

Рис. 7

Разом з тим на сьогодні найкращими поки що залишаються переклади спеціально підготовленими фахівцями, які досконало володіють мовами, предметними знаннями у відповідній галузі, а також сучасними інформаційно-комунікаційними технологіями. Широке залучення майбутніх учителів інформатики до розв'язування задач локалізації програмних засобів з відкритим кодом сприяє значному покращенню їхньої фахової підготовки.

Список використаних джерел

1. Великий тлумачний словник сучасної української мови (з дод. і допов.) / [уклад. і голов. ред. В. Т. Бусел]. – К.: Ірпінь: ВТФ «Перун», 2005. – 1728 с.
2. Вікіпедія / Вільна енциклопедія [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://uk.wikipedia.org>
3. Закон України «Про Національну програму інформатизації» № 5463-VI (5463-17) від 16.10.2012 р. (Із змінами, внесеними згідно із Законами № 2684-III (2684-14) від 13.09.2001, ВВР, 2002, № 1, ст. 3 № 2289-VI (2289-17) від 01.06.2010, ВВР, 2010, N 33, ст. 471 № 5463-VI (5463-17) від 16.10.2012). [Електронний ресурс] / Режим доступу: <http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/74/98-%D0%B2%D1%80>
4. Постанова Кабінету Міністрів України від 16 листопада 1998 р. № 1815 Київ. «Про затвердження Порядку локалізації програмних продуктів (програмних засобів) для виконання Національної програми інформатизації» (Із змінами, внесеними згідно з Постановою КМ № 1469 (1469-2000-п) від 27.09.2000). [Електронний ресурс] / Режим доступу : <http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/1815-98-%D0%BF>
5. Wikipedia [Electronic resource] // Web 2.0 – Mode of access: <http://en.wikipedia.org>

Листопад В.В.

Національний університет харчових технологій

Цілочислові методи розв'язування екстремальних задач лінійного програмування в Ms Excel

Впровадження в навчальний процес інформаційно-комунікаційних технологій відкриває широкі можливості для розв'язування екстремальних задач лінійного програмування. Процес розв'язування таких задач можна зробити досить ефективним [2-4]. Розглянемо можливість реалізації цілочисельних методів лінійного програмування за допомогою Microsoft Excel. Значна частина економічних задач потребує за своїм змістом цілочисельних розв'язків тому, що об'єктами задачі є змінні неподільні величини (кількість продукції, устаткування, заготовок, підприємств, працівників тощо). Поява вимоги цілочисельності в задачах економічного змісту є досить очевидною і пов'язана з

тим, що всі або деякі параметри моделей можуть набувати лише цілих значень. Тому цілочисельне програмування є окремим та важливим розділом дисциплін «Оптимізаційні методи та моделі», «Дослідження операцій», «Економіко-математичне моделювання».

Екстремальна задача, змінні якої набувають лише цілих значень, називається задачею цілочисельного програмування. Розглянемо розв'язування цілочисельних задач лінійного програмування за допомогою електронних таблиць Microsoft Excel, користуючись симплекс-методом, основою якого є метод Жордана-Гаусса для розв'язування систем лінійних рівнянь.

Серед переваг реалізації симплекс-методу за допомогою MS Excel можна вказати:

- економію аудиторного часу на практичному занятті, дефіцит якого досить часто відчувається;
- отримання повної таблиці-результату та альтернативних розв'язків, що дає можливість провести повний економічний аналіз (рентабельність продукції, дефіцитність ресурсів, довірчі інтервали для ресурсів, цін та ін.);
- можливість паралельного освоєння теоретичного та практичного матеріалу, що стосується цієї теми;
- зв'язок із темою «Метод Жордана-Гаусса» для розв'язування систем лінійних рівнянь та вдосконалення навичок роботи з MS Excel;
- спрощення механізму здійснення контролю викладачем виконання завдань студентами;
- простота і доступність у роботі;
- можливість використовувати даний метод для підготовки системи вправ.

Розглянемо реалізацію методів розв'язування задач цілочисельного лінійного програмування на прикладах.

1. Геометричний метод розв'язування екстремальних цілочисельних задач лінійного програмування.

Приклад 1. Знайти звичайні та цілочисельні розв'язки задачі лінійного програмування, скориставшись геометричним методом

$$F = 2X_1 - 4X_2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} X_1 + 2X_2 \leq 6 \\ 2X_1 + X_2 \leq 6 \\ -X_1 + 2X_2 \geq 0 \\ X_1 + X_2 \geq 1 \\ 4X_1 - X_2 \geq 0 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{cases}$$

Розв'язування. Перетворимо співвідношення-нерівності в рівності та побудуємо відповідні прямі. Для цього на прямій достатньо визначити дві точки.

$$l_1 : X_1 + 2X_2 = 6$$

X_1	X_2
0	3
6	0

$$l_2 : X_1 + 2X_2 = 6$$

X_1	X_2
0	6
3	0

$$l_3 : -X_1 + 2X_2 = 0$$

X_1	X_2
0	0
2	1

$$l_4 : X_1 + X_2 = 1$$

X_1	X_2
0	1
1	0

$$l_5 : 4X_1 - X_2 = 0$$

X_1	X_2
0	0
1	4

Для знаходження розв'язків нерівностей в одній із півплощин візьмемо «контрольну» точку. Якщо вона задовольняє дану нерівність, то і всі точки цієї півплощини є розв'язками даної нерівності; в протилежному випадку – точки іншої півплощини є розв'язками цієї нерівності. Перетин півплощин-розв'язків всіх нерівностей дасть множину допустимих розв'язків – множину внутрішніх точок многокутника ABCDE.

Побудуємо напрямний вектор $\vec{c} = (2; -4)$, який вказує напрямком найшвидшого зростання досліджуваної функції, і лінію рівня $2X_1 - 4X_2 = h$, в кожній точці якої цільова функція набуває одного і того самого значення h . Як видно з рис. 1, при значенні $h=0$ лінія рівня співпадає із стороною AE многокутника розв'язків. Отже, першими спільними точками лінії рівня із множиною допустимих розв'язків є всі точки відрізка AE , який належить граничній прямій $-X_1 + 2X_2 = 0$. Оскільки лінія рівня – це пряма, в кожній точці якої функція набуває одного і того самого значення h , то це означає, що максимальне значення цільової функції $F_{\max} = 0$. І цього максимального значення функція набуває не тільки у вершинах A і E , але і у всіх точках відрізка AE . У розглядуваному випадку координати точок відрізка AE запишуться формулами:

$$\begin{cases} X_1 = (1-a)X_{1E} + aX_{1A} \\ X_2 = (1-a)X_{2E} + aX_{2A}, 0 \leq a \leq 1. \end{cases}$$

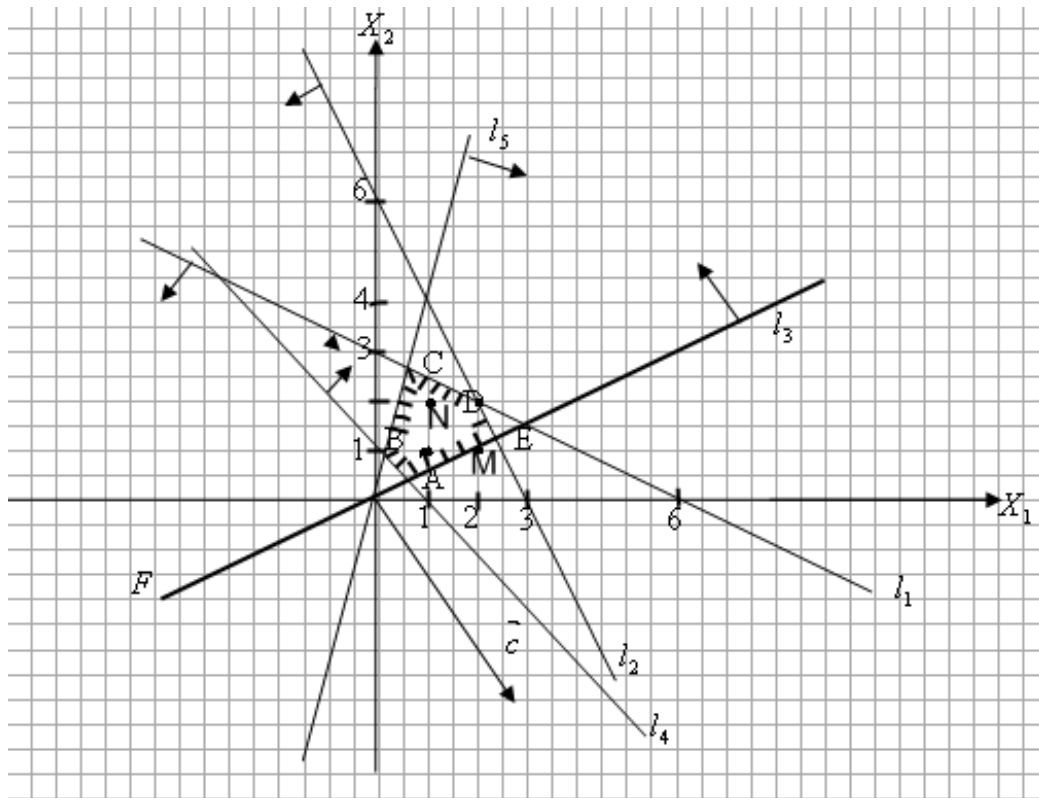


Рис. 1

Знайдемо координати точок A і E та значення X_1 та X_2 .

$A = l_4 \cap l_3$, тому отримаємо та розв'яжемо систему рівнянь.

$$\begin{cases} -X_1 + 2X_2 = 0 \\ X_1 + X_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow X_2 = \frac{1}{3}, X_1 = 1 - X_2 = \frac{2}{3}.$$

Отже точка A має координати $A\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$. $E = l_2 \cap l_3$, тому система має вигляд:

$$\begin{cases} 2X_1 + X_2 = 6 \\ -X_1 + 2X_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2X_1 + X_2 = 6 \\ -2X_1 + 4X_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow X_2 = \frac{6}{5}, X_1 = \frac{12}{5}. \text{ Точка } E\left(\frac{12}{5}; \frac{6}{5}\right).$$

Підставивши координати точок A і E у вирази для X_1 та X_2 отримуємо:

$$\begin{cases} X_1 = (1-a) \cdot \frac{12}{5} + a \cdot \frac{2}{3} = \frac{36-26a}{15} \\ X_2 = (1-a) \cdot \frac{6}{5} + a \cdot \frac{1}{3} = \frac{18-13a}{15}, 0 \leq a \leq 1. \end{cases}$$

Таким чином оптимальним розв'язком задачі є: $\bar{X} = \left(\frac{36-26a}{15}; \frac{18-13a}{15}\right)$, $0 \leq a \leq 1$, а максимальне

значення цільової функції $F_{\max} = 0$. Із графіка видно, що максимального цілочисельного значення функція досягає в точці $M(2;1)$, яка належить прямій l_3 і це значення також дорівнює 0.

При знаходженні мінімуму, переміщуючи лінію рівня паралельно самій собі в напрямку, протилежному вектору \vec{c} , бачимо, що цільова функція досягає мінімуму в першій спільній з областю точці C . Знайдемо координати точки C та значення мінімуму. $C = l_5 \cap l_1$, тому система набуває вигляду:

$$\begin{cases} X_1 + 2X_2 = 6 \\ 4X_1 - X_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X_1 + 2X_2 = 6 \\ 8X_1 - 2X_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow 9X_1 = 6 \Leftrightarrow X_1 = \frac{2}{3}, X_2 = 4X_1 = \frac{8}{3}. \text{ Точка } C\left(\frac{2}{3}; \frac{8}{3}\right).$$

Таким чином оптимальним розв'язком задачі на мінімум є точка C , а значення мінімуму дорівнює $F_{\min} = 2 \cdot \frac{2}{3} - 4 \cdot \frac{8}{3} = -\frac{28}{3}$. Користуючись графіком, можна переконатися, що мінімум цілочисельної задачі досягається в останній точці області – $N(1;2)$ і $F_{\min} = 2 \cdot 1 - 4 \cdot 2 = -6$.

II. Розв'язування цілочислової задачі лінійного програмування за допомогою функції ПОИСК РЕШЕНИЯ в Ms Excel.

Приклад 2. Знайти $F = 60x_1 + 70x_2 + 120,4x_3 + 130x_4 \rightarrow \max$, при обмеженнях

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 16, \\ x_1 + 1,85x_2 + x_3 + x_4 \leq 16, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 10, \\ 4x_1 + 6,9x_2 + 10x_3 + 13x_4 \leq 100, \\ 6,3x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 \leq 100. \end{cases}$$

$x_j \geq 0, x_j$ – цілі числа ($x_j = \overline{1,4}$).

Розв'язування. Внесемо дані задачі на робочу сторінку Ms Excel.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	C=	60	70	120,4	130	(max)				
2	X=	1	1	1	1					
3		X_1	X_2	X_3	X_4					
4		1	1	1	1		4	=		16
5		1	1,85	1	1		4,85	<=		16
6	A=	1	1	1	1		4	>=	B=	10
7		4	6,9	10	13		33,9	<=		100
8		6,3	5	4	3		18,3	<=		100
9										
10										
11	F=	380,4								

В першому рядку записаний вектор \vec{f} цільової функції F. У другому рядку – вектор-результат (початковий розв'язок можна брати будь-який). Далі розташована матриця A, яка складена із коефіцієнтів біля невідомих та матриця B – праві частини обмежень-нерівностей. В комірці G4, користуючись функцією СУММПРОИЗВ, обчислюємо фактичні значення лівої частини першого обмеження-нерівності (масив B2:E4 фіксуємо, скориставшись клавішею F4). Отримаємо – 4. Розповсюдимо отриманий результат на всі комірки стовпця G.

B11 $\text{fx} = \text{СУММПРОИЗВ}(B1:E1;B2:E2)$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	C=	60	70	120,4	130	(max)				
2	X=	10	0	6	0					
3										
4		1	1	1	1		16	=		16
5		1	1,85	1	1		16	<=		16
6	A=	1	1	1	1		16	>=	B=	10
7		4	6,9	10	13		100	<=		100
8		6,3	5	4	3		87	<=		100
9										
10										
11	F=	1322,4								

Поиск решения

Установить целевую ячейку:

Равной: максимальному значению значению:

минимальному значению

Изменяя ячейки:

Ограничения:

-
-
-
-
-
-

Рис. 2

Задамо значення цільової функції F в комірці B11, користуючись функцією СУММПРОИЗВ. У «Сервис» знаходимо функцію «Поиск решения», якщо її немає, то через «Надстройки» активуємо вказану функцію. В робоче вікно вносимо дані задачі (курсор має знаходитися в комірці, де записана формула для обчислення значення цільової функції F11).

Потім даємо команду виконати і отримуємо оптимальний розв'язок $x_{opt}=(10;0;6;0)$ і $F_{max}=1322,4$. Процес знаходження розв'язання цілочисельної задачі лінійного програмування проілюстровано на рис. 2. Використання вказаної функції досить швидко дає результат, але немає останньої таблиці для проведення повного аналізу задачі, що є дуже важливим для задач економічного змісту.

III. Метод Гоморі.

Розглянемо задачу цілочисельного програмування [1].

Знайти

$$F = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max \quad (1) \text{ при обмеженнях}$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \begin{cases} \leq \\ = \\ \geq \end{cases} b_i, i = \overline{1, m} \quad (2)$$

$$x_j \geq 0, j = \overline{1, n} \quad (3)$$

$$x_j - \text{цілі числа}, j = \overline{1, n} \quad (4).$$

Знаходження розв'язку задачі (1) – (4) за методом Гоморі починаємо з визначення за допомогою симплекс-методу оптимального плану задачі (1) – (3) без урахування умови (4). Після знаходження плану проглядаємо його компоненти. Якщо серед них немає дробових, то знайдений план є оптимальним. У випадку наявності дробових значень серед розв'язків, наприклад x_e набуває раціонального значення, до системи обмежень (2) додаємо нерівність

$$\sum_j \{a_{kj}^*\} x_j \geq \{b_k^*\} \quad (5),$$

в якій операція знаходження дробової частини числа застосовується до нерівності, що відповідає найбільшій дробовій частині компонент отриманого розв'язку. В нерівності (5) a_{ej}^* та b_e^* – це перетворені, в результаті знаходження розв'язку задачі (1 – 4), початкові величини a_{ej} та b_e , а $\{a_{ej}^*\}, \{b_e^*\}$ – це дробові частини чисел. Нагадаємо, що цілою частиною числа x (позначається $[x]$) називається найбільше ціле число, яке не перевищує x , а дробовою частиною – $\{x\} = x - [x]$.

Потім знаходимо розв'язки задачі (1- 5). Якщо в отриманому плані змінні знову набувають дробових значень, додаємо ще одне додаткове обмеження і процес обчислень повторюємо. За скінчену кількість ітерацій отримаємо оптимальний розв'язок, або встановимо що розв'язку не існує.

Отже процес знаходження оптимального плану задачі цілочисельного лінійного програмування за методом Гоморі включає такі етапи:

1. Використовуючи симплекс-метод, знаходимо розв'язок задачі (1-4) без врахування умови цілочисельності змінних.
2. Складаємо додаткове обмеження для змінної, яка в оптимальному плані задачі(1-3) набуває максимального дробового значення, а в оптимальному плані задачі (1-4) має бути цілочисельною.
3. Використовуючи двоїстий симплекс-метод, знаходимо розв'язок задачі (1-5) в результаті приєднання додаткового обмеження.
4. Якщо є необхідність, то складаємо ще одне додаткове обмеження та продовжуємо ітераційний процес до отримання оптимального цілочисельного розв'язку, або з'ясування факту, що цілочисельного розв'язку не існує.

Зауваження. При обчисленні дробової частини числа в Ms Excel будемо користуватися означенням та функцією ЦЕЛОЕ.

Приклад 3. Знайти $F = 7x_1 + x_2 \rightarrow \max$ за умов

$$\begin{cases} 9x_1 + 4x_2 + x_3 = 110 \\ 11x_1 - 3x_2 - x_4 = 24 \\ 2x_1 - 7x_2 - x_5 = 15 \end{cases}$$

$x_j \geq 0, x_j$ – цілі числа ($x_j = \overline{1,5}$).

Розв'язування. Оскільки в задачі є лише одна базисна змінна (x_3), то введемо ще дві штучні змінні (x_6 та x_7) в друге і третє рівняння відповідно та скористаємося для розв'язування методом штучного базису [4]. Отримаємо задачу в канонічному вигляді:

$$F = 7x_1 + x_2 + 0x_3 + 0x_6 + 0x_7 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 9x_1 + 4x_2 + x_3 = 110 \\ 11x_1 - 3x_2 - x_4 + x_6 = 24 \\ 2x_1 - 7x_2 - x_5 + x_7 = 15 \end{cases}$$

$x_j \geq 0, x_j$ – цілі числа ($x_j = \overline{1,7}$).

Вибираючи в якості базису P_3, P_6 і P_7 , заповнюємо початкову симплекс-таблицю та виконуємо кроки переходу (перші два кроки за методом штучного базису, див. [4]) до отримання оптимального розв'язку задачі лінійного програмування без врахування обмеження цілочисельності.

Базис	C _б	P ₀	7	1	0	0	0	-1	-1
			P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇
P ₃	0	110	9	4	1	0	0	0	0
P ₆ ←	-1	24	11	-3	0	-1	0	1	0
P ₇	-1	15	2	-7	0	0	-1	0	1
$\Delta_j = z_j - c_j$		0	-7	-1	0	0	1	1	1
	M	-39	-13↑	10	0	1	1	-1	-1
P ₃	0	90 1/3	0	6 4/9	1	5/6	0		0
P ₁	7	2 1/6	1	-1/4	0	-0	0		0
P ₇ ←	-1	10 2/3	0	-6 4/9	0	1/5	-1		1
$\Delta_j = z_j - c_j$		15,2727	0	-2,9091	0	-0,6364	0		1
	M	-10,636	0	6,45455	0	-0,18	1		-1
P ₃ ←	0	42 1/2	0	35 1/2	1	0	4 1/2		
P ₁	7	7 1/2	1	-3 1/2	0	0	-1/2		
P ₄	0	58 1/2	0	-35 1/2	0	1	-5 1/2		
$\Delta_j = z_j - c_j$		52,5	0	-25,5	0	0	-3,5		
P ₂	1	1 1/5	0	1	0,028	0	0,127		
P ₁	7	11 2/3	1	0	0,099	0	-0,056		
P ₄	0	101	0	0	1	1	-1		
$\Delta_j = z_j - c_j$		83,0282	0	0	0,718	0	-0,268		
P ₅	0	9 4/9	0	7 8/9	2/9	0	1		
P ₁	7	12 2/9	1	4/9	1/9	0	0		
P ₄	0	110 4/9	0	7 8/9	1 2/9	1	0		
$\Delta_j = z_j - c_j$		85 5/9	0	2 1/9	7/9	0	0		

Після четвертої ітерації отримали всі $\Delta_j \geq 0, j = \overline{1,5}$. Тому план $X = (12 \frac{2}{9}; 0; 0; 110 \frac{4}{9}; 9 \frac{4}{9})$ є оптимальним, проте перша, четверта та п'ята компоненти набувають не цілих значень. Отже, згідно методу Гоморі, для однієї із змінних X_4 або X_5 потрібно скласти додаткове обмеження. Складаємо обмеження, наприклад, для X_5 . За першим рядком останньої симплекс-таблиці складаємо рівняння $0x_1 + 7 \frac{8}{9}x_2 + \frac{2}{9}x_3 + 0x_4 + x_5 = 9 \frac{4}{9}$, і використавши співвідношення (5), отримуємо нерівність

$$\left\{ 7 \frac{8}{9} \right\} x_2 + \left\{ \frac{2}{9} \right\} x_3 + \{1\} x_5 \geq \left\{ 9 \frac{4}{9} \right\}, \text{ або } \frac{8}{9} x_2 + \frac{2}{9} x_3 \geq \frac{4}{9}.$$

Помноживши останню нерівність на $\frac{9}{2}$ отримаємо $4x_2 + x_3 \geq 2$. Отже обмеження задачі зведемо до вигляду

$$\begin{cases} 7\frac{8}{9}x_2 + \frac{2}{9}x_3 + x_5 = 9\frac{4}{9} \\ x_1 + \frac{4}{9}x_2 + \frac{1}{9}x_3 = 12\frac{2}{9} \\ 7\frac{8}{9}x_2 + 1\frac{2}{9}x_3 + x_4 = 110\frac{4}{9} \\ 4x_2 + x_3 \geq 2 \end{cases}$$

Помножимо останню нерівність на (-1) та ввівши додаткову змінну $x_8 \geq 0$, отримуємо задачу, до якої застосуємо двоїтий симплекс-метод [2].

Базис	C_b	P_0	7	1	0	0	0	0	0
P_5	0	9 4/9	0	7 8/9	2/9	0	1	0	
P_1	7	12 2/9	1	4/9	1/9	0	0	0	
P_4	0	110 4/9	0	7 8/9	1 2/9	1	0	0	
P_8	0	-2	0	-4	-1	0	0	0	
		85 5/9	0	2 1/9	7/9	0	0		
				1/2	7/9				P_9
P_5	0	5 1/2	0	0	-1 3/4	0	1	2	0
P_1	7	12	1	0	-0	0	0	1/9	0
P_4	0	106 1/2	0	0	-3/4	1	0	2	0
P_2	1	1/2	0	1	1/4	0	0	-1/4	0
P_9	0	-1/2	0	0	-1/4	0	0	0	1
		84,5	0	0	0,25	0	0	1,528	

Оскільки в отриманому плані не всі компоненти цілі, то користуючись першою строчкою (можна скористатися третьою або четвертою) та ввівши додаткову змінну $x_9 \geq 0$ отримаємо систему

$$\text{обмежень} \begin{cases} -1\frac{3}{4}x_3 + x_5 + 2x_8 = 5\frac{1}{2} \\ x_1 + \frac{1}{9}x_8 = 12 \\ -\frac{3}{4}x_3 + x_4 + 2x_8 = 106\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{4}x_3 - \frac{1}{4}x_8 = \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{4}x_3 + x_9 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Застосовуючи двоїтий симплекс-метод отримаємо:

Базис	C_b	P_0	7	1	0	0	0	0	0
P_5	0	5 1/2	0	0	-1 3/4	0	1	2	0
P_1	7	12	1	0	-0	0	0	1/9	0
P_4	0	106 1/2	0	0	-3/4	1	0	2	0
P_2	1	1/2	0	1	1/4	0	0	-1/4	0
P_9	0	-1/2	0	0	-1/4	0	0	0	1
		84,5	0	0	0,25	0	0	1,528	
P_5	0	9	0	0	3 1/2	0	-1	-2	-7
P_1	7	12	1	0	0	0	0	1/9	-0
P_4	0	108	0	0	0	1	0	2	-3
P_2	0	-0	0	1	0	0	0	-1/4	1
P_3	0	2	0	0	1	0	0	0	-4
		84	0	-1	0	0	0	1,778	1

Отже початкова задача цілочисельного програмування має оптимальний план

$$X_{opt} = (12; 0; 2; 108; 9) \text{ для якого } F_{\max} = 84.$$

IV. Метод гілок та меж

Метод гілок та меж відноситься до комбінаторних методів або методів перебирання [5, с. 266]. На першому етапі знаходять розв'язок задачі за симплекс-методом без врахування умови цілочисельності змінних. На наступному кроці вводиться правило перебирання. Нехай потрібно знайти x_k – цілочисельну змінну, значення якої в оптимальному плані звичайної задачі є дробовим $(x_k - x_k^{\wedge})$. Очевидно, що в проміжку $([x_k^{\wedge}]; [x_k^{\wedge}] + 1)$ немає цілих значень змінної x_k . Тому допустиме ціле значення x_k має задовольняти одну із нерівностей $x_k \leq [x_k^{\wedge}]$ або $x_k \geq [x_k^{\wedge}] + 1$

Додаємо окремо ці дві умови до задачі (1)-(4), та отримаємо дві не пов'язані між собою задачі. Оскільки кожна отримана нова задача відрізняється лише одним обмеженням, то немає сенсу розв'язувати їх із самого початку, а доцільно по чергово приєднати ці обмеження до останньої симплекс-таблиці попередньої задачі. Розв'язуємо кожну з цих задач за симплекс-методом, відкидаючи умову цілочисельності. Якщо один із отриманих планів задовольняє умову цілочисельності то він є розв'язком задачі. В протилежному випадку, для подальшого розгалуження обираємо задачу з кращим значенням цільової функції (для задачі на максимум – з більшим, для задачі на мінімум – з меншим). Подальші розгалуження виконуються до тих пір, поки буде встановлено неможливість поліпшення розв'язку. Останній отриманий план – оптимальний.

Приклад 4. Знайти цілочисельні розв'язки задачі лінійного програмування за методом «гілок та меж»

$$F = 2X_1 + X_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2X_1 + 5X_2 \leq 16, \\ 6X_1 + 5X_2 \leq 30, \\ X_1, X_2 \geq 0 - X_1, X_2 - \text{цілі числа.} \end{cases}$$

Розв'язування. Зводимо задачу до канонічного вигляду та розв'язуємо її відкидаючи умову цілочисельності.

		0	1	4	0	0	θ_i
Базис	C_6	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	
P_3	0	6 1/3	2	1	1	0	6 1/3
P_4	0	4	1	3	0	1	1 1/3
		0	-1	-4	0	0	
P_3	0	5	1 2/3	0	1	- 1/3	
P_2	4	1 1/3	1/3	1	0	1/3	
		5 1/3	1/3	0	0	1 1/3	

Отже, отриманий розв'язок $X_{opt} = (0; 1 \frac{1}{3})$ оптимальний, але змінна x_2 не задовольняє умову цілочисельності. Тому допустиме ціле значення x_2 має задовольняти одну із нерівностей $x_2 \leq [1 \frac{1}{3}] = 1$ або $x_2 \geq [1 \frac{1}{3}] + 1 = 2$.

Задача 1	Задача 2
$F = 2X_1 + X_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 2X_1 + 5X_2 \leq 16, \\ 6X_1 + 5X_2 \leq 30, \\ X_2 \leq 1, \\ X_1, X_2 \geq 0; \\ X_1, X_2 - \text{цілі числа.} \end{cases}$	$F = 2X_1 + X_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 2X_1 + 5X_2 \leq 16, \\ 6X_1 + 5X_2 \leq 30, \\ X_2 \geq 2, \\ X_1, X_2 \geq 0; \\ X_1, X_2 - \text{цілі числа.} \end{cases}$

Приєднуємо до початкової задачі окремо кожне з обмежень, отримаємо дві задачі.

Розв'язуючи отримані задачі (використовуючи функцію «Поиск решения») без врахування умови цілочисельності, отримаємо для задачі 1 оптимальним буде розв'язок $X_{opt} = (1; 1)$ і $F_{\max} = 5$, а

для задачі 2 – $X_{opt} = \left(0; \frac{4}{3}\right)$ і $F_{max} = \frac{16}{3}$, але третя нерівність в задачі 2 не виконується $\frac{4}{3} < 2$. Отже

оптимальним розв'язком задачі є $X_{opt} = (1;1)$ і при цьому $F_{max} = 5$.

V. Метод векторного спаду.

Ідея методу полягає у визначенні компонент вектора спаду для деякої початкової точки, що є центром околу. Якщо вони всі координати невід'ємні, то точку локального мінімуму знайдено, в іншому випадку знаходимо центр нового околу та перевіряємо його компоненти на невід'ємність. Процес перебирання є послідовним перебирання точок так, щоб зменшувалось значення цільової функції. Метод векторного спаду можна застосовувати для знаходження цілочисельних розв'язків і нелінійних задач.

Список використаних джерел

1. Вашук Ф.Г., Лавер О.Г., Шумило Н.Я. Математичне програмування та елементи варіаційного числення: Навч. посібник. – К. : Знання, 2008. – 368 с. – (Вища освіта ХХІ століття).
2. Листопад В.В. Реалізація двоїстого симплекс-методу для розв'язання екстремальних задач лінійного програмування з допомогою Microsoft Excel. // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наук. праць / Редрада. – К. : НПУ імені М.П. Драгоманова, 2011. – №11(18). – С. 61-69.
3. Листопад В.В. Реалізація методу штучного базису для розв'язку екстремальних задач лінійного програмування засобами Microsoft Excel.// Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наук. праць / Редрада. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2011. – №10(17). – с. 130-135.
4. Листопад В.В. Реалізація симплекс- методу для розв'язання економічних задач оптимізації з допомогою Microsoft Excel. // Науковий часопис НПУ ім. М.П. Драгоманова. Серія №5. Педагогічні науки: реалії та перспективи.-Випуск 19: Зб. наук. праць/за ред. В.Д. Сиротюка. – К. : НПУ імені М.П. Драгоманова, 2009. – С. 211-216.
5. Наконечний С.І., Савіна С.С. Математичне програмування.:Навчальний посібник. – К. : КНЕУ, 2005 – 452 с.

Крилов В.С.

Кримський інженерно-педагогічний університет

Формування навичок і вмінь роботи в умовах динамічно мінливого інформаційного простору в підготовці студентів напряму інформатика

Постановка проблеми. В даний час поле професійної діяльності випускників факультетів інформатики має стійку тенденцію виходити за межі тільки навчання предмета в школі, розробки програмного забезпечення, експлуатації інтегрованих інформаційних систем і так далі. Досягнення прикладних наук стрімко входять в практику, в повсякденне життя. В результаті молодий спеціаліст потрапляє в складну інформаційну, технічну, економічну та культурну реальність. Відповідно і навчання базових і спеціальних дисциплін має бути орієнтоване на формування навичок і вмінь роботи в умовах динамічно мінливого інформаційного простору.

Аналіз досліджень і публікацій. З проблеми професійної підготовки у вузі студентів інформатиків відповідно до розроблених моделей компетентностей майбутніх фахівців існує велика література, в якій відображено практично всі напрямки і способи виникаючих науково-педагогічних завдань. За існуючою літературою можна описати модель системи компетентностей випускника за спеціальністю інформатики, яка складається з двох укрупнених наборів компетентностей й [1]:

1. універсальні: загальнопрофесійні і соціально-особистісні, загальнокультурні;
2. професійні: аналітичні, проектні, виробничо-технологічні, організаційно-управлінські, науково дослідні.

Пропоновані моделі різних авторів так чи інакше відповідають вказаним укрупненим наборам компетентностей.

Для ефективною реалізації моделі системи компетентностей пропонується створення педагогічних умов з трансформацією навчального середовища академічного типу (освоєння відповідного набору дисциплін) в якісно новий освітньо-професійна простір. Останній утворюється за підтримки навчального процесу сучасними формами та технологіями навчання, виробничими та науково-дослідними практиками, виконанням курсових і дипломних робіт з реальним виробничими замовленнями. У той же час не потрібно повної відповідності навчальної і професійної діяльності. Досить послідовно моделювати предметні, технологічні, науково дослідні та соціальні аспекти діяльності фахівця, що дозволить наблизити студента до позицій професіонала [1].