}}(P)), \qquad (\text{FR}\exists)$$

$$\boldsymbol{T}(\forall \boldsymbol{x}(P)) \subseteq \boldsymbol{T}(\boldsymbol{R}_{\bar{x}}^{\bar{v}}(P)), \qquad (\text{TR}\forall)$$

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{R}_{\bar{x}}^{\bar{v}}(P)) \subseteq \boldsymbol{F}(\forall \boldsymbol{x}(P)) \qquad (\text{FR}\forall).$$

Теорема 1.

1) *Для загального випадку квазіарних предикатів невірні усі чотири співвідношення* TR∃, FR∃, TR∀, FR∀.

2) *Для еквітонних предикатів вірні* TR∃ *та* FR∀, *невірні* FR∃ *та* TR∀.

3) *Для антитонних предикатів вірні* FR∃ *та* TR∀, *невірні* TR∃ *та* FR∀.

Для доведення використовуємо наведені вище приклади предикатів.

Опишемо мову чистих КНЛ. Алфавіт мови складається з множини V предметних імен, множини Ps предикатних символів (сигнатура), символів базових композицій $\neg$, $\vee$, $R_{\bar{x}}^{\bar{v}}$ $\exists x$. Множина *Fr* формул мови визначається індуктивно.

– кожний предикатний символ (ПС) є формулою; такі формули атомарні;

– нехай Φ та Ψ – формули: тоді $\neg\Phi$, $\vee\Phi\Psi$, $R_{\bar{x}}^{\bar{v}}\Phi$, $\exists x\Phi$ – формули.

Моделями чистих КНЛ є [1] алгебраїчні системи (АС) з доданою сигнатурою ((A, Pr^A), $\boldsymbol{I}$), далі їх позначаємо (A, $\boldsymbol{I}$). Тотальне однозначне $\boldsymbol{I} : Ps \to Pr$ визначає відображення інтерпретації формул $\boldsymbol{J} : Fr \to Pr^A$:

$\boldsymbol{J}(p) = \boldsymbol{I}(p)$ для кожного $p \in Ps$;

$\boldsymbol{J}(\neg\Phi) = \neg(\boldsymbol{J}(\Phi))$, $\boldsymbol{J}(\vee\Phi\Psi) = \vee(\boldsymbol{J}(\Phi), \boldsymbol{J}(\Psi))$,

$\boldsymbol{J}R_{\bar{x}}^{\bar{v}}\Phi = \boldsymbol{R}_{\bar{x}}^{\bar{v}}(\boldsymbol{J}(\Phi))$, $\boldsymbol{J}(\exists x\Phi) = \exists \boldsymbol{x}(\boldsymbol{J}(\Phi))$.

Предикат $\boldsymbol{J}(\Phi)$ далі позначаємо Φ_A.

Φ (частково) істинна при інтерпретації на $\boldsymbol{A}$ = (A, $\boldsymbol{I}$), або $\boldsymbol{A}$-неспростовна (позначаємо $\boldsymbol{A} \models \Phi$), якщо Φ_A – істинний предикат.

Φ усюди істинна, або неспростовна (позначаємо $\models \Phi$), якщо $A \models \Phi$ для кожної моделі мови A.

Φ тотально істинна при інтерпретації на $\boldsymbol{A} = (A, \boldsymbol{I})$ (позначаємо $\boldsymbol{A} \models\!\equiv \Phi$), якщо Φ_A – тотально істинний предикат.

Φ тотально істинна (позначаємо $\models\!\equiv \Phi$), якщо $\boldsymbol{A} \models\!\equiv \Phi$ для кожної моделі мови $\boldsymbol{A}$.

Важливе поняття дуальних моделей мови вводимо так:

АС $\boldsymbol{B}$ = (A, $\boldsymbol{I}_B$) дуальна до $\boldsymbol{A}$ = (A, $\boldsymbol{I}_A$), якщо $T(\Phi_B) = \overline{F(\Phi_A)}$ та $F(\Phi_B) = \overline{T(\Phi_A)}$ для кожного $\Phi \in Ps$. Тоді $\boldsymbol{A}$ = (A, $\boldsymbol{I}_A$) дуальна до $\boldsymbol{B}$ = (A, $\boldsymbol{I}_B$).

Якщо $\boldsymbol{A}$ = (A, $\boldsymbol{I}_A$) – АС з частковими однозначними предикатами, то дуальна $\boldsymbol{B}$ = (A, $\boldsymbol{I}_B$) – АС з тотальними неоднозначними предикатами, та навпаки.

Теорема 2. *Нехай* $\boldsymbol{B}$ = (A, $\boldsymbol{I}_B$) *дуальна до* $\boldsymbol{A}$ = (A, $\boldsymbol{I}_A$). *Тоді для кожної* $\Phi \in Fr$:

1) $T(\Phi_B) = \overline{F(\Phi_A)}$ *та* $F(\Phi_B) = \overline{T(\Phi_A)}$;

2) Φ_A *еквітонний* $\Rightarrow$ Φ_B *антитонний*; Φ_A *антитонний* $\Rightarrow$ Φ_B *еквітонний.*

Таким чином, неокласична семантика та пересичена семантика дуальні.

Це означає, що Φ_A неспростовний на АС $\boldsymbol{A}$ із частковими однозначними предикатами (неокласична семантика) $\Leftrightarrow$ Φ_B тотально істинний на на дуальній АС $\boldsymbol{B}$ із тотальними неоднозначними предикатами (пересичена семантика).

2. Відношення логічного наслідку для множин формул

На основі різних співвідношень між областями істинності та хибності предикатів для множин формул задамо 5 «природних» відношень логічного наслідку. Спочатку задамо такі відношення при інтерпретації на фіксованій АС $\boldsymbol{A}$.

Нехай $\Gamma \subseteq Fr$ та $\Delta \subseteq Fr$ – деякі множини формул.

Δ є *T*-логічним наслідком Γ в АС $\boldsymbol{A}$ (позн. $\Gamma\ _{\boldsymbol{A}}\!\models_{\boldsymbol{T}} \Delta$), якщо

$\bigcap_{\Phi\in\Gamma} T(\Phi_A) \subseteq \bigcup_{\Psi\in\Delta} T(\Psi_A)$ («істиннісний» наслідок).

Δ є *F*-логічним наслідком Γ в *АС* $\boldsymbol{A}$ (позн. $\Gamma\ _{\boldsymbol{A}}\!\models_{\boldsymbol{F}} \Delta$), якщо

$\bigcap_{\Psi\in\Delta} F(\Psi_A) \subseteq \bigcup_{\Phi\in\Gamma} F(\Phi_A)$ («хибнісний» наслідок).

Δ є *TF*-логічним («сильним») наслідком Γ в АС $\boldsymbol{A}$ (позн. $\Gamma\ _{\boldsymbol{A}}\!\models_{\boldsymbol{TF}} \Delta$), якщо $\bigcap_{\Phi\in\Gamma} T(\Phi_A) \subseteq \bigcup_{\Psi\in\Delta} T(\Psi_A)$ та $\bigcap_{\Psi\in\Delta} F(\Psi_A) \subseteq \bigcup_{\Phi\in\Gamma} F(\Phi_A)$.

Δ є *Cl*-логічним наслідком Γ в АС $\boldsymbol{A}$ (позн. $\Gamma\ _{\boldsymbol{A}}\!\models_{\boldsymbol{Cl}} \Delta$), якщо

$\bigcap_{\Phi\in\Gamma} T(\Phi_A) \cap \bigcap_{\Psi\in\Delta} F(\Psi_A) = \varnothing$ («неспростовнісний» наслідок).

Δ є *Cm*-логічним наслідком Γ в АС $\boldsymbol{A}$ (позн. $\Gamma\ _{\boldsymbol{A}}\!\models_{\boldsymbol{Cm}} \Delta$), якщо

$\bigcup_{\Phi\in\Gamma} F(\Phi_A) \cup \bigcup_{\Psi\in\Delta} T(\Psi_A) = {}^{V}\!A$ («насичений» наслідок).

Відношення $*$-логічного наслідку для множин формул $|\!=_{\boldsymbol{T}}$, $|\!=_{\boldsymbol{F}}$, $|\!=_{\boldsymbol{TF}}$, $|\!=_{\boldsymbol{Cl}}$, $|\!=_{\boldsymbol{Cm}}$ визначаємо за такою схемою (тут $*$ – одне з *Cl*, *Cm*, *T*, *F*, *TF*):

Δ є $*$-логічним наслідком Γ (позн. $\Gamma\,|\!=_*\Delta$), якщо $\Gamma\,{}_{\boldsymbol{A}}|\!=_*\Delta$ для кожної АС $\boldsymbol{A}$.

Δ є тавтологічним наслідком Γ (позн. $\Gamma\,|\!=_{\boldsymbol{t}}\Delta$), якщо для кожної істиннісної оцінки $\tau : Fp \to \{T, F\}$ маємо: $\tau(\Phi) = T$ для всіх $\Phi\in\Gamma \Rightarrow \tau(\Psi) = T$ для деякої $\Psi\in\Delta$.

Відношення $|\!=_{\boldsymbol{T}}$, $|\!=_{\boldsymbol{F}}$, $|\!=_{\boldsymbol{TF}}$, $|\!=_{Cl}$, $|\!=_{\boldsymbol{Cm}}$, $|\!=_{\boldsymbol{t}}$ рефлексивні, але не транзитивні.

Окремими випадками введених наслідків є відповідні *відношення логічного наслідку для пари формул.* Такі відношення рефлексивні й транзитивні.

Відношення логічного наслідку для пари формул індукують відповідні відношення *логічної еквівалентності*.

Відношення еквівалентності в АС $\boldsymbol{A}$ ${}_A\!\sim_T$, ${}_A\!\sim_F$, ${}_A\!\sim_{TF}$, ${}_A\!\sim_{Cl}$, ${}_A\!\sim_{Cm}$ визначаємо за такою схемою (тут $*$ – одне з *Cl*, *Cm*, *T*, *F*, *TF*):

Φ та Ψ $*$-еквівалентні в $\boldsymbol{A}$ (позн. $\Phi\ {}_{\boldsymbol{A}}\!\sim_*\Psi$), якщо $\Phi\,{}_{\boldsymbol{A}}|\!=_*\Psi$ та $\Psi\,{}_{\boldsymbol{A}}|\!=_*\Phi$.

Зрозуміло, що $\Phi\ {}_{\boldsymbol{A}}\!\sim_{TF}\Psi \Leftrightarrow \Phi_A$ та Ψ_A – один і той самий предикат.

Відношення логічної $*$-еквівалентності $\sim_T$, $\sim_F$, $\sim_{TF}$, $\sim_{Cl}$, $\sim_{Cm}$ визначаємо за такою схемою (тут $*$ – одне з *Cl*, *Cm*, *T*, *F*, *TF*, *t*):

Φ та Ψ логічно $*$-еквівалентні (позн. $\Phi \sim_* \Psi$), якщо $\Phi\,|\!=_*\Psi$ та $\Psi\,|\!=_*\Phi$.

3. Властивості відношень логічного наслідку

Теорема 3. *Нехай АС* $\boldsymbol{B} = (A, \boldsymbol{I}_B)$ *дуальна до АС* $\boldsymbol{A} = (A, \boldsymbol{I}_A)$. *Тоді*

1) $\Gamma\,{}_{\boldsymbol{A}}|\!=_{\boldsymbol{T}}\Delta \Leftrightarrow \Gamma\,{}_{\boldsymbol{B}}|\!=_{\boldsymbol{F}}\Delta$ *та* $\Gamma\,{}_{\boldsymbol{A}}|\!=_{\boldsymbol{F}}\Delta \Leftrightarrow \Gamma\,{}_{\boldsymbol{B}}|\!=_{\boldsymbol{T}}\Delta$;

2) $\Gamma\,{}_{\boldsymbol{A}}|\!=_{Cl}\Delta \Leftrightarrow \Gamma\,{}_{\boldsymbol{B}}|\!=_{Cm}\Delta$ *та* $\Gamma\,{}_{\boldsymbol{A}}|\!=_{Cm}\Delta \Leftrightarrow \Gamma\,{}_{\boldsymbol{B}}|\!=_{Cl}\Delta$.

Доведемо п. 1. Нехай $\Gamma\,{}_{\boldsymbol{A}}|\!=_{\boldsymbol{T}}\Delta$. Тоді

$$\bigcap_{\Phi\in\Gamma} T(\Phi_A) \subseteq \bigcup_{\Psi\in\Delta} T(\Psi_A).$$

Для дуальної $\boldsymbol{B} = (A, \boldsymbol{I}_B)$ маємо $T(\Xi_B) = \overline{F(\Xi_A)}$ та $F(\Xi_B) = \overline{T(\Xi_A)}$ для кожної формули Ξ. Звідси

$$\bigcap_{\Phi\in\Gamma} T(\Phi_A) = \bigcap_{\Phi\in\Gamma} \overline{F(\Phi_B)} = \overline{\bigcup_{\Phi\in\Gamma} F(\Phi_B)},$$

$$\bigcup_{\Psi\in\Delta} T(\Psi_A) = \bigcup_{\Psi\in\Delta} \overline{F(\Psi_B)} = \overline{\bigcap_{\Psi\in\Delta} F(\Psi_B)}.$$

Отже, $\overline{\bigcup_{\Phi\in\Gamma} F(\Phi_B)} \subseteq \overline{\bigcap_{\Psi\in\Delta} F(\Psi_B)}$, звідки

$$\bigcap_{\Psi\in\Delta} F(\Psi_B) \subseteq \bigcup_{\Phi\in\Gamma} F(\Phi_B),\ \text{тобто}\ \Gamma\,{}_{\boldsymbol{B}}|\!=_{\boldsymbol{F}}\Delta.$$

Аналогічно показуємо $\Gamma\,{}_{\boldsymbol{A}}|\!=_{\boldsymbol{F}}\Delta \Rightarrow \Gamma\,{}_{\boldsymbol{B}}|\!=_{\boldsymbol{T}}\Delta$.

Подібним чином доводимо п. 2.

Наслідок. *У випадку загальної семантики* $\Gamma\,{}_{\boldsymbol{A}}|\!=_{\boldsymbol{T}}\Delta \Leftrightarrow \Gamma\,{}_{\boldsymbol{A}}|\!=_{\boldsymbol{F}}\Delta \Leftrightarrow \Gamma\,{}_{\boldsymbol{A}}|\!=_{\boldsymbol{TF}}\Delta$.

Справді, в загальній семантиці кожна АС $\boldsymbol{B}$ є дуальною до деякої $\boldsymbol{A}$, звідки $\Gamma\,{}_{\boldsymbol{B}}|\!=_{\boldsymbol{F}}\Delta$ для кожної $\boldsymbol{B}$, тобто $\Gamma\,|\!=_{\boldsymbol{F}}\Delta$. Аналогічно $\Gamma\,|\!=_{\boldsymbol{F}}\Delta \Rightarrow \Gamma\,|\!=_{\boldsymbol{T}}\Delta$.

У випадку неокласичної семантики немає жодної пари непорожніх множин формул, які перебувають у відношенні $|\!=_{\boldsymbol{Cm}}$. Для доведення розглянемо таку модель мови $\boldsymbol{A}$, на якій усі ПС інтерпретуються як усюди невизначені предикати, тоді й усі формули на $\boldsymbol{A}$ інтерпретуються як усюди невизначені предикати.

У випадку пересиченої семантики немає жодної пари непорожніх множин формул, які перебувають у відношенні $|\!=_{\boldsymbol{Cl}}$. Справді, розглянемо таку модель мови АС $\boldsymbol{A}$, на якій усі ПС інтерпретуються як тотально насичені предикати, тоді й усі формули на $\boldsymbol{A}$ інтерпретуються як тотально насичені предикати.

Таким чином, у випадку загальної семантики немає жодної пари непорожніх множин формул, які перебувають у відношенні $|\!=_{\boldsymbol{Cl}}$ чи у відношенні $|\!=_{\boldsymbol{Cm}}$.

Для загальної семантики маємо (окрім тавтологічного) одне природне змістовне відношення логічного наслідку для множин формул – $|\!=_{\boldsymbol{TF}}$.

Для неокласичної семантики можна розглядати відношення $|\!=_{\boldsymbol{T}}$, $|\!=_{\boldsymbol{F}}$, $|\!=_{\boldsymbol{TF}}$, $|\!=_{\boldsymbol{Cl}}$, а також $|\!=_{\boldsymbol{t}}$; для пересиченої – $|\!=_{\boldsymbol{T}}$, $|\!=_{\boldsymbol{F}}$, $|\!=_{\boldsymbol{TF}}$, $|\!=_{\boldsymbol{Cm}}$ та $|\!=_{\boldsymbol{t}}$.

Поведінка введених відношень логічного наслідку вельми специфічна.

Теорема 4.

1. *Для випадку неокласичної семантики*:

a) $\Phi\,\&\,(\Phi\to\Psi)\,|\!=_{Cl}\Psi$, $\Phi\,|\!=_{Cl}\Psi\vee\Phi\&\neg\Psi$;

b) $\Phi\,\&\,(\Phi\to\Psi)\,|\!=_T\Psi$, $\Phi\,|\!\neq_T\Psi\vee\Phi\&\neg\Psi$; $\Phi\,\&\,(\Phi\to\Psi)\,|\!\neq_F\Psi$, $\Phi\,|\!=_F\Psi\vee\Phi\&\neg\Psi$.

2. *Для випадку пересиченої семантики*:

a) $\Phi\,\&\,(\Phi\to\Psi)\,|\!=_{Cm}\Psi$, $\Phi\,|\!=_{Cm}\Psi\vee\Phi\&\neg\Psi$;

b) $\Phi\,\&\,(\Phi\to\Psi)\,|\!\neq_T\Psi$, $\Phi\,|\!=_T\Psi\vee\Phi\&\neg\Psi$; $\Phi\,\&\,(\Phi\to\Psi)\,|\!=_F\Psi$, $\Phi\,|\!\neq_F\Psi\vee\Phi\&\neg\Psi$.

3. *Для квазіарних предикатів у відповідних семантиках не завжди вірні* $R_z^x(\Phi)\ {}_A|\!=\exists x\Phi$ *та* $\forall x\Phi\ {}_A|\!= R_z^x(\Phi)$ (*тут* ${}_A|\!=$ *– одне з* ${}_A|\!=_{Cl}$, ${}_A|\!=_{Cm}$, ${}_A|\!=_T$, ${}_A|\!=_F$, ${}_A|\!=_{TF}$).

Для доведення п. 3 візьмемо у ролі Φ та Ψ предикатні символи, далі проінтерпретуємо їх на певній АС $\boldsymbol{A}$ як наведені вище предикати P_1 та P_2.

Таким чином, маємо наступні співвідношення між $|\!=_{\boldsymbol{T}}$, $|\!=_{\boldsymbol{F}}$, $|\!=_{\boldsymbol{TF}}$, $|\!=_{\boldsymbol{Cl}}$, $|\!=_{\boldsymbol{Cm}}$.

Неокласична семантика: $|\!=_{\boldsymbol{TF}}\subset|\!=_{\boldsymbol{T}}$, $|\!=_{\boldsymbol{TF}}\subset|\!=_{\boldsymbol{F}}$, $|\!=_{\boldsymbol{T}}\subset|\!=_{\boldsymbol{Cl}}$, $|\!=_{\boldsymbol{F}}\subset|\!=_{\boldsymbol{Cl}}$, $|\!=_{\boldsymbol{Cm}}=\varnothing$.

Пересичена семантика: $|\!=_{\boldsymbol{TF}}\subset|\!=_{\boldsymbol{T}}$, $|\!=_{\boldsymbol{TF}}\subset|\!=_{\boldsymbol{F}}$, $|\!=_{\boldsymbol{F}}\subset|\!=_{\boldsymbol{Cm}}$, $|\!=_{\boldsymbol{T}}\subset|\!=_{\boldsymbol{Cm}}$, $|\!=_{\boldsymbol{Cl}}=\varnothing$.

Загальна семантика: $|\!=_{\boldsymbol{TF}} = |\!=_{\boldsymbol{T}} = |\!=_{\boldsymbol{F}}$, $|\!=_{\boldsymbol{Cm}} = |\!=_{\boldsymbol{Cl}} = \varnothing$.

У відповідних семантиках справджується

Теорема 5 (заміни еквівалентних).

Нехай $\Phi\sim_{TF}\Psi$. *Тоді* $\Phi, \Gamma\,|\!=\Delta \Leftrightarrow \Psi, \Gamma\,|\!=\Delta$ *та* $\Gamma\,|\!=\Delta, \Phi \Leftrightarrow \Gamma\,|\!=\Delta, \Psi$.

Тут $|=$ – одне з відношень $|=_{T}$, $|=_{F}$, $|=_{TF}$, $|=_{Cl}$, $|=_{Cm}$.

Замість $\sim_{TF}$ в теоремі 5 можна брати $\sim_{t}$, $\sim_{Cl}$, $\sim_{Cm}$. Тоді $|=$ буде відповідно відношенням $|=_{t}$, $|=_{Cl}$, $|=_{Cm}$. Отримуємо ще три різновиди теореми заміни еквівалентних, перша з яких (із $|=_{t}$) існує для класичної пропозиційної логіки, друга (із $|=_{Cl}$) – для логіки часткових однозначних предикатів, третя (із $|=_{Cm}$) – для логіки тотальних неоднозначних предикатів.

Наведемо тепер властивості пропозиційного рівня.

U) Нехай $\Gamma |= \Delta$ та $\Delta \subseteq \Sigma$, тоді $\Gamma |= \Sigma$; нехай $\Gamma |= \Delta$ та $\Gamma \subseteq \Lambda$, тоді $\Lambda |= \Delta$.

C) $\Phi, \Gamma |= \Delta, \Phi$.

$\neg\neg$) $\neg\neg\Phi, \Gamma |= \Delta \Leftrightarrow \Phi, \Gamma |= \Delta$; $\Gamma |= \Delta, \neg\neg\Phi \Leftrightarrow \Gamma |= \Delta, \Phi$.

$\vee$) $\Phi \vee \Psi, \Gamma |= \Delta \Leftrightarrow \Phi, \Gamma |= \Delta$ та $\Psi, \Gamma |= \Delta$; $\Gamma |= \Delta, \Phi \vee \Psi \Leftrightarrow \Gamma |= \Delta, \Phi, \Psi$.

$\neg\vee$) $\neg(\Phi \vee \Psi), \Gamma |= \Delta \Leftrightarrow \neg\Phi, \neg\Psi, \Gamma |= \Delta$; $\Gamma |= \Delta, \neg(\Phi \vee \Psi) \Leftrightarrow \Gamma |= \Delta, \neg\Phi$ та $\Gamma |= \Delta, \neg\Psi$.

Для цих властивостей $|=$ – це $|=_{T}$, $|=_{F}$, $|=_{TF}$, $|=_{Cl}$, $|=_{Cm}$. Для неокласичної семантики розглядаємо $|=_{Cm}$, для пересиченої – $|=_{Cl}$, для загальної – $|=_{Cl}$ та $|=_{Cm}$.

Для $|=_{Cl}$ та $|=_{Cm}$ також справджуються (тут $|=$ – це $|=_{Cl}$, $|=_{Cm}$):

$\neg$) $\neg\Phi, \Gamma |= \Delta \Leftrightarrow \Gamma |= \Delta, \Phi$; $\Gamma |= \Delta, \neg\Phi \Leftrightarrow \Phi, \Gamma |= \Delta$.

Водночас ці властивості невірні для $|=_{T}$, $|=_{F}$ та $|=_{TF}$, що засвідчує

Теорема 6.

1. *Для неокласичної семантики можливо*:

– $\neg\Phi, \Gamma |=_{T} \Delta$ *та* $\Gamma |\neq_{T} \Delta, \Phi$; $\Phi, \Gamma |=_{T} \Delta$ *та* $\Gamma |\neq_{T} \Delta, \neg\Phi$;

– $\Gamma |=_{F} \Delta, \neg\Phi$ *та* $\Phi, \Gamma |\neq_{F} \Delta$; $\Gamma |=_{F} \Delta, \Phi$ *та* $\neg\Phi, \Gamma |\neq_{F} \Delta$.

2. *Для пересиченої семантики можливо*:

– $\neg\Phi, \Gamma |=_{F} \Delta$ *та* $\Gamma |\neq_{F} \Delta, \Phi$; $\Phi, \Gamma |=_{F} \Delta$ *та* $\Gamma |\neq_{F} \Delta, \neg\Phi$;

– $\Gamma |=_{T} \Delta, \neg\Phi$ *та* $\Phi, \Gamma |\neq_{T} \Delta$; $\Gamma |=_{T} \Delta, \Phi$ *та* $\neg\Phi, \Gamma |\neq_{T} \Delta$.

Із використанням теореми заміни еквівалентних отримуємо низку відомих [1, 4] властивостей, пов'язаних з композицією реномінації. Це RT, RR, R$\neg$, R$\vee$, R$\exists$, R$\exists\exists$S, ΦNS. Ці властивості справджуються для $|=_{TF}$, вони вірні також для $|=_{T}$, $|=_{F}$, $|=_{Cl}$, $|=_{Cm}$. Для логік однозначних часткових предикатів додатково маємо записані для $|=_{Cl}$ відомі [1] властивості ΦN та R$\exists\exists$.

Наведемо тепер властивості, пов'язані з елімінацією кванторів.

Із використанням теореми 4 доводиться:

Теорема 7. *Для загального випадку квазіарних предикатів у відповідних семантиках не завжди вірні* (*тут* $|=$ – *одне з* $|=_{Cl}$, $|=_{Cm}$ $|=_{T}$, $|=_{F}$, $|=_{TF}$):

1) $\Gamma |= \Delta, \exists x\Phi, R_y^x(\Phi) \Rightarrow \Gamma |= \Delta, \exists x\Phi$;

2) $\forall x\Phi, R_y^x(\Phi), \Gamma |= \Delta \Rightarrow \forall x\Phi, \Gamma |= \Delta$;

3) $\exists x\Phi, \Gamma |= \Delta \Rightarrow R_z^x(\Phi), \Gamma |= \Delta$;

4) $\Gamma |= \forall x\Phi, \Delta \Rightarrow \Gamma |= R_z^x(\Phi), \Delta$.

Теорема 8. *Нехай z тотально строго неістотне та* $z \notin nm(\Gamma, \Delta, \Phi)$. *Тоді:*

1) $R_z^x(\Phi), \Gamma\,{}_A|= \Delta \Rightarrow \exists x\Phi, \Gamma\,{}_A|= \Delta$;

2) $\Gamma\,{}_A|= R_z^x(\Phi), \Delta \Rightarrow \Gamma\,{}_A|= \forall x\Phi, \Delta$.

Тут $|=$ – одне з $|=_{Cl}$, $|=_{Cm}$ $|=_{T}$, $|=_{F}$, $|=_{TF}$.

Беручи до уваги теорему 1, наведені вище приклади предикатів $P_1 - P_{10}$, записані для предикатів вигляду Φ_A, а також властивість U, отримуємо:

Теорема 9.

1. *Для логік еквітонних та логік антитонних предикатів*:

1) $\Gamma\,{}_A|=_{Cl} \Delta, \exists x\Phi, R_z^x(\Phi) \Leftrightarrow \Gamma\,{}_A|=_{Cl} \Delta, \exists x\Phi$; $\Gamma, \forall x\Phi, R_z^x(\Phi)\,{}_A|=_{Cl} \Delta \Leftrightarrow \Gamma, \forall x\Phi\,{}_A|=_{Cl} \Delta$;

2) $\Gamma\,{}_A|=_{Cm} \Delta, \exists x\Phi, R_z^x(\Phi) \Leftrightarrow \Gamma\,{}_A|=_{Cm} \Delta, \exists x\Phi$; $\Gamma, \forall x\Phi, R_z^x(\Phi)\,{}_A|=_{Cm} \Delta \Leftrightarrow \Gamma, \forall x\Phi\,{}_A|=_{Cm} \Delta$.

2. *Для логік еквітонних предикатів*:

1) $\Gamma\,{}_A|=_{T} \Delta, \exists x\Phi, R_z^x(\Phi) \Leftrightarrow \Gamma\,{}_A|=_{T} \Delta, \exists x\Phi$; *невірно* $\Gamma\,{}_A|=_{F} \Delta, \exists x\Phi, R_z^x(\Phi) \Rightarrow \Gamma\,{}_A|=_{F} \Delta, \exists x\Phi$;

2) $\Gamma, \forall x\Phi, R_z^x(\Phi)\,{}_A|=_{F} \Delta \Leftrightarrow \Gamma, \forall x\Phi\,{}_A|=_{F} \Delta$; *невірно* $\Gamma, \forall x\Phi, R_z^x(\Phi)\,{}_A|=_{T} \Delta \Rightarrow \Gamma, \forall x\Phi\,{}_A|=_{T} \Delta$.

3. *Для логік антитонних предикатів*:

1) $\Gamma\,{}_A|=_{F} \Delta, \exists x\Phi, R_z^x(\Phi) \Leftrightarrow \Gamma\,{}_A|=_{F} \Delta, \exists x\Phi$; *невірно* $\Gamma\,{}_A|=_{T} \Delta, \exists x\Phi, R_z^x(\Phi) \Rightarrow \Gamma\,{}_A|=_{T} \Delta, \exists x\Phi$;

2) $\Gamma, \forall x\Phi, R_z^x(\Phi)\,{}_A|=_{T} \Delta \Leftrightarrow \Gamma, \forall x\Phi\,{}_A|=_{T} \Delta$; *невірно* $\Gamma, \forall x\Phi, R_z^x(\Phi)\,{}_A|=_{F} \Delta \Rightarrow \Gamma, \forall x\Phi\,{}_A|=_{F} \Delta$.

4. *Для логік еквітонних і логік антитонних предикатів не завжди вірні*:

1) $\Gamma\,{}_A|=_{TF} \Delta, \exists x\Phi, R_z^x(\Phi) \Rightarrow \Gamma\,{}_A|=_{TF} \Delta, \exists x\Phi$; 2) $\Gamma, \forall x\Phi, R_z^x(\Phi)\,{}_A|=_{TF} \Delta \Rightarrow \Gamma, \forall x\Phi\,{}_A|=_{TF} \Delta$.

Теорема 10.

1. *Для логік еквітонних предикатів*

1) $\exists x\Phi, \Gamma\,{}_A|=_{Cl} \Delta \Rightarrow R_z^x(\Phi), \Gamma\,{}_A|=_{Cl} \Delta$, $\Gamma\,{}_A|=_{Cl} \forall x\Phi, \Delta \Rightarrow \Gamma\,{}_A|=_{Cl} R_z^x(\Phi), \Delta$;

2) $\exists x\Phi, \Gamma\,{}_A|=_{T} \Delta \Rightarrow R_z^x(\Phi), \Gamma\,{}_A|=_{T} \Delta$, $\Gamma\,{}_A|=_{F} \forall x\Phi, \Delta \Rightarrow \Gamma\,{}_A|=_{F} R_z^x(\Phi), \Delta$;

3) *не завжди* $\exists x\Phi, \Gamma\,{}_A|=_{F} \Delta \Rightarrow R_y^x(\Phi), \Gamma\,{}_A|=_{F} \Delta$, *те саме для* ${}_A|=_{TF}$ та ${}_A|=_{Cm}$;

4) *не завжди* $\Gamma\,{}_A|=_{T} \forall x\Phi, \Delta \Rightarrow \Gamma\,{}_A|=_{T} R_z^x(\Phi), \Delta$, *те саме для* ${}_A|=_{TF}$ та ${}_A|=_{Cm}$.

2. *Для логік антитонних предикатів:*

1) $\exists x\Phi, \Gamma\,{}_A|=_{Cm} \Delta \Rightarrow R_z^x(\Phi), \Gamma\,{}_A|=_{Cm} \Delta$; $\Gamma\,{}_A|=_{Cm} \forall x\Phi, \Delta \Rightarrow \Gamma\,{}_A|=_{Cm} R_z^x(\Phi), \Delta$;

2) $\exists x\Phi, \Gamma\,{}_A|=_{F} \Delta \Rightarrow R_z^x(\Phi), \Gamma\,{}_A|=_{F} \Delta$; $\Gamma\,{}_A|=_{T} \forall x\Phi, \Delta \Rightarrow \Gamma\,{}_A|=_{T} R_z^x(\Phi), \Delta$;

3) *не завжди* $\exists x\Phi, \Gamma\,{}_A|=_{T} \Delta \Rightarrow R_y^x(\Phi), \Gamma\,{}_A|=_{T} \Delta$, *те саме для* ${}_A|=_{TF}$ *та* ${}_A|=_{Cl}$;

4) *не завжди* $\Gamma\,{}_A|=_{F} \forall x\Phi, \Delta \Rightarrow \Gamma\,{}_A|=_{F} R_z^x(\Phi), \Delta$, *те саме для* ${}_A|=_{TF}$ *та* ${}_A|=_{Cl}$.

Для доведення використовуємо теорему 1 та приклади предикатів $P_1 - P_{10}$, записані для предикатів вигляду Φ_A.

Висновки

Таким чином, досліджено різні формалізації відношення логічного наслідку для КНЛ часткових однозначних, тотальних неоднозначних і часткових неоднозначних квазіарних предикатів реномінативного та кванторного рівнів. На основі різних співвідношень між областями істинності та хибності предикатів визначено «істиннісний», «хибнісний», «сильний», «неспростовнісний», «насичений» логічні наслідки для множин формул. Досліджено властивості відношень логічного наслідку для множин формул у різних семантиках для загального випадку логік квазіарних предикатів, для логік еквітонних і логік антитонних предикатів. На основі цих властивостей планується побудова відповідних числень секвенційного типу.

Література

1. Нікітченко М. С. Математична логіка та теорія алгоритмів / М. С. Нікітченко, С. С. Шкільняк. – К. : ВПЦ Київський університет, 2008. – 528 с.
2. Никитченко Н. С. Композиционно-номинативный подход к уточнению понятия программы / Н. С. Никитченко // Проблемы программирования. – 1999. – № 1. – С. 16–31.
3. Смирнова Е. Д. Логика и философия / Е. Д. Смирнова. – М. : РОССПЕН, 1996. – 304 с.
4. Шкільняк С. С. Відношення логічного наслідку в композиційно-номінативних логіках / С. С.Шкільняк // Проблеми програмування. – 2010. – № 1 – С. 15–38.

S. Shkilniak

RELATION OF LOGICAL CONSEQUENCE FOR SETS OF FORMULAS IN COMPOSITION-NOMINATIVE LOGICS

Relation of logical consequence for composition-nominative logics of partial single-valued, total multiple-valued and partial multiple-valued quasi-ary predicates is studied. We propose various formalizations of relation of logical consequence for sets of formulas. Properties of the defined formalizations are investigated in different semantics for general case of logics of quasi-ary predicates and for cases of logics of equitone predicates and logics of antitone predicates.

Keywords: logic, predicate, composition-nominative approach, semantics, logical consequence.

Матеріал надійшов 17 березня 2011 р.

УДК 519.81

Михалевич В. М.

ДО СИСТЕМИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕННЯ

Уведено і формалізовано поняття системи прийняття рішення, засноване на підході В. І. Іваненка (див.: [15; 50]). Загальність введеної моделі системи прийняття рішення проілюстровано на прикладах задач прийняття рішення за наявності випадковості, описаної як стохастичними розподілами (ймовірнісна випадковість), так і закономірностями масових явищ («випадковість в широкому сенсі» [15]).

Ключові слова: ситуація, параметрична ситуація, схема ситуації, модель ситуації, задача рішення.

Долучаючись до слів відомого фахівця в галузі теорії прийняття рішень Е. Й. Вілкаса: «Хоча насправді прийняття рішень є процесом, за своєю складністю і характером порівнюваним з процесом мислення в цілому, тут під “прийняттям рішень” будемо мати на увазі одноразовий акт вибору деяких альтернатив з їх заданої множини. Таке обмеження проблеми може бути виправдано тим, що є багато реальних задач саме такого типу, і, крім того, навіть у цьому випадку проблема залишається дуже складною. З іншого боку, і дуже загальний процес прийняття рішень можна уявляти собі як послідовність таких виборів альтернатив [7], тому він у відомому сенсі зводиться до розглянутого випадку» [5], – під *рішенням* ми будемо мати на увазі *вибір* дії з заданої їхньої множини і позначати це рішення тим самим символом, що і дію.

Очевидно, що маючи відношення переваг на рішеннях, ТПР, використовуючи весь арсенал методів теорії оптимального вибору, можна спробувати досягти своєї мети, однак це вже