УДК 519.854

Михайлюк В. О., Ляшко В. І.

РЕОПТИМІЗАЦІЯ ЗАДАЧІ ПРО ПОКРИТТЯ МНОЖИНАМИ: АСИМПТОТИЧНИЙ ПОРІГ ВІДНОШЕННЯ АПРОКСИМАЦІЇ

При добавленні або звільненні елемента з множини для задачі про покриття множинами існує алгоритм реоптимізації, який є асимптотично оптимальним наближеним алгоритмом, при деякому відношенні апроксимації з урахуванням стандартних умов теорії складності обчислень.

Ключові слова: *C*-наближений алгоритм, поріг відношення апроксимації, реоптимізація, PCP теорема.

1. Вступ

Багато оптимізаційних проблем є *NP*-складними (*NP*-hard), отже, розв'язати їх за прийнятний час навряд чи можливо. Тому розглянуто ефективні (поліноміальні) наближені алгоритми для розв'язання таких задач. У випадку мінімізаційної (максимізаційної) проблеми кажуть, що алгоритм *C* наближений, якщо він для довільного екземпляра дає розв'язок зі значенням цільової функції не більшим, ніж $C \cdot OPT$ (не меншим, ніж $\frac{1}{C} \cdot OPT$), де $OPT(I)$ – глобальний оптимум. При цьому *C* називають відношенням апроксимації.

Фундаментальним питанням для заданої *NP*-складної проблеми є визначити, для яких значень *C* можна сподіватись на ефективний (поліноміальний) *C*-наближений алгоритм. Це велика дослідницька галузь у теоретичній інформатиці зі своїми перевагами й недоліками.

Для проблеми *Q* встановлено верхню оцінку відношення апроксимації *C*, якщо існує поліноміальний *C*-наближений алгоритм для розв'язання *Q*. Для проблеми *Q* встановлено нижню оцінку відношення апроксимації *c*, якщо для довільного $\varepsilon > 0$ не існує поліноміального наближеного алгоритму для *Q*, на якому досягається відношення апроксимації $c - \varepsilon$ (або строго менше *c*). Якщо $C = c$, то для проблеми *Q* встановлено *поріг відношення апроксимації* (рівний $C = c$). Відповідний алгоритм називають *пороговим,* або *оптимальним.*

Встановлення нижніх оцінок відношення апроксимації, як й отримання нижніх оцінок складності, є нелегким завданням. Цю проблему визначають як неапроксимованість, або складність апроксимації. Значно вплинула на розвиток методів отримання нижніх оцінок відома *PCP* теорема [3] та дискретний аналіз Фур'є для тестування властивостей проблем [8].

Реоптимізація [1; 4; 5] передбачає таке: нехай *Q* – якась *NP* – складна (можливо, *NP* – повна) проблема, *I* – початковий екземпляр проблеми *Q*, оптимальне рішення якого відомо. Запропоновано новий екземпляр I' задачі *Q*, отриманий певними «незначними» змінами екземпляра *I*. Виникає питання, як можна ефективно використати знання про оптимальне рішення *I* для обчислення точного або наближеного рішення екземпляра I'? Ціль реоптимізації при використанні наближених методів – застосування знань про рішення початкового екземпляра *I* за умови: або досягнення кращої якості наближення (апроксимаційного відношення) I'; або створення ефективнішого (за часом) алгоритму визначення оптимального чи близького до нього рішення I'; або виконання першого і другого пунктів.

Знаходження і встановлення порогових (оптимальних) наближених алгоритмів для реоптимізації дискретних задач оптимізації потребує дослідження. Цю статтю присвячено вивченню порушеного питання для задачі про покриття множинами.

2. Асимптотично оптимальний наближений алгоритм для задачі про покриття множинами

Нехай *P* позначає *NP*-повну (або *NP*-складну) проблему. Для екземпляра *I* проблеми *P* розмірності *n* $OPT(I)$ є значення оптимального розв'язку. Для поліноміально наближеного алгоритму $ALG(I)$ позначає значення рішення, що знаходить алгоритм (або його математичне сподівання, якщо алгоритм випадковий). Нехай $C > 1$параметр, що може бути і функцією від *n*.

Означення 1. Алгоритм досягає апроксимаційного відношення *C*, якщо для довільного екземпляра *I*:

$ALG(I) \geq \frac{1}{C} \cdot OPT(I)$, якщо *P* – максимізаційна проблема;

$ALG(I) \leq C \cdot OPT(I)$, якщо *P* – мінімізаційна проблема.

При цьому кажуть, що алгоритм *C* – наближений.

Задачу про покриття множинами розглядатимемо в постановці (задача П(A, c)):

$$\min\left\{ f(x) = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i \middle| x \in Q(A) \right\}$$

$$Q(A) = \left\{ x \in B^n \middle| \sum_{j=1}^{n} a_j x_j \geq 1,\ i = 1,...,m \right\}$$

$B^n = \{0,1\}^n$, $A = \{a_j\}$ $i = 1, ..., m$; $j = 1, ..., n$; $A - (m, n)$ – булева матриця ($m \leq n$); $c_i > 0$, $i = 1, ..., n$.

Допустимий розв'язок $S = \{j_1,..., j_k\}$ задачі П(A, c) будемо інтерпретувати як сукупність стовпців $\{j_1, ...,j_k\}$ (підмножин множини $\{1, ..., m\}$, які є покриттям матриці A (тобто $S = \{j_1,..., j_k\}$ відповідає допустимий вектор $x = \{x_1, ..., x_n\} \in Q(A)$ такий, що $x_{j_1} = x_{j_2} = ... = x_{j_k} = 1$; решта компонентів рівна 0). Під вагою $c(S)$ рішення S розумітимемо $c(S) = c_{j_1} + ... + c_{j_k}$.

Для задачі П(A, c) встановлено такі верхні оцінки відношення апроксимації.

Відомо [6], що жадібний алгоритм розв'язує задачу П(A, c) з апроксимаційним відношенням

$$\sum_{t=1}^{c(A)} \frac{1}{t} \leq \ln m + 1,$$

де $c(A)$ – максимальне число одиниць у стовпчику матриці A, у [11] визначено верхню оцінку відношення апроксимації виду $\ln m - \ln\ln m + O(1)$, в обох випадках це асимптотично (при $m \to \infty$) не перевищує $\ln m$, тобто жадібний алгоритм – асимптотично $\ln m$ – наближений алгоритм для розв'язання П(A, c).

Типову техніку отримання нижніх оцінок відношення апроксимації (або результатів по неапроксимованості) можна описати так [10]. Джерелом є наступне міркування. Нехай P – довільна оптимизаційна (для визначеності на максимум) проблема. Під $(c.s) - gap$ версією проблеми P (позначення $Gap - P_{c,s}$) розумітимемо ту, для якої або $OPT(I) \geq c$, або $OPT(I) \leq s$ для довільного екземпляра $I \in P$. Розглянемо NP-повну проблему *3–Sat* (3- виконуваність). Довільна *3–Sat* формула ($E3 - CNF$ формула) – це кон'юнкція множини дужок, де кожна дужка – диз'юнкція трьох булевих змінних або їхніх заперечень. Мета полягає у визначенні приписування булевим змінним таких значень істинності, що формула стає логічно істинною (виконуваною). Припустимо, існує поліноміальна зведеність від 3–*Sat* до $Gap - P_{c,s}$ для деяких $0 < s < c$, тобто зведеність, яка відображає *3–Sat* формулу ψ на екземпляр I проблеми P такий, що:

(випадок «Так»): якщо ψ має приписування, яке робить її виконуваною, то $OPT(I) \geq c$;

(випадок «Ні»): якщо ψ не має приписувань, що роблять її виконуваною, то $OPT(I) \leq s$.

Така зведеність передбачає, коли існує поліноміальний алгоритм із відношенням апроксимації строго меншим, ніж $\frac{c}{s}$ для проблеми P, то можна ефективно визначити, чи виконувана 3*SAT* формула, а отже, $P = NP$. Таким чином, за умов стандартного припущення $P \neq NP$, ця зведеність – джерело отримання результатів за неапроксимованістю для проблеми P. Виходитимемо з *PCP* (Probabilistically Checkable Proof) теореми [3] для певної NP-повної мови (наприклад, *3–Sat*). Будується зведеність до проблеми (мови), неапроксимованість якої треба довести (наприклад, $Gap - P_{c,s}$). Конструюється *PCP* перевіряльний для цієї проблеми P, який зображений як тест (диктаторський) для булевої функції, відповідної P. Використовуючи елементи і деякі результати Фур'є аналізу булевих функцій, оцінюють повноту c перевіряючого (нижня оцінка ймовірності прийняття тесту, що булева функція – диктаторська або випадок «Так») і коректність s перевіряючого (верхня оцінка ймовірності неприйняття тесту, що булева функція далека від диктаторської або випадок «Ні»). Звідси випливає, що P NP-складно апроксимувати з відношенням меншим, ніж c/s. Це звичайна неапроксимованість.

Причому перша зведеність у цій послідовності – відома *PCP*, ймовірнісно перевірні доведення) теорема (яка має кілька формулювань). У цьому випадку вона може бути сформульована як зведеність від 3*SAT* до *gap* – версії 3*SAT*. А саме: для формули ψ нехай $OPT(\psi)$ позначає максимальну частину дужок, які можуть бути виконані внаслідок довільного приписування. Таким чином, $OPT(\psi) = 1$ тоді і тільки тоді, коли ψ виконувана. *PCP* теорема стверджує, що існує універсальна константа $\alpha < 1$ і поліноміальна зведеність, яка відображає екземпляр ψ 3*SAT* на інший 3*SAT* екземпляр φ такий, що:

1) повнота (*Completeness*): якщо $OPT(\psi) = 1$, то $OPT(\varphi) = 1$;
2) коректність (*Soundness*): якщо $OPT(\psi) < 1$, то $OPT(\varphi) \leq \alpha$.

Звідси *max* – 3*SAT* неапроксимована з відношенням апроксимації $\frac{1}{\alpha} > 1$. *PCP* теорема тільки що була представлена як комбінаторна зведеність. Існує еквівалентне формулювання в термінах перевірки доведень (*proof checking*). Теорема стверджує, що кожне NP твердження має поліноміальне доведення, яке може бути перевірене поліноміальним ймовірнісним перевіряючим (*verifier*), що зчитує тільки константне число біт у доведенні. Перевіряльник має властивості повноти і коректності: кожне доведення коректного твердження приймається з ймовірністю 1 і кожне доведення некоректного твердження приймається з малою ймовірністю (скажімо, не більше, ніж 1 %). Це і є *два методи (комбінаторна зведеність і перевірка доведень)* для встановлення неапроксимованості оптимізаційних проблем.

У [7] для отримання результатів з неапроксимованості як перевіряючий в описаній вище зведеності запропоновано систему доведення з k учасниками (*k-proover proof system*). Отримано такий результат. Нехай $DTIME(t)$ позначає клас мов (проблем), які можуть бути реалізовані детермінованими машинами Тюрінга з часом роботи t.

Теорема 1. Якщо існує деяке $\varepsilon > 0$ таке, що поліноміальний алгоритм може апроксимувати задачу про покриття множинами з апроксимаційним відношенням $(1 - \varepsilon)\ln m$, то $NP \subset \subset DTIME(m^{O(\log\log m)})$ [7].

Внаслідок застосування принципу контрапозиції до цієї теореми отримаємо такий результат з неапроксимованості.

Наслідок 1. Якщо $NP \not\subset DTIME(m^{O(\log\log m)})$, то для довільного $\varepsilon > 0$ не існує наближеного поліноміального алгоритму для задачі про покриття множинами з апроксимаційним відношенням $(1 - \varepsilon)\ln m$.

Компонуючи разом наведені результати з верхніх оцінок за [6; 11] з наслідком 1, отримаємо твердження.

Теорема 2. Якщо $NP \not\subset DTIME(m^{O(\log\log m)})$, то жадібний алгоритм для задачі про покриття множинами є асимптотично оптимальним $\ln m$-наближеним алгоритмом.

3. Обчислювальна складність реоптимізації задачі про покриття множинами

Введемо наступні позначення для змінених екземплярів задачі $\Pi(A, c)$ [1]: $\Pi(A_j^+, c)$ (відповідно $\Pi(A_j^-, c)$) позначає задачу $\Pi(A, c)$ з заміною в стовпці j матриці

A довільного 0 на 1 (відповідно 1 на 0), $\Pi(A_j^+(p), c)$ (відповідно $\Pi(A_j^-(p), c)$) позначає задачу $\Pi(A, c)$ із заміною в стовпці j матриці A довільного числа $p(1 \le p < m)$ 0 на 1 (відповідно 1 на 0). Через $REOPT(\cdot)$ – позначатимемо відповідний реоптимізаційний алгоритм, який виходить з оптимального рішення задачі $\Pi(A, c)$.

Корисним і цікавим є питання про встановлення NP-складності реоптимізаційних варіантів задач оптимізації. Використовуючи результати роботи [2] (зокрема, теорему 2), можна запропонувати такий критерій встановлення NP-складності реоптимізації. Суть критерію для більшості NP-складних проблем полягає в тому, щоб показати NP-складність реоптимізаційних варіантів, тобто треба використовувати поліноміальну зведеність Тюрінга вихідної задачі до її реоптимізаційного варіанту.

Лема 1. Нехай P – NP-складна проблема і mod – P – деяка локальна модифікація для P. Якщо існує поліноміальний алгоритм A, який для довільного екземпляра I проблеми P обчислює:

1) екземпляр I' для P;
2) оптимальне рішення x' для I';
3) послідовність локальних модифікацій типу mod (не більше, ніж поліноміальну), яка перетворює I' в I,

то проблема mod – P є NP-складною.

Доведення. Зведемо P до mod – P, використовуючи поліноміальну зведеність Тюрінга. Поскільки P є NP-складною, то такою (тобто NP-складною) буде і mod – P.

Нехай q – число локальних модифікацій типу mod для A, які екземпляр I' перетворюють в I. Припустимо, існує поліноміальний алгоритм A_1 (зі складністю p) для mod – P. Тоді, застосовуючи A_1 точно q раз, починаючи з I', отримаємо оптимальне рішення для I. При цьому, як число обчислень (q), так і час кожного обчислення (p), є поліноміальними щодо розміру P, отримана поліноміальна зведеність (зі складністю $q \cdot p$). Лема доведена.

Встановимо, наприклад, з допомогою леми 1 складність реоптимізації $\Pi(A_j^+, c)$. Використаємо деякі результати з [2].

Лема 2. Існує поліноміальний алгоритм, який містить не більше ніж $\frac{c_{\max}}{c_{\min}} \cdot n$ кроків, для визначення допустимого рішення задачі $\Pi(A, c)$ ($c_{\max} = \max\{c_i\}$; $c_{\min} = \min\{c_i\}$) [2].

Позначимо $M = \{1, ..., m\}$, $N = \{1, ..., n\}$, $K_1 = \{i_1, ..., i_k\}$ – деяка вибірка з N об'ємом $k(1 \le k < n, k < m)$.

Точка $\alpha = (\alpha_1, ..., \alpha_n) \in B^n$ така, що $\alpha_j = 1$ при $j \in K_1$, $\alpha_j = 0$ при $j \in N \setminus K_1$, а

$\alpha^i = (\alpha_1^i, ..., \alpha_n^i) \in B^n$ така, що $\alpha_i^i = 1, \alpha_j^i = 0$ при $j \ne i$. Опишемо клас $\{A_\alpha\}$ булевих (m, n)-матриць $A = \{A_{ij}\}$; $A \in \{A_\alpha\}$ тоді і тільки тоді, коли матриця A не містить однакових і нульових рядків і, крім того, виконуються умови:

1) у матриці A є підматриця $A^1 = \begin{pmatrix} \alpha^{i_1} \\ ... \\ \alpha^{i_k} \end{pmatrix}$;
2) у матриці A є підматриця $A^2 = \{a_{ij}\}(i \in M \setminus K_1, j \in N)$ така, що для довільного $i \in M \setminus K_1$ $\sum_{j \in K_1} a_{ij} \ge 1$, решта елементів у A^2 – довільні.

Нехай $x^* = (x_1^*, ..., x_n^*) \in B^n$ такий, що $x_{i_1}^* = ... = x_{i_k}^* = 1$, решта координат вектора x^* рівна 0, $A^* \in \{A_\alpha\}$.

Лема 3. x^* – оптимальне рішення екземпляра I задачі $\Pi(A^*, c)$ [2].

Теорема 2. Проблема реоптимізаціїї $\Pi(A_j^+, c)$ є NP-складною.

Доведення. Використовуватимемо лему 1. Як P візьмемо NP-повну проблему $\Pi(A, c)$, а як $\mathrm{mod}-P$ – проблему $\Pi(A_j^+, c)$. Нехай I – довільний екземпляр проблеми $\Pi(A, c)$. Застосуємо до I поліноміальний наближений алгоритм (лема 2), нехай x^* – відповідний допустимий розв'язок. За розв'язком x^* будуємо матрицю A^* й екземпляр I' проблеми $\Pi(A^*, c)$. Згідно з лемою 3 будь-який поліноміальний наближений алгоритм A дасть точний розв'язок задачі I'. Таким чином, пункти 1) і 2) леми 1 виконано. Для обґрунтування пункту 3) залишилося зазначити, що будь-яку матрицю A (екземпляр I) можна отримати з матриці A^* (екземпляр I') не більше, ніж $m \cdot n$ перетвореннями типу заміни 0 на 1. Після цього, застосовуючи лему 1, отримаємо доведення теореми.

4. Асимптотично оптимальні наближені алгоритми для реоптимізації задачі про покриття множинами

Використовуватимемо результатами дослідження [1].

Теорема 3. Існує $REOPT(\Pi(A_j^+, c)$, що є $(2-\dfrac{1}{\ln m+1})$-наближеним алгоритмом [1].

Наслідок 2. Існує $REOPT(\Pi(A_j^+, c)$, що є асимптотично $(2-\dfrac{1}{\ln m})$-наближеним алгоритмом.

Доведення випливає з доведення теореми 1 у [1] із застосуванням для отримання рішення S_1 асимптотичного $\ln m$-наближеного жадібного алгоритма (покладаємо $\rho = \ln m$).

Лема 4. Якщо $NP \not\subset DTIME(m^{O(\log\log m)})$ та існує $REOPT(\Pi(A_j^+, c)$, що є γ-наближений алгоритм, то $\gamma \geq 2-\dfrac{1}{\ln m}$.

Доведення. Будемо користуватись наближеним поліноміальним алгоритмом реоптимізації, наведеним у доведенні теореми 1 [1]. Коротко нагадаємо його суть. Нехай S^* – оптимальний розв'язок $\Pi(A, c)$, $S^*_{I'}$ – оптимальний розв'язок $\Pi(A_j^+, c)$, $S^* \cup \{j\}$ – допустимий розв'язок $\Pi(A_j^+, c)$.

Якщо $S^*_{I'}$ містить j, то $S^* \cup \{j\}$ – оптимальний розв'язок.

Припустимо, що $S^*_{I'}$ не містить j, тоді $S^* \cup \{j\}$ – допустимий розв'язок $\Pi(A_j^+, c)$.

Побудуємо ще одне допустиме розв'язання S_1 задачі $\Pi(A_j^+, c)$:

- застосуємо ρ-наближений алгоритм для задачі $\Pi(A_j^+, c)$ з виключеним стовпчиком (множиною) j (відповідне $x_j = 0$ в $\Pi(A, c)$);
- до отриманого розв'язку додамо стовпчик (множину) j.

Серед розв'язків $S^* \cup \{j\}$ і S_1 виберемо (S) найкращий (тобто з найменшим значенням ваги) і отримаємо $\varphi(\rho)$-наближений алгоритм реоптимізації (для $\Pi(A_j^+, c)$), де $\varphi(\rho) = 2-\dfrac{1}{\rho}$.

Доведення леми здійснимо від супротивного. Нехай $\gamma < 2-\dfrac{1}{\ln m}$ і ρ^* таке, що $\varphi(\rho^*) = 2-\dfrac{1}{\ln m}$. Маємо поліноміальний $\varphi(\rho)$-наближений алгоритм $REOPT(\Pi(A_j^+, c)$, причому $\varphi(\rho) < \varphi(\rho^*)$. Оскільки функція $\varphi(\rho)$ є зростаючою функцією свого аргументу ρ, отримаємо $\rho < \rho^* = \ln m$. Таким чином, у формуванні рішення S_1 застосовано поліноміальний ρ-наближений алгоритм для $\rho < \ln m$. Використовуючи теорему 1, отримаємо $NP \subset DTIME(m^{O(\log\log m)})$, що суперечить умові леми. Лему доведено.

Теорема 4. Якщо $NP \not\subset DTIME(m^{O(\log\log m)})$, то існує $REOPT(\Pi(A_i^+, c)$, що є асимптотично оптимальним $(2-\dfrac{1}{\ln m})$-наближеним алгоритмом.

Доведення. Наслідок 2 дає верхню оцінку (асимптотики) відношення апроксимації для $REOPT(\Pi(A_j^+, c)$. Лема 4 фактично дає нижню оцінку цього відношення апроксимації. Верхня оцінка збігається з нижньою і рівна $(2-\dfrac{1}{\ln m})$.

Використовуючи результати праць [1; 7], можна довести, що результати, аналогічні теоремі 4, виконуються для алгоритмів $REOPT(\Pi(A_j^-, c)$, $REOPT(\Pi(A_j^+(p), c))$, $REOPT(\Pi(A_j^-(p), c))$.

5. Висновки

Показано, що додаючи або звільняючи елемент з множини для задачі про покриття множинами, існує алгоритм реоптимізації з асимптотичним порогом відношення апроксимації рівним $(2-\dfrac{1}{\ln m})$, якщо $NP \not\subset DTIME(m^{O(\log\log m)})$. Подібний результат справджується, якщо додавати або звільняти довільне число 1 $1 < p < m$ елементів із множини.

Для отримання нижніх оцінок відношення апроксимації наближених алгоритмів для NP-складних задач необхідно використовувати деякі гіпотези теоретичної інформатики (зокрема, гіпотези теорії складності обчислень). Найпопулярнішою такою гіпотезою є $NP \neq P$. Тут, як і в праці [7], використано сильнішу гіпотезу $NP \not\subset DTIME(m^{O(\log\log m)})$. Більшість фахівців вважають ці гіпотези істинними. В останній час запропоновано ще одну гіпотезу – так звану унікальну ігрову гіпотезу (*Unique Games Conjecture*, UGC) [9; 10]. З допомогою цієї гіпотези і *PCP* теореми вдалося отримати значну кількість порогових результатів для поліноміальних наближених алгоритмів NP-складних задач.

Література

1. Михайлюк В. А. Реоптимизация задачи о покрытии множествами / В. А. Михайлюк // Кибернетика и системный анализ. – 2010. – Вип. 46, N 6. – С. 27–31.
2. Михайлюк В.А. Общий подход к оценке сложности постоптимального анализа дискретных задач оптимизации / В. А. Михайлюк // Кибернетика и системный анализ. – 2010. – Вип. 46, N 2. – С. 134–141.
3. Arora S. Proof verification and intractability of approximation problems / S. Arora, C. Lund, R. Motwani, M. Sudan and M. Szegedy // Journal of the ACM. – 1998. – Vol. 45, N 3. – P. 501–555.
4. Ausiello G . Complexity and approximation in reoptimization / G. Ausiello, V. Bonifaci and B .Escoffier // Computability in Context : Computation and Logic in the Real World / ed. S. Barry Cooper and Andrea Sorbi.– London : Imperial College Press, 2011. – P.101–130.
5. Bockenhauer H. J. On the hardness of reoptimization / H. J. Bockenhauer, J. Hromkovic, T. Momke, and P. Widmayer // Proc. of the 34 th Intern. Conf. on Current Trends in Theory and Practice of Computer Science (SOF–SEM 2008) ; Lect. Notes Comput. Sci. – Springer : Berlin, 2008. – Vol. 4910. – P. 50–65.
6. Chvatal V. A. A greedy heuristic for the set covering problem / V. A. Chvatal // Math. Oper. Res. – 1979. – Vol. 4, N 3. – P. 233–235.
7. Feige U. A threshold of ln n for approximating set cover / U. Feige // Journal of the ACM. – 1998. – Vol. 45, N 4. – P. 634–652.
8. Goldreich O. Locally testable codes and PCPs of almost-linear length / O. Goldreich and M. Sudan // Journal of the ACM. – 2006. – Vol. 53, N 4. – P. 558–655.
9. Khot S. On the power of unique 2-prover 1-round games / S. Khot // Symp. on theory of Computing (STOC), 2002. – P. 767–775.
10. Khot S. On the Unique Games Conjecture / S. Khot // In Proc. of the 25th Annual IEEE Conference on Computational Complexity, 2010. – P. 99–121.
11. Slavik Petr. A tight analysis of the greedy algorithm for set cover / Petr Slavik // In Proc. 28th ACM Symp. on theory of Computing (STOC), 1996. – P. 435–441.

V. Mikhailyuk, V. Lyashko

REOPTIMIZATION OF SET COVERING PROBLEM: ASYMPTOTIC THRESHOLD OF APPROXIMATION RATIO

Under an element insertion or deletion from the set for the set covering problem there exists an algorithm of reoptimization that is asymptotically optimal approximation algorithm with some approximation ratio taking into account the standard conditions of complexity theory in theoretical computer science.

Keywords: C-approximation algorithm, threshold of approximation ratio, reoptimization, PCP theorem.

Матеріал надійшов 18.10.2011