УДК 621.391:517.518:510,52

Литвин О. М., Литвинов А. Л., Нечуйвітер О. П.

2 D КОЕФІЦІЄНТИ ФУР'Є НА КЛАСІ ДИФЕРЕНЦІЙОВАНИХ ФУНКЦІЙ І СІТКОВИЙ ІНФОРМАЦІЙНИЙ ОПЕРАТОР ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ІНТЕРЛІНАЦІЇ ФУНКЦІЙ

Отримано оцінку похибки наближення 2 D коефіцієнтів Фур'є кубатурною формулою з використанням оператора сплайн-інтерполяції, побудованого на основі оператора інтерлінації на деякому класі диференційованих функцій. Інформацію про неосцилюючий множник підінтегральної функції задано значеннями функції на сітці.

Ключові слова: цифрова обробка сигналів, інтерлінація функцій, 2 D коефіцієнтів Фур'є.

Вступ

Застосування апарату інтерлінації функцій [1] у розв'язанні сучасних задач цифрової обробки сигналів дає змогу отримувати нові результати. Зокрема, задача наближеного обчислення 2 D коефіцієнтів Фур'є може бути розв'язана у випадку, коли як дані відомі сліди неосцилюючого множника підінтегральної функції на лініях або відомі значення неосцилюючого множника підінтегральної функції у вузлових точках. В останньому випадку кубатурні формули ефективніші за класичні, оскільки в своїй побудові потребують на порядок менше вхідних даних для досягнення заданої точності.

У [2] розглядалася задача наближеного обчислення 2 D коефіцієнтів Фур'є за допомогою сіткового інформаційного оператора, побудованого на основі сплайн-інтерлінації функцій. Питання отримання оцінки похибки побудованих кубатурних формул через похибку наближення функції $f(x, y)$ оператором інтерлінантом та похибку наближення оператора інтерлінанта оператором інтерполянтом, побудованим з використанням оператора інтерлінації, на класі $H_1^{2,r}(M)$: $\left|f^{(r,0)}(x,y)\right| \le M$, $\left|f^{(0,r)}(x,y)\right| \le M$, $\left|f^{(r,r)}(x,y)\right| \le \tilde{M}$, $r = 1, 2$ розглянуто вперше.

Постановка задачі: отримати оцінку похибки наближеного обчислення інтегралів

$$I_1^2(m,n) = \int_0^1\int_0^1 f(x,y)\sin 2\pi mx \sin 2\pi ny dxdy,$$

$$I_2^2(m,n) = \int_0^1\int_0^1 f(x,y)\cos 2\pi mx \cos 2\pi ny dxdy$$

кубатурними формулами з використанням операторів сплайн-інтерполяції, побудованих на основі операторів сплайн-інтерлінації функцій на класі дійсних функцій двох змінних, визначених на $G = [0,1]^2$ і таких, що $f(x, y) \in H_1^{2,r}(M)$, $r = 1, 2$, у випадку, коли інформація про функцію задана її значеннями $f_{kj} = (x_k, y_j)$, $k = \overline{0, m_1}$, $j = \overline{0, m_2}$ через похибку наближення функції $f(x, y)$ оператором інтерлінантом та похибку наближення оператора інтерлінанта оператором інтерполянтом, побудованим з використанням оператора інтерлінації.

1. Кубатурна формула обчислення 2 D коефіцієнтів Фур'є

Введемо позначення

$$h_{10}(x) = \begin{cases} \dfrac{x - x_1}{-\Delta}, & x_0 \le x < x_1, \\ 0, & x \ge x_1, \end{cases}$$

$$H_{10}(y) = \begin{cases} \dfrac{y - y_1}{-\Delta}, & y_0 \le y < y_1, \\ 0, & y \ge y_1, \end{cases}$$

$$h_{1k}(x) = \begin{cases} 0, & x \le x_{k-1} \\ \dfrac{x - x_{k-1}}{\Delta}, & x_{k-1} < x < x_k \\ \dfrac{x - x_{k+1}}{-\Delta}, & x_k \le x < x_{k+1}, \\ 0, & x \ge x_{k+1} \end{cases} \quad k = \overline{1, \ell - 1},$$

$$H_{1j}(y) = \begin{cases} 0, & y \le y_{j-1} \\ \dfrac{y - y_{j-1}}{\Delta}, & y_{j-1} < y < y_j \\ \dfrac{y - y_{j+1}}{-\Delta}, & y_j \le y < y_{j+1}, \\ 0, & y \ge y_{j+1} \end{cases} \quad j = \overline{1, \ell - 1},$$

$$h_{1\ell}(x) = \begin{cases} 0, & x \le x_{\ell-1}, \\ \dfrac{x - x_{\ell-1}}{\Delta}, & x_{\ell-1} < x \le x_\ell, \end{cases}$$

$$H_{1\ell}(y) = \begin{cases} 0, & y \le y_{\ell-1}, \\ \dfrac{y - y_{\ell-1}}{\Delta}, & y_{\ell-1} < y \le y_\ell, \end{cases}$$

$$\tilde{h}_{10}(x) = \begin{cases} \dfrac{x - \tilde{x}_1}{-\Delta}, & \tilde{x}_0 \le x < \tilde{x}_1, \\ 0, & x \ge \tilde{x}_1, \end{cases}$$

$$\tilde{H}_{10}(y) = \begin{cases} \dfrac{y - \tilde{y}_1}{-\Delta}, & \tilde{y}_0 \le y < \tilde{y}_1, \\ 0, & \tilde{y} \ge y_1, \end{cases}$$

$$\tilde{h}_{1k}(x) = \begin{cases} 0, & x \le \tilde{x}_{\tilde{k}-1}, \\ \dfrac{x - \tilde{x}_{\tilde{k}-1}}{\Delta_1}, & \tilde{x}_{\tilde{k}-1} < x < \tilde{x}_{\tilde{k}}, \\ \dfrac{x - \tilde{x}_{\tilde{k}+1}}{-\Delta_1}, & \tilde{x}_{\tilde{k}} \le x < \tilde{x}_{\tilde{k}+1}, \\ 0, & x \ge \tilde{x}_{\tilde{k}+1}, \end{cases} \quad \tilde{k} = \overline{1, \ell^2 - 1},$$

$$\tilde{H}_{1\tilde{j}}(y) = \begin{cases} 0, & y \le \tilde{y}_{\tilde{j}-1} \\ \dfrac{y - \tilde{y}_{\tilde{j}-1}}{\Delta_1}, & \tilde{y}_{\tilde{j}-1} < y < \tilde{y}_{\tilde{j}} \\ \dfrac{y - y_{\tilde{j}+1}}{-\Delta_1}, & \tilde{y}_{\tilde{j}} \le y < \tilde{y}_{\tilde{j}+1}, \\ 0, & y \ge \tilde{y}_{\tilde{j}+1}, \end{cases} \quad \tilde{j} = \overline{1, \ell^2 - 1},$$

$$\tilde{h}_{1\ell^2}(x) = \begin{cases} 0, & x \le \tilde{x}_{\ell^2-1}, \\ \dfrac{x - \tilde{x}_{\ell^2-1}}{\Delta}, & \tilde{x}_{\ell^2-1} < x \le \tilde{x}_{\ell^2}, \end{cases},$$

$$\tilde{H}_{1\ell^2}(y) = \begin{cases} 0, & y \le \tilde{y}_{\ell^2-1}, \\ \dfrac{y - \tilde{y}_{\ell^2-1}}{\Delta}, & \tilde{y}_{\ell^2-1} < y \le \tilde{y}_{\ell^2}, \end{cases}$$

$$x_k = k\Delta, \; y_j = j\Delta, \; \Delta = \frac{1}{\ell},$$

$$\tilde{x}_{\tilde{k}} = \tilde{k}\Delta_1, \; \tilde{y}_{\tilde{j}} = \tilde{j}\Delta_1, \; \tilde{k}, \tilde{j} = \overline{0, \ell^2}, \; \Delta_1 = \frac{1}{\ell^2}.$$

Лема 1. [1] Оператор сплайн-інтерлінант

$$Of(x,y)=\sum_{k=0}^{\ell}h_{1k}(x)f(x_k,y)+\sum_{j=0}^{\ell}H_{1j}(y)f(x,y_j)-$$

$$-\sum_{k=0}^{\ell}\sum_{j=0}^{\ell}f(x_k,y_j)h_{1j}(x)H_{1j}(y)$$

має властивості:

1. $\begin{array}{l} Of(x_k,y)=f(x_k,y), \quad k=\overline{0,\ell}, \\ Of(x,y_j)=f(x,y_j), \quad j=\overline{0,\ell} \end{array}$;

2. $\left|f(x,y)-Of(x,y)\right|=O\left(\frac{1}{\ell^{2r}}\right)=O\left(\Delta^{2r}\right), \quad r=1,2$.

Лема 2. [1] Оператор сплайн-інтерполянт, побудований на основі сплайн-інтерлінанта

$$\tilde{O}f(x,y)=\sum_{k=0}^{\ell}\sum_{\tilde{j}=0}^{\ell^2}f(x_k,\tilde{y}_{\tilde{j}})h_{1k}(x)\tilde{H}_{1\tilde{j}}(y)+$$

$$+\sum_{j=0}^{\ell}\sum_{\tilde{k}=0}^{\ell^2}f(\tilde{x}_{\tilde{k}},y_j)\tilde{h}_{1\tilde{k}}(x)H_{1j}(y)-$$

$$-\sum_{k=0}^{\ell}\sum_{j=0}^{\ell}f(x_k,y_j)h_{1k}(x)H_{1j}(y)$$

має наступні властивості:

1. $\begin{array}{l} \tilde{O}f(\tilde{x}_{\tilde{k}},y)=f(\tilde{x}_{\tilde{k}},y), \quad \tilde{k}=\overline{0,\ell^2}, \\ \tilde{O}f(x,\tilde{y}_{\tilde{j}})=f(x,\tilde{y}_{\tilde{j}}), \quad \tilde{j}=\overline{0,\ell^2}; \end{array}$

2. $\begin{array}{l} \left|f(x,y)-\tilde{O}f(x,y)\right|=O\left(\frac{1}{\ell^{2r}}\right)=O\left(\Delta^{2r}\right), \\ r=1,2, \quad \forall(x,y)\in G. \end{array}$

Для обчислення інтегралів $I_k^2(m,n)$, $k=1,2$ пропонуються формули:

$$\tilde{\Phi}_1^2(m,n)=\int_0^1\int_0^1\tilde{O}f(x,y)\sin 2\pi mx\sin 2\pi ny\,dxdy,$$

$$\tilde{\Phi}_2^2(m,n)=\int_0^1\int_0^1\tilde{O}f(x,y)\cos 2\pi mx\cos 2\pi ny\,dxdy\,.$$

Підставимо у ці формули вираз для оператора-інтерполянта $\tilde{O}f(x,y)$ та отримаємо відповідні кубатурні формули, наприклад:

$$\tilde{\Phi}_1^2(m,n)=$$

$$=\sum_{k=0}^{\ell}\sum_{\tilde{j}=0}^{\ell^2}f(x_k,\tilde{y}_{\tilde{j}})\int_0^1 h_{1k}(x)\sin 2\pi mx\,dx\int_0^1\tilde{H}_{1\tilde{j}}(y)\sin 2\pi ny\,dy+$$

$$+\sum_{j=0}^{\ell}\sum_{\tilde{k}=0}^{\ell^2}f(\tilde{x}_{\tilde{k}},y_j)\int_0^1 H_{1j}(y)\sin 2\pi ny\,dy\int_0^1\tilde{h}_{1\tilde{k}}(x)\sin 2\pi mx\,dx-$$

$$-\sum_{k=0}^{\ell^2}\sum_{j=0}^{\ell}f(x_k,y_j)\int_0^1 h_{1k}(x)\sin 2\pi mx\,dx\int_0^1 H_{1j}(y)\sin 2\pi ny\,dy\,,$$

$$x_k=k\Delta,\ y_r=r\Delta,\ \Delta=\frac{1}{\ell},\quad k,r=\overline{0,\ell}\,;$$

$$\tilde{x}_{\tilde{k}}=\tilde{k}\Delta_1,\ \tilde{y}_{\tilde{j}}=\tilde{j}\Delta_1,\ \tilde{k},\tilde{j}=\overline{0,\ell^2},\ \Delta_1=\frac{1}{\ell^2}.$$

2. Оцінка похибки наближення кубатурної формули обчислення 2 D коефіцієнтів Фур'є

Введемо оператори

$$O_1f(x,y)=\sum_{k=0}^{\ell}h_{1k}(x)f(x_k,y),$$

$$O_2f(x,y)=\sum_{j=0}^{\ell}H_{1j}(y)f(x,y_j),$$

$$\tilde{O}_1f(x,y)=\sum_{\tilde{k}=0}^{\ell^2}\tilde{h}_{1\tilde{k}}(x)f(\tilde{x}_{\tilde{k}},y),$$

$$\tilde{O}_2f(x,y)=\sum_{\tilde{j}=0}^{\ell^2}\tilde{H}_{1\tilde{j}}(y)f(x,\tilde{y}_{\tilde{j}}),$$

$$x_k=k\Delta,\ y_j=j\Delta,\ k,j=\overline{0,\ell},\ \Delta=\frac{1}{\ell},$$

$$\tilde{x}_{\tilde{k}}=\tilde{k}\Delta,\ \tilde{y}_{\tilde{j}}=\tilde{j}\Delta,\ \tilde{k},\tilde{j}=\overline{0,\ell^2},\ \Delta_1=\frac{1}{\ell^2}.$$

Тоді для оператора-інтерлінанта $Of(x,y)$ та оператора-інтерполянта $\tilde{O}f(x,y)$, побудованого на основі $Of(x,y)$ справедливі представлення $Of(x,y)=(O_1+O_2-O_1O_2)f(x,y)$ та $\tilde{O}f(x,y)=$ $=(O_1\tilde{O}_2+O_2\tilde{O}_1-O_1O_2)f(x,y)$.

Теорема. Нехай $f(x,y)\in H_1^{2,r}(M)$, $r=1,2$ та значення $f_{kj}=f(x_k,y_j)$, $k=\overline{0,m_1}$, $j=\overline{0,m_2}$, задані не більше, ніж у $N=(m_1+1)(m_2+1)-$ $=(\ell^2+1)(\ell^2+1)$ фіксованих вузлових точках $(x_k,y_j)\in G=[0,1]^2$. Справедлива наступна оцінка зверху для похибки наближення $I_1^2(m,n)$ кубатурою формулою $\tilde{\Phi}_1^2(m,n)$ $\rho(I_1^2(m,n)\ \tilde{\Phi}_1^2(m,n))\le$

$$\le\left(\tilde{M}\frac{4}{[(r+2)!]^2}+M\frac{4}{(r+2)!}\right)\frac{1}{\ell^{2r}}\,.$$

Доведення. Знайдемо оцінку

$$\rho\left(I_1^2(m,n),\tilde{\Phi}_1^2(m,n)\right)=$$

$$=\left|\int_0^1\int_0^1\left(f(x,y)-\tilde{O}f(x,y)\right)\sin 2\pi mx\sin 2\pi ny\,dxdy\right|=$$

$$=\left|\int_0^1\int_0^1\left(f(x,y)-Of(x,y)+Of(x,y)-\tilde{O}f(x,y)\right)\sin 2\pi mx\sin 2\pi ny\,dxdy\right|\le$$

$$\le\int_0^1\int_0^1\left|f(x,y)-Of(x,y)\right|dxdy+\int_0^1\int_0^1\left|Of(x,y)-\tilde{O}f(x,y)\right|dxdy\,.$$

Для $\rho\left(I_1^2(m,n),\Phi_1^2(m,n)\right)=$ $=\left|\int_0^1\int_0^1\left(f(x,y)-Of(x,y)\right)\sin 2\pi mx\sin 2\pi ny\,dxdy\right|$ в [3] доведено, що $\rho\left(I_1^2(m,n),\Phi_1^2(m,n)\right)\le \tilde{M}\dfrac{4}{[(r+2)!]^2}\dfrac{1}{\ell^{2r}}$.

Знайдемо оцінку для $\rho\left(\Phi_1^2(m,n),\tilde{\Phi}_1^2(m,n)\right)=$

$$=\left|\int_0^1\int_0^1\left(O(x,y)-\tilde{O}f(x,y)\right)\sin 2\pi mx\sin 2\pi ny\,dxdy\right|.$$

Нехай

$$\tilde{G}_{1\tilde{k}}(x,\xi,r)=\begin{cases}\dfrac{\tilde{x}_{\tilde{k}+1}-x}{\tilde{x}_{\tilde{k}+1}-\tilde{x}_{\tilde{k}}}\dfrac{\left(\tilde{x}_{\tilde{k}}-\xi\right)^{r-1}}{(r-1)!},\ \tilde{x}_{\tilde{k}}<\xi<x,\\ \dfrac{\tilde{x}_{\tilde{k}}-x}{\tilde{x}_{\tilde{k}+1}-\tilde{x}_{\tilde{k}}}\dfrac{\left(\tilde{x}_{\tilde{k}+1}-\xi\right)^{r-1}}{(r-1)!},\ x<\xi<\tilde{x}_{\tilde{k}+1},\end{cases}$$

$$\tilde{G}_{2\tilde{j}}(y,\eta,r)=\begin{cases}\dfrac{\tilde{y}_{\tilde{j}+1}-y}{\tilde{y}_{\tilde{j}+1}-\tilde{y}_{\tilde{j}}}\dfrac{\left(\tilde{y}_{\tilde{j}}-\eta\right)^{r-1}}{(r-1)!},\ \tilde{y}_{\tilde{j}}<\eta<y,\\ \dfrac{\tilde{y}_{\tilde{j}}-y}{\tilde{y}_{\tilde{j}+1}-\tilde{y}_{\tilde{j}}}\dfrac{\left(\tilde{y}_{\tilde{j}+1}-\eta\right)^{r-1}}{(r-1)!},\ y<\eta<\tilde{y}_{\tilde{j}+1},\end{cases}$$

тоді

$$\int_0^1\int_0^1\left|Of(x,y)-\tilde{O}f(x,y)\right|dxdy=$$

$$=\int_0^1\int_0^1\left|\left(O_1+O_2-O_1O_2\right)f(x,y)-\left(O_1\tilde{O}_2+O_2\tilde{O}_1-O_1O_2\right)f(x,y)\right|dxdy\le$$

$$\le\int_0^1\int_0^1\left|\left(O_1-O_1\tilde{O}_2\right)f(x,y)\right|dxdy+\int_0^1\int_0^1\left|\left(O_2-O_2\tilde{O}_1\right)f(x,y)\right|dxdy=$$

$$=\sum_{k=0}^{\ell-1}\sum_{\tilde{j}=0}^{\ell^2-1}\int_{x_k}^{x_{k+1}}\int_{\tilde{y}_{\tilde{j}}}^{\tilde{y}_{\tilde{j}+1}}\left|\left(O_1-O_1\tilde{O}_2\right)f(x,y)\right|dxdy+$$

$$+\sum_{\tilde{k}=0}^{\ell^2-1}\sum_{j=0}^{\ell-1}\int_{\tilde{x}_{\tilde{k}}}^{\tilde{x}_{\tilde{k}+1}}\int_{y_j}^{y_{j+1}}\left|\left(O_2-O_2\tilde{O}_1\right)f(x,y)\right|dxdy=$$

$$\le\sum_{k=0}^{\ell-1}\sum_{\tilde{j}=0}^{\ell^2-1}\int_{x_k}^{x_{k+1}}\int_{\tilde{y}_j}^{\tilde{y}_{j+1}}\int_{y_{\tilde{j}}}^{\tilde{y}_{\tilde{j}+1}}\left|f^{(0,r)}(x_k,\eta)\right|\left|\tilde{G}_{2\tilde{j}}(y,\eta)\right|d\eta dxdy+$$

$$+\sum_{j=0}^{\ell}\sum_{\tilde{k}=0}^{\ell^2}\int_{\tilde{x}_{\tilde{k}}}^{\tilde{x}_{\tilde{k}+1}}\int_{y_j}^{y_{j+1}}\int_{\tilde{x}_{\tilde{k}}}^{\tilde{x}_{\tilde{k}+1}}\left|f^{(r,0)}(\xi,y_j)\right|\left|\tilde{G}_{1\tilde{k}}(x,\xi)\right|d\xi dxdy\le$$

$$\le M\sum_{k=0}^{\ell-1}\sum_{\tilde{j}=0}^{\ell^2-1}\int_{x_k}^{x_{k+1}}\int_{\tilde{y}_j}^{\tilde{y}_{j+1}}\int_{y_{\tilde{j}}}^{\tilde{y}_{\tilde{j}+1}}\left|\tilde{G}_{2\tilde{j}}(x_k,\eta)\right|d\eta dxdy+$$

$$+M\sum_{j=0}^{\ell-1}\sum_{\tilde{k}=0}^{\ell^2-1}\int_{\tilde{x}_{\tilde{k}}}^{\tilde{x}_{\tilde{k}+1}}\int_{y_j}^{y_{j+1}}\int_{\tilde{x}_{\tilde{k}}}^{\tilde{x}_{\tilde{k}+1}}\left|\tilde{G}_{1\tilde{k}}(\xi,y_j)\right|d\xi dxdy\le$$

$$\le M\sum_{k=0}^{\ell-1}\sum_{\tilde{j}=0}^{\ell^2-1}\frac{2\Delta_1^{r+1}}{(r+2)!}\int_{x_k}^{x_{k+1}}dx+M\sum_{j=0}^{\ell-1}\sum_{\tilde{k}=0}^{\ell^2-1}\frac{2\Delta_1^{r+1}}{(r+2)!}\int_{y_j}^{y_{j+1}}dy=$$

$$=M\ell\Delta\ell^2\frac{2\Delta_1^{r+1}}{(r+2)!}+M\ell\Delta\ell^2\frac{2\Delta_1^{r+1}}{(r+2)!}=M\frac{4\Delta_1^{r}}{(r+2)!}.$$

Таким чином, $\rho\left(I_1^2(m,n),\tilde{\Phi}_1^2(m,n)\right)\le$ $\le\left(\tilde{M}\dfrac{1}{(r+2)!}+M\right)\dfrac{4}{(r+2)!}\dfrac{1}{\ell^{2r}}$. Теорема доведена.

3. Чисельний експеримент

Нехай $f(x,y)=\dfrac{1}{2}\left(\cos(2x-2y)+\cos(2x+2y)\right)$, тоді при $r=2$, $\tilde{M}=16$, $M=4$ і $\le\left(\tilde{M}\dfrac{1}{(r+2)!}+M\right)\dfrac{4}{(r+2)!}\dfrac{1}{\ell^{2r}}$.

Точні значення інтегралів:

$$I_1^2(1,2)=0.028997787909237,$$

$$I_1^2(2,3)=0.008785471951418$$

$$I_1^2(3,4)=0.004308752165426.$$

Аналіз результатів табл. 1 і табл. 2 підтверджує теоретичні висновки:

1. $\rho\left(I_1^2(m,n),\tilde{\Phi}_1^2(m,n)\right)\le\left(\tilde{M}\dfrac{4}{[(r+2)!]^2}+M\dfrac{4}{(r+2)!}\right)\dfrac{1}{\ell^{2r}}$;

2. $\rho\left(I_1^2(m,n),\tilde{\Phi}_1^2(m,n)\right)\le\rho\left(I_1^2(m,n),\Phi_1^2(m,n)\right)+$ $\rho\left(\Phi_1^2(m,n),\tilde{\Phi}_1^2(m,n)\right)=\varepsilon_1+\varepsilon_2$.

Таблиця 1. **Оцінка похибки наближення $I_1^2(m,n)$ формулою $\tilde{\Phi}_1^2(m,n)$.**

m	n	ℓ	$\tilde{\Phi}_1^2(m,n)$	$\rho\left(I_1^2(m,n),\tilde{\Phi}_1^2(m,n)\right)$	ε
1	2	10	0,028995529027384	0,000002258881853	0,000077777777778
		20	0,028997646900554	0,000000141008683	0,000004861111111
2	3	10	0,008784781629319	0,000000690322099	0,000077777777778
		20	0,008785429146727	0,000000042804692	0,000004861111111
		30	0,008785463507055	0,000000008444363	0,000000960219479
3	4	10	0,004308408574421	0,000000343591006	0,000077777777778
		20	0,004308731109022	0,000000021056404	0,000004861111111
		30	0,004308748018623	0,000000004146803	0,000000960219479

Таблиця 2. **Оцінка похибки наближення $I_1^2(m,n)$ через ε_1 та ε_2**

m	n	ℓ	$\varepsilon_1 = \rho\left(I_1^2(m,n), \Phi_1^2(m,n)\right)$	$\varepsilon_2 = \rho\left(\Phi_1^2(m,n), \tilde{\Phi}_1^2(m,n)\right)$	$\varepsilon_1 + \varepsilon_2$
1	2	10	0,00000033195866	0,000001926923193	0,000002258881853
		20	0,000000020284531	0,000000120724152	0,000000141008683
2	3	10	0,000000106424666	0,000000583897433	0,000000690322099
		20	0,000000006228449	0,000000036576243	0,000000042804692
		30	0,000000001216176	0,000000007228187	0,000000008444363
3	4	10	0,000000057157483	0,000000286433523	0,000000343591006
		20	0,000000003117642	0,000000017938762	0,000000021056404
		30	0,000000000601795	0,000000003545008	0,000000004146803

Висновки

Отримано оцінку похибки наближеного обчислення 2 D коефіцієнтів Фур’є через похибку наближення функції $f(x, y)$ оператором інтерлінантом та похибку наближення оператора інтерлінанта оператором інтерполянтом, побудованим на основі оператора інтерлінації на класі $H_1^{2,r}(M)$, $r = 1,2$.

Список літератури

1. Литвин О. М. Інтерлінація функцій та деякі її застосування / О. М. Литвин. – Харків : Основа, 2002. – 544 с.
2. Литвин О. М. Кубатурні формули для обчислення коефіцієнтів Фур’є функцій двох змінних з використанням сплайн-інтерлінації / О. М. Литвин, О. П. Нечуйвітер // Доповіді НАН України. – 1998. – № 1. – С. 23–28.
3. Литвин О. М. Кубатурна формула для обчислення 2 D коефіцієнтів Фур’є з використанням інтерлінації функцій / О. М. Литвин, О. П. Нечуйвітер // Вісник ХНУ. Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління». – 2010. – № 926. – С. 153–160.

O. Lytvyn, A. Lytvynov, O. Nechuiviter

2 D FOURIER COEFFICIENTS ON THE CLASS OF DIFFERENTIABLE FUNCTIONS AND THE NETTING INFORMATION OPERATOR WITH USING INTERLINEATION OF FUNCTIONS

In the article estimation of the error of the cubature formula of calculation 2 D Fourier’s coefficients on the class of differentiable functions has got. Cubature formula used operator of spline-interpolation basing on the interlineation of functions. Information about function is set of knots.

Keywords: digital signal processing, interlineation of functions, 2 D Fourier coefficients.

Матеріал надійшов 13.10.2011